Ниже приведены фрагменты *EXCEL*-таблиц, соответствующие окрестности точки $\alpha = 0,6$ для $n = 1, 2, 3, 4$.

	$n=1$
x	$F(x)$
0,24	0,594835
0,25	0,598706
0,26	0,602568

	$n=2$
x	$F(x)$
0,74	0,593439
0,75	0,598105
0,76	0,602755

	$n=3$
x	$F(x)$
1	0,595555
1,01	0,600682
1,02	0,605787

	$n=4$
x	$F(x)$
1,15	0,585989
1,17	0,590973
1,18	0,602425

Результаты для $\alpha = 0,6$ приведены ниже:

$\alpha = 0,6$				
n	1	2	3	4
x_α	0,255	0,76	1,01	1,17

Распределение минимального из двух независимых случайных величин, распределенных по экспоненциальному закону $\xi_1 \sim Э[\lambda_1]$, $\xi_2 \sim Э[\lambda_2]$, имеет вид:

$$F_{min}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda_1 x} \cdot e^{-\lambda_2 x}, & x \geq 0, \end{cases}$$

или

$$F_{min}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Как видим, минимальное значение из двух случайных величин, распределенных по экспоненциальному закону, распределено по экспоненциальному закону с параметром $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$.

Это же относится к произвольному числу независимых случайных величин, распределенных по экспоненциальному закону: при выборе минимального значения параметры распределений складываются. Для минимального значения n случайных величин $\xi_k \sim Э[\lambda_k]$, $k = 1, 2, ..., n$ функция распределения имеет вид:

$$F_{min}(x) = 1 - e^{-\sum_{k=1}^{n} \lambda_k x}.$$

На рис. 3 приведены графики функции распределения наименьшего значения независимых случайных величин, распределенных по экспоненциальному закону $Э[0,5]$ и $Э[2]$. Второе распределение ($Э[2]$) соответствует наименьшему значению из четырех одинаково распределенных независимых случайных величин $Э[0,5]$.

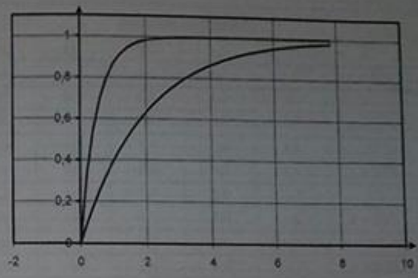

Рис. 3

Квантили распределений можно получить подобно тому, как описано выше. Результаты для $\alpha = 0,8$ приведены ниже:

$\alpha = 0,8$		
n	1	4
x	0,805	3,25

2 ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ № 2

Задача № 1

Дискретная случайная величина задана таблицей. Вычислить ее начальные и центральные моменты до 4-го порядка включительно. Найти вероятности событий

$$\xi < M\xi, \quad \xi \geq M\xi, \quad \xi < 0,5 \cdot M\xi, \quad \xi \geq 0,5 \cdot M\xi.$$

№ варианта	Дискретная величина					
1	x_i	0	0,1	0,2	0,3	0,4
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
2	x_i	0	0,1	0,2	0,3	0,4
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
3	x_i	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
4	x_i	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
5	x_i	0	0,2	0,4	0,6	0,8
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
6	x_i	0	0,2	0,4	0,6	0,8
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
7	x_i	0,2	0,4	0,6	0,8	1
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
8	x_i	0,2	0,4	0,6	0,8	1
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
9	x_i	0	0,3	0,6	0,9	1,2
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
10	x_i	0	0,3	0,6	0,9	1,2
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
11	x_i	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
12	x_i	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
13	x_i	0	0,4	0,8	1,2	1,6
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
14	x_i	0	0,4	0,8	1,2	1,6
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
15	x_i	0,4	0,8	1,2	1,6	2
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1

№ варианта	Дискретная величина					
16	x_i	0,4	0,8	1,2	1,6	2
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
17	x_i	0	0,5	1	1,5	2
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
18	x_i	0	0,5	1	1,5	2
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
19	x_i	0,5	1	1,5	2	2,5
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
20	x_i	0,5	1	1,5	2	2,5
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
21	x_i	0	0,6	1,2	1,8	2,4
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
22	x_i	0	0,6	1,2	1,8	2,4
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
23	x_i	0,6	1,2	1,8	2,4	3
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
24	x_i	0,6	1,2	1,8	2,4	3
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
25	x_i	0	0,7	1,4	2,1	2,8
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
26	x_i	0	0,7	1,4	2,1	2,8
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
27	x_i	0,7	1,4	2,1	2,8	3,5
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
28	x_i	0,7	1,4	2,1	2,8	3,5
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1
29	x_i	0	0,8	1,6	2,4	3,2
	$P(\xi = x_i)$	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1
30	x_i	0	0,8	1,6	2,4	3,2
	$P(\xi = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1

Задача № 2

Дана плотность распределения случайной величины ξ. Определить ее функцию распределения, построить графики плотности распределения и функции распределения, вычислить математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение и вероятности событий

$$\xi < x_0, \ \xi \geq x_0, \ x_1 < \xi \leq x_2.$$

№ варианта	Плотность распределения	x_0	x_1	x_2
1	$f(x)=\begin{cases}1-\frac{x}{2}, & x\in(0,2)\\ 0, & x\notin(0,2)\end{cases}$	1,2	0,5	1,8
2	$f(x)=\begin{cases}1-\lvert x\rvert, & x\in(-1,1)\\ 0, & x\notin(-1,1)\end{cases}$	0,25	$-0,5$	0,5
3	$f(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, & x>0\\ 0, & x\leq 0\end{cases}$	$\frac{1}{2}\ln 3$	$\frac{1}{2}\ln 2$	$\ln 2$
4	$f(x)=\begin{cases}2x, & x\in(0,1)\\ 0, & x\notin(0,1)\end{cases}$	0,5	0,2	0,6
5	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\cos x, & x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\\ 0, & x\notin\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\end{cases}$	$\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$
6	$f(x)=\begin{cases}e^{-x}, & x>0\\ 0, & x\leq 0\end{cases}$	$\ln 3$	$\ln 2$	$2\ln 2$
7	$f(x)=\begin{cases}2(1-x), & x\in(0,1)\\ 0, & x\notin(0,1)\end{cases}$	0,4	0,2	0,6
8	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\sin x, & x\in(0,\pi)\\ 0, & x\notin(0,\pi)\end{cases}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$

№ варианта	Плотность распределения	x_0	x_1	x_2
9	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(1-\frac{\lvert x\rvert}{2}\right), & x\in(-2,2)\\ 0, & x\notin(-2,2)\end{cases}$	0,3	$-0,5$	0,5
10	$f(x)=\frac{1}{2}e^{-\lvert x\rvert}$	$\ln 3$	$-\ln 2$	$\ln 2$
11	$f(x)=\begin{cases}0,1e^{-0,1x}, & x>0\\ 0, & x\leq 0\end{cases}$	$10\ln 3$	$10\ln 2$	$20\ln 2$
12	$f(x)=\begin{cases}\cos 2x, & x\in\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)\\ 0, & x\notin\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)\end{cases}$	$\frac{\pi}{12}$	$-\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{8}$
13	$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4}(1-x^2), & x\in(-1,1)\\ 0, & x\notin(-1,1)\end{cases}$	0,3	$-0,6$	0,6
14	$f(x)=\begin{cases}0,2e^{-0,2x}, & x>0\\ 0, & x\leq 0\end{cases}$	$5\ln 3$	$5\ln 2$	$10\ln 2$
15	$f(x)=\begin{cases}\sin 2x, & x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\\ 0, & x\notin\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\end{cases}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{8}$
16	$f(x)=\begin{cases}1, & x\in(0,1)\\ 0, & x\notin(0,1)\end{cases}$	0,3	0,2	0,6
17	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}\cos\frac{x}{2}, & x\in(-\pi,\pi)\\ 0, & x\notin(-\pi,\pi)\end{cases}$	$\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
18	$f(x)=\begin{cases}1-\lvert x-1\rvert, & x\in(0,2)\\ 0, & x\notin(0,2)\end{cases}$	0,5	0,4	1,6

№ варианта	Плотность распределения	x_0	x_1	x_2
19	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & x\in(-1,1)\\ 0, & x\notin(-1,1)\end{cases}$	0,2	$-0,4$	0,4
20	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}\sin\frac{x}{2}, & x\in(0,2\pi)\\ 0, & x\notin(0,2\pi)\end{cases}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$
21	$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4}(2x-x^2), & x\in(0,2)\\ 0, & x\notin(0,2)\end{cases}$	0,6	0,4	1,6
22	$f(x)=0,2e^{-0,4\lvert x\rvert}$	$2,5\ln 3$	$-2,5\ln 2$	$2,5\ln 2$
23	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & x\in(0,2)\\ 0, & x\notin(0,2)\end{cases}$	1	0,6	1,4
24	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{5}e^{-\frac{1}{5}x}, & x>0\\ 0, & x\leq 0\end{cases}$	$5\ln 3$	$5\ln 2$	$10\ln 2$
25	$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{x^4}, & x>1\\ 0, & x\leq 1\end{cases}$	2,5	2	3
26	$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{2}, & x\in(0,2)\\ 0, & x\notin(0,2)\end{cases}$	0,5	1	2
27	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}(x+1), & x\in(0,2)\\ 0, & x\notin(0,2)\end{cases}$	1,5	1	2
28	$f(x)=\begin{cases}\frac{2}{3}x-\frac{2}{9}x^2, & x\in(0,3)\\ 0, & x\notin(0,3)\end{cases}$	2	1	3

№ варианта	Плотность распределения	x_0	x_1	x_2
29	$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}-\frac{1}{4}x, & x\in(-1,1)\\ 0, & x\notin(-1,1)\end{cases}$	0,4	$-0,5$	0,5
30	$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{20}(2x+x^2), & x\in(0,2)\\ 0, & x\notin(0,2)\end{cases}$	1	2	1,5

Задача № 3

Случайная величина распределена по нормальному закону $\xi \sim N(a,\sigma)$. Вычислить вероятности событий:

$$\xi < x_0, \ \xi \geq x_0, \ x_1 \leq \xi < x_2, \ \lvert \xi - a\rvert < t\sigma \ \text{для} \ t = t_1, t_2, t_3.$$

Найти интервалы, соответствующие вероятностям $p_1 = 0,7$, $p_2 = 0,8$, $p_3 = 0,9$ отклонения случайной величины от ее среднего значения.

№ варианта	a	σ	x_0	x_1	x_2	t_1	t_2	t_3
1	3,2	2,4	2,0	–0,4	6,8	0,5	1,5	2,5
2	2,2	2,4	1,5	–1,4	5,8	1,0	1,5	2,0
3	3,2	1,4	2,8	1,1	5,3	1,5	2,0	2,5
4	2,2	1,4	2,0	0,1	4,3	0,8	1,8	2,8
5	1,5	1,2	1,6	–0,3	3,3	0,9	1,9	2,9
6	2,5	1,2	2,1	0,7	4,3	1,0	1,8	2,6
7	4,5	2,2	1,2	1,2	7,8	1,2	1,9	2,6
8	5,7	2,2	5,0	2,4	9,0	1,5	2,2	2,9
9	3,5	1,8	2,5	0,8	6,2	0,8	1,6	2,4
10	2,9	1,8	2,1	0,2	5,6	0,6	1,6	2,6
11	3,2	2,4	2,20	–0,88	7,28	0,5	1,5	2,5
12	2,2	2,4	2,03	–1,88	6,28	1,0	1,5	2,0
13	3,2	1,4	2,85	0,82	5,58	1,5	2,0	2,5
14	2,2	1,4	2,65	–0,18	4,58	0,8	1,8	2,8
15	1,5	1,2	1,89	–0,54	3,54	0,9	1,9	2,9
16	2,5	1,2	1,30	0,46	4,54	1,0	1,8	2,6
17	4,5	2,2	0,76	0,76	8,24	1,2	1,9	2,6
18	5,7	2,2	5,05	1,96	9,44	1,5	2,2	2,9
19	3,5	1,8	2,45	0,44	6,56	0,8	1,6	2,4

№ варианта	a	σ	x_0	x_1	x_2	t_1	t_2	t_3
20	2,9	1,8	2,05	–0,16	5,96	0,6	1,6	2,6
21	3,2	2,4	2,20	–1,36	7,76	0,5	1,5	2,5
22	2,2	2,4	2,03	–2,36	6,76	1,0	1,5	2,0
23	3,2	1,4	2,85	0,54	5,86	1,5	2,0	2,5
24	2,2	1,4	2,65	–0,46	4,86	0,8	1,8	2,8
25	1,5	1,2	1,89	0,92	5,48	0,9	1,9	2,9
26	2,5	1,2	1,30	0,22	4,78	1,0	1,8	2,6
27	4,5	2,2	0,76	0,32	8,68	1,2	1,9	2,6
28	5,7	2,2	5,05	1,52	9,88	1,5	2,2	2,9
29	3,5	1,8	2,45	0,08	6,92	0,8	1,6	2,4
30	2,9	1,8	2,05	–0,52	6,32	0,6	1,6	2,6

Задача № 4

Известны распределения k независимых случайных величин ξ_k, $k = 1, 2, 3$. Найти функцию распределения и α-квантиль случайной величины ξ. Исходные данные приведены в таблице вариантов задания.

№	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ	α
1	$N(0;1)$	$N(0;2)$	$N(0;1)$	$\max(\xi_1, \min(\xi_2, \xi_3))$	0,25
2	$N(0;1)$	$N(0;1)$	$N(0;2)$	$\min(\xi_1, \max(\xi_2, \xi_3))$	0,3
3	$N(0;1)$	$N(0;2)$	$N(0;1)$	$\min(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,35
4	$N(0;1)$	$N(0;1)$	$N(0;2)$	$\max(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,4
5	$N(0;1)$	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	$\max(\xi_1, \min(\xi_2, \xi_3))$	0,45
6	$N(0;1)$	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	$\min(\xi_1, \max(\xi_2, \xi_3))$	0,5
7	$N(0;2)$	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	$\min(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,55
8	$N(0;1)$	$N(0;2)$	Э$[0,5]$	$\max(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,6
9	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	$N(0;1)$	$\max(\xi_1, \min(\xi_2, \xi_3))$	0,25
10	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	$N(0;1)$	$\min(\xi_1, \max(\xi_2, \xi_3))$	0,3
11	$N(0;2)$	Э$[0,5]$	$N(0;1)$	$\min(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,35
12	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	$N(0;2)$	$\max(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,4
13	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	Э$[0,25]$	$\max(\xi_1, \min(\xi_2, \xi_3))$	0,45
14	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	Э$[0,25]$	$\min(\xi_1, \max(\xi_2, \xi_3))$	0,5

№	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ	α
15	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	Э$[0,25]$	$\min(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,55
16	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	Э$[0,25]$	$\max(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,6
17	Э$[0,5]$	$N(0;1)$	$N(0;2)$	$\max(\xi_1, \min(\xi_2, \xi_3))$	0,25
18	Э$[0,5]$	$N(0;2)$	$N(0;1)$	$\min(\xi_1, \max(\xi_2, \xi_3))$	0,3
19	Э$[0,5]$	$N(0;1)$	$N(0;2)$	$\min(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,35
20	Э$[0,5]$	$N(0;2)$	$N(0;1)$	$\max(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,4
21	Э$[0,5]$	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	$\max(\xi_1, \min(\xi_2, \xi_3))$	0,45
22	Э$[0,5]$	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	$\min(\xi_1, \max(\xi_2, \xi_3))$	0,5
23	Э$[0,25]$	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	$\min(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,55
24	Э$[0,25]$	$N(0;1)$	Э$[0,5]$	$\max(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,6
25	Э$[0,2]$	Э$[0,5]$	$N(0;1)$	$\max(\xi_1, \min(\xi_2, \xi_3))$	0,25
26	Э$[0,2]$	Э$[0,5]$	$N(0;1)$	$\min(\xi_1, \max(\xi_2, \xi_3))$	0,3
27	Э$[0,2]$	Э$[0,5]$	$N(0;1)$	$\min(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,35
28	Э$[0,2]$	Э$[0,5]$	$N(0;1)$	$\max(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	0,4
29	Э$[0,2]$	$N(0;2)$	Э$[0,5]$	$\max(\xi_1, \min(\xi_2, \xi_3))$	0,45
30	Э$[0,2]$	$N(0;2)$	Э$[0,5]$	$\min(\xi_1, \max(\xi_2, \xi_3))$	0,5

Библиографический список

1. *Ходаковский В. А.* Теория вероятностей. Ч. 1: учеб. пособие / В. А. Ходаковский, Л. А. Кухаренко, Л. П. Пырозерская. – СПб.: ПГУПС, 2008.
2. *Гнеденко Б. В.* Курс теории вероятностей: учебник / Б. В. Гнеденко. – М.: Наука, 1988.
3. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей и её инженерные приложения: учебник / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М.: Наука, 1988.
4. *Гмурман В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / В. Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 1979.
5. *Пугачёв В. С.* Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / В. С. Пугачёв. – М.: Наука, 1979.
6. *Малошевский С. Г.* Теория вероятностей: учебное пособие / С. Г. Малошевский. – СПб.: ПГУПС, 2000.
7. *Чистяков В. П.* Курс теории вероятностей: учебник / В. П. Чистяков. – М.: Наука, 1987.
8. *Кремер Н. Ш.* Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / Н. Ш. Кремер. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002.