

### ЗАДАЧИ К ИНДИВИДУАЛЬНОМУ ДОМАШНЕМУ ЗАДАНИЮ №3

1. За интервал времени  $\Delta t$  после начала движения амплитуда затухающих колебаний уменьшилась вдвое. Как за это время изменилась механическая энергия осциллятора? За какое время энергия уменьшится вдвое?

Ответ:  $W_0/4$ ;  $\Delta t/2$

2. Колеблющаяся точка совершает затухающие колебания. Амплитуда первого колебания 1 мм, логарифмический декремент затухания 0.002. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до полного затухания колебаний.

Ответ: 2 м

3. Начальная амплитуда колебаний маятника равна 3 см. Через 10 с она равна 1 см. Через сколько времени амплитуда колебаний будет равна 0.3 см?

Ответ: 21 с

4. Найти логарифмический декремент затухания колебаний математического маятника длиной 0.8 м, если его начальная амплитуда  $5^\circ$ , а через 5 мин она уменьшается до  $0.5^\circ$ .

Ответ: 0.014

5. Три последовательных крайних положения качающейся стрелки гальванометра пришлись против делений  $n_1 = 20.0$ ;  $n_2 = 5.6$  и  $n_3 = 12.8$ . Считая декремент затухания постоянным, определить деление, соответствующее положению равновесия стрелки.

Ответ: 10.4

6. Груз, свободно колеблющийся на пружине, за 0.01 с сместился с расстояния 0.5 см от положения равновесия до максимального отклонения, равного 1 см. Найти период колебаний

Ответ: 0.12 с

7. Через сколько времени энергия колебаний камертона с частотой 600 Гц уменьшится в  $10^6$  раз, если логарифмический декремент затухания равен 0.002?

Ответ: 14 с

8. Амплитуда затухающих колебаний уменьшается за период в 3 раза. На сколько процентов период затухающих колебаний больше, чем период при отсутствии затухания?

Ответ: 1.5%

9. Период малых колебаний шарика, подвешенного на пружине, равен  $T = 0,5$  с. Пренебрегая массой пружины, найти статическое удлинение пружины  $x$  под действием веса того же шарика.

Ответ:  $x \approx 6,2$  см

10. Небольшой шарик массы  $m$ , летящий горизонтально, со скоростью  $v$ , ударяется в вертикально расположенную упругую сетку. Считая, что сила взаимодействия шарика с сеткой прямо пропорциональна величине деформации с коэффициентом  $k$ , определить время  $t$ , за которое сетка получит максимальную деформацию.

Ответ:  $t = (\pi/2)(m/k)^{1/2}$ .

11. Шарик массы  $m$  подвешен на двух последовательно соединенных пружинах с коэффициентами упругости  $k_1$  и  $k_2$ . Определить период его вертикальных колебаний.

Ответ:  $T = 2\pi (m(1/k_1 + 1/k_2))^{1/2}$

12. На доске лежит груз массы 1 кг. Доска совершает гармонические колебания в вертикальном направлении с периодом  $T = 1/2$  с и амплитудой  $A = 1$  см. Определить величину силы давления  $F$  на доску.

Ответ:  $F = (9.8 + 1.58 \cos 4\pi t) \text{ Н}$

13. Академик А.Ф. Иоффе для определения амплитуды колебания ножки камертона подносил к ней стальной шарик на нити вплоть до соприкосновения шарика с ножкой. Какова амплитуда  $A$  колебания ножки камертона, если максимальный подъем шарика при многочисленных опытах после одного отскока оказался равным  $H$ ? Частота колебаний ножки камертона  $\nu$ . Масса шарика много меньше массы камертона.

Ответ:  $A = (1/2\pi \nu)(gH/2)^{1/2}$

14. Горизонтальная мембрана совершает синусоидальные колебания с круговой частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$ . На мембране лежит маленький грузик. При каком условии грузик будет колебаться вместе с мембраной и при каком начнет подскакивать?

15. Материальная точка (например, шарик на пружине) под действием квазиупругой силы  $F = -kx$  совершает колебания вдоль оси  $X$  относительно положения равновесия. Показать, что средние по времени значения кинетической и потенциальной энергий при таких колебаниях равны.

16. Обруч катится по горизонтальной дороге со скоростью 2 м/с. На какое максимальное расстояние обруч может вкатиться на горку с уклоном 10 м на каждые 100 м пути?

Ответ: 4 м.

17. Во сколько раз отличаются времена скатывания обруча и диска, имеющие одинаковую массу и радиус, с одной наклонной плоскости? Начальная скорость тел равна нулю.

Ответ: 1,15.

18. На боковой поверхности диска массой  $m$  и радиусом  $R$  приклеены два одинаковых маленьких диска массой  $m/4$  каждый и радиусом  $R/2$  так, что центры дисков расположены симметрично относительно диаметра большого диска. Расстояние между центрами малых дисков  $R$ . Диск катится по горизонтальной поверхности со скоростью  $V$ . Определить кинетическую энергию системы.

Ответ:  $19mV^2/16$ .

19. К ободу однородного диска радиусом 0,2 м, ось вращения которого проходит через центр диска, приложена постоянная касательная сила 98,1 Н. При вращении в оси диска действует момент сил трения 5 Н·м. Определить массу диска, если он вращается с угловым ускорением  $100 \text{ рад/с}^2$ .

Ответ: 7,4 кг.

20. Маховое колесо, имеющее момент инерции  $245 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , вращается, делая 20 об/с. Через 1 минуту после того, как на колесо перестал действовать вращающий момент, оно

остановилось. Определить: 1) момент сил трения; 2) число оборотов, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил.

Ответ: 1)  $510 \text{ Н} \cdot \text{м}$  ; 2) 600 оборотов.

21. Диск и шар одинаковой массы и радиуса вкатываются на наклонную плоскость с одинаковой начальной скоростью. Как соотносятся максимальные высоты подъема этих тел?

Ответ: 30/28.

22. Однородный стержень длиной 85 см подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую минимальную скорость необходимо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?

Ответ: 7,1 м/с.

23. Шар скатывается без скольжения с наклонной плоскости, имеющей наклон к горизонту  $30^\circ$ . Определить ускорение центра тяжести.

Ответ:  $3,5 \text{ м/с}^2$ .

24. Сплошной маховик массой 20 кг и радиусом 120 мм вращается, совершая 600 об/мин. С какой силой нужно прижать к нему тормозную колодку, чтобы он остановился за 3 с, если коэффициент трения между колодкой и маховиком равен 0,1?

Ответ: 0,25 кН.

25. Маховик, момент инерции которого  $40 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  , начал вращаться равноускоренно из состояния покоя под действием момента силы  $20 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Равноускоренное движение продолжалось в течение 10 с. Определить кинетическую энергию, приобретенную маховиком.

Ответ: 500 Дж.

26. Какой путь пройдет катящийся без скольжения диск, поднимаясь вверх по наклонной плоскости с углом наклона  $30^\circ$ , если ему сообщена начальная скорость 7 м/с, параллельная наклонной плоскости?

Ответ: 7,5 м.

27. Стержень длиной 1,5 м и массой 10 кг может вращаться вокруг неподвижной оси, проходящей через верхний конец. В середину стержня ударяет пуля массой 10 г, летящая в горизонтальном направлении со скоростью 500 м/с, и застревает в нем. На какой угол отклонится стержень после удара?

Ответ:  $9^\circ 20'$  .

28. Какую скорость приобретают сплошной и полый цилиндры, скатившись без скольжения с наклонной плоскости высотой 1 м? Какую скорость имели бы эти цилиндры, соскальзывая с той же плоскости без трения?

Ответ: 3,6 м/с , 3,1 м/с , 4,4 м/с.

29. Кинетическая энергия вращающегося маховика 1 кДж. Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав 80 оборотов, остановился. Определить тормозящий момент.

Ответ:  $2 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

30. Маховое колесо начинает вращаться с постоянным угловым ускорением  $0,5 \text{ рад/с}^2$  и через 15 с после начала движения приобретает момент импульса  $73,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$ . Определить кинетическую энергию колеса через 20 с после начала движения.

Ответ: 490 Дж.

**31.** Стержень длиной 0,6 м и массой 0,1 кг может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, проходящей через его конец. К нижнему концу стержня прикреплен шар массой 0,2 кг радиусом 0,1 м. Стержень отклонили на угол  $90^\circ$  от вертикали и отпустили. Определить максимальную угловую скорость стержня.

Ответ: 5,5 рад/с.

**32.** Однородный тонкий стержень длиной 20 см вертикально стоит на горизонтальной поверхности. Утратив равновесие, стержень начинает падать. Определить максимальную линейную скорость верхнего конца стержня. Начальную угловую скорость стержня принять равной нулю.

Ответ: 2,4 м/с.

**33.** Шар массой 1 кг катится без скольжения, ударяется о стенку и откатывается от нее. Скорость шара до удара 10 см/с, после удара 8 см/с. Определить количество тепла, выделившегося при ударе.

Ответ: 2,5 мДж.

**34.** На барабан намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 2 кг. Масса барабана 9 кг. Найти ускорение груза, считая барабан сплошным однородным цилиндром. Трением пренебречь.

Ответ:  $3 \text{ м/с}^2$ .

**35.** Однородный диск массой  $m$  и радиусом  $R$  раскрутили до угловой скорости  $\omega$  и осторожно положили на горизонтальную поверхность. Сколько времени диск будет вращаться на поверхности, если коэффициент трения между диском и поверхностью равен  $k$ ? Давление диска на поверхность считать равномерным.

Ответ:  $3\omega R / 4kg$ .

**36.** Тело качается около горизонтальной оси с периодом 0,5 с. Если к нему прикрепить грузик массой 50 г на расстоянии 10 см ниже оси качания, то тело будет качаться с периодом 0,6 с. Найти момент инерции тела относительно оси качания.

Ответ:  $1200 \text{ г} \cdot \text{см}^2$ .

**37.** Верхний конец стальной проволоки диаметром 0,5 мм и длиной 80 см закреплен. К нижнему концу проволоки прикреплен шар массой 2 кг и диаметром 10 см. Если шар повернуть на некоторый угол вокруг вертикальной оси и отпустить, он будет совершать крутильные колебания. Найти период колебаний шара. Модуль Юнга для стали 200 ГПа.

Ответ: 11,5 с

**38.** Шар радиусом 5 см подвешен на нити длиной 10 см. Определить погрешность периода колебаний, которую мы допускаем, приняв его за математический маятник длиной 15 см.

Ответ: 2,2%

**39.** Тонкая прямоугольная пластинка может качаться около горизонтальной оси, совпадающей с верхней стороной пластинки. Длина другой стороны, перпендикулярной этой оси,  $l$ . Найти период колебаний пластинки.

Ответ:  $2\pi\sqrt{2l/3g}$

**40.** Однородный стержень длиной  $l = 1 \text{ м}$  и массой  $m = 0,5 \text{ кг}$  вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением  $s$  вращается стержень, если на него действует момент сил  $M = 98,1 \text{ мН} \cdot \text{м}$ ?

Ответ: 2,35 рад/с<sup>2</sup>

41. Маховик, момент инерции которого  $I = 63,6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  вращается с угловой скоростью  $\omega = 31,4 \text{ рад/с}$ . Найти момент сил торможения  $M$ , под действием которого маховик останавливается через время  $t = 20 \text{ с}$ . Маховик считать однородным диском.

Ответ: 100 Н.

42. Маховик радиусом  $R = 0,2 \text{ м}$  и массой  $m = 10 \text{ кг}$  соединен с мотором при помощи приводного ремня. Сила натяжения ремня, идущего без скольжения,  $T = 14,7 \text{ Н}$ . Какую частоту вращения  $\omega$  будет иметь маховик через время  $t = 10 \text{ с}$  после начала движения? Маховик считать однородным диском. Трением пренебречь.

Ответ: 23,4 об/с.

43. Две гири с массами  $m_1 = 2 \text{ кг}$  и  $m_2 = 1 \text{ кг}$  соединены нитью, перекинутой через блок массой  $M = 1 \text{ кг}$ . Найти ускорение  $a$ , с которым движутся гири, и силы натяжения  $T_1$  и  $T_2$  нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.

Ответ: 2,8 м/с<sup>2</sup>; 14 Н; 12,6 Н.

44. На барабан массой  $m_0 = 9 \text{ кг}$  намотан шнур, к концу которого привязан груз массой  $m = 2 \text{ кг}$ . Найти ускорение  $a$  груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.

Ответ: 3 м/с<sup>2</sup>.

45. На барабан радиусом  $R = 20 \text{ см}$ , момент инерции которого  $I = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , намотан шнур, к концу которого привязан груз массой  $m = 0,5 \text{ кг}$ . До начала вращения барабана высота груза над полом  $h_0 = 1 \text{ м}$ . Через какое время  $t$  груз опустится до пола? Найти кинетическую энергию  $W_k$  груза в момент удара о пол и силу натяжения нити  $T$ . Трением пренебречь.

Ответ: 0,82 Дж; 4,1 Н.

46. Две гири с разными массами соединены нитью, перекинутой через блок, момент инерции которого  $I = 50 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  и радиус  $R = 20 \text{ см}$ . Момент сил трения вращающегося блока  $M_{\text{тр}} = 98,1 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Найти разность сил натяжения нити  $T_1 - T_2$  по обе стороны блока, если известно, что блок вращается с угловым ускорением  $\varepsilon = 2,36 \text{ рад/с}^2$ . Блок считать однородным диском.

Ответ: 1,08 кН.

47. Шар диаметром  $D = 6 \text{ см}$  и массой  $m = 0,25 \text{ кг}$  катится без скольжения по горизонтальной плоскости с частотой вращения  $\nu = 4 \text{ об/с}$ . Найти кинетическую энергию  $W_k$  шара.

Ответ: 0,1 Дж.

48. Шар массой  $m = 1 \text{ кг}$  катится без скольжения, ударяется о стенку и откатывается от нее. Скорость шара до удара о стенку  $V = 10 \text{ см/с}$ , после удара  $U = 8 \text{ см/с}$ . Найти количество теплоты  $Q$ , выделившееся при ударе шара о стенку.

Ответ: 2,5 мДж.

49. Кинетическая энергия вала, вращающегося с частотой  $\nu = 5 \text{ об/с}$ ,  $W_k = 60 \text{ Дж}$ . Найти момент импульса  $L$  вала.

Ответ: 7,6 кг · м<sup>2</sup>/с.

50. Мальчик катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью  $V = 7,2 \text{ км/ч}$ . На какое расстояние  $S$  может вкатиться обруч на горку за счет его кинетической энергии? Уклон горки равен 10 м на каждые 100 м пути.

Ответ: 4,1 м.