Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Национальный минерально-сырьевой университет «Горный»

Кафедра общей и технической физики

ФИЗИКА

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

Методические указания к расчётно-графическим работам и варианты заданий для студентов бакалавриата направления 220700

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2014

ВВЕДЕНИЕ

В условиях значительного сокращения лекций и часов, отводимых на практические занятия по физике, единственным способом улучшить усвоение материала учебной программы является самостоятельная работа студента. В решении этой проблемы может помочь выполнение студентом индивидуального расчетно-графического задания (РГР). При выполнении РГР студенту приходится сочетать теоретические знания и практические навыки решения задач. Кроме того, у него формируется умение определить, описать и объяснить физические понятия, явления, процессы и величины.

При этом студент приобретает следующие навыки:

- проводить самостоятельный поиск необходимой информации с использованием учебных, справочных и научно-популярных изданий, ресурсов Интернета;
- применять математический аппарат для аналитического решения физических задач;
- анализировать, выполнять сравнительную оценку и делать выводы по результатам своей работы;
- использовать в решениях и представлении результатов (в виде рисунков, схем, таблиц и графиков) компьютерное программное обеспечение.

Для повышения эффективности самостоятельной работы студентов в данном пособии приведены краткие теоретические сведения и разобраны примеры решения и оформления задач.

В приложении представлены справочные материалы, рекомендации к решению задач и содержанию отчета по РГР.

Расчетно-графическое задание включает четыре типовые задачи по следующим темам атомной и ядерной физики:

1. Теория атома Бора.
2. Волновые свойства микрочастиц.
3. Радиоактивный распад.

1. ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ ОТЧЕТА И К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО РАСЧЕТНО – ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЕ

При выполнении расчетно-графических работ по общей физике рекомендуется оформить отчет в печатном виде на листах формата А4 следующего содержания:

1. Титул в соответствии с требованиями вуза.

2. Формулировка задания в соответствии со своим вариантом.

3. Теоретические основы работы.

В краткое содержание теоретической части работы необходимо включить:

- явления или процессы, изучаемые в РГР.
- определения основных физических понятий, объектов, процессов и величин.
- законы и соотношения, описывающие изучаемые процессы.
- пояснение к физическим величинам, входящим в формулы, и единицы их измерения.

4. Решение задач РГР.

При решении задач необходимо:

– выполнить рисунок или начертить схему;

– сопровождать применяемые формулы и законы пояснениями, мотивирующими решение;

– представить результат в общем виде, т. е. преобразовать выражение для определяемой величины так, чтобы в него входили лишь буквенные обозначения величин, заданных в условии задачи, и необходимые физические константы;

– проверить размерность полученного результата;

– выполнить необходимые вычисления и представить результат в Международной системе единиц;

– сформулировать полный ответ в соответствии с вопросом задачи.

5. Графический материал.

– представить таблицы с данными для построения графиков;

– указать аналитическое выражение функциональной зависимости, которую необходимо построить;

– указать на осях координат физические величины и единицы их измерения.

6. Анализ и выводы по результатам работы.

2. УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ К РАЗДЕЛАМ «АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА»

Основные формулы

Фотон – это квант электромагнитного излучения. Этот термин используется, когда электромагнитное излучение проявляет корпускулярные свойства. Фотон движется со скоростью $c = 3 \cdot 10^8$ м с. Масса покоя равна нулю, т. е. фотон не существует в состоянии покоя. Фотон не имеет электрического заряда.

Энергия фотона

$$\varepsilon_\gamma = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda},$$

где $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Дж с – постоянная Планка,; ν – частота излучения; $\hbar = h\,(2\pi) = 1{,}055 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка,; ω – циклическая (круговая) частота излучения; λ – длина волны излучения; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме.

Импульс фотона

$$p_\gamma = \frac{h\nu}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Проекция собственного момента импульса (проекция спина) фотона на направление движения равна $\hbar$.

Радиусы орбит электрона в водородоподобном атоме

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{Ze^2m}n^2 = \frac{a_0}{Z}n^2,$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная, ; Z – порядковый номер элемента в системе Менделеева; e – элементарный электрический заряд; m – масса электрона; n – номер стационарной орбиты (главное квантовое число), n = 1, 2, 3 ...; $a_0 = 0{,}529 \cdot 10^{-10}$ м – боровский радиус.

Кинетическая энергия электрона в водородоподобном атоме

$$E_n^{\text{кин}} = \frac{mZ^2e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\ \frac{1}{n^2} = Z^2E_i\frac{1}{n^2},$$

где E_i – энергия ионизации атома водорода, $E_i = 13{,}6$ эВ.

Потенциальная энергия электрона в водородоподобном атоме

$$E_n^{\text{пот}} = -\frac{mZ^2e^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\ \frac{1}{n^2} = -2\ Z^2E_i\frac{1}{n^2}.$$

Полная энергия электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = -\frac{mZ^2e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\ \frac{1}{n^2} = -Z^2E_i\frac{1}{n^2}.$$

Обобщенная формула Бальмера для водородоподобных атомов

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

где λ – длина волны спектральных линий в спектре атома водорода; $R = 1{,}097 \cdot 10^7$ м$^{-1}$ – постоянная Ридберга; n_1 и n_2 – номера стационарных орбит электрона, n_1 определяет серию (n_1 = 1, 2, 3 ...), а n_2 определяет отдельные линии соответствующей серии ($n_2 = n_1 + 1,\ n_1 + 2$ ...). Серии Лаймана соответствует $n_1 = 1$, серии Бальмера – $n_1 = 2$, серии Пашена – $n_1 = 3$, серии Брэкета – $n_1 = 4$, серии Пфунда – $n_1 = 5$, серии Хэмфри – $n_1 = 6$.

Связь дебройлевской длины волны частицы с ее импульсом:

$$\lambda_{Б} = \frac{h}{p}.$$

Импульс частицы и его связь с кинетической энергией $E_{кин}$:

– нерелятивистский импульс ($\upsilon << c$)

$$\vec{p} = m_0 \vec{\upsilon}; \qquad p = \sqrt{2 m_0 E_{кин}};$$

– релятивистский импульс

$$\vec{p} = m \vec{\upsilon} = \frac{m_0 \vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\beta^2}}; \qquad p = \frac{1}{c}\sqrt{E_{кин}\left(E_{кин} + 2E_0\right)},$$

где m – релятивистская масса; $\vec{\upsilon}$ – скорость частицы; m_0 – масса покоя; β – отношение скорости частицы к скорости света в вакууме, $\beta = \upsilon/c$; E_0 – энергия покоя, $E_0 = m_0 c^2$.

Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом ${}^{A}_{Z}X$, где X – символ химического элемента; Z – зарядовое число (атомный номер); A – массовое число (число нуклонов в ядре).

Радиус ядра определяется соотношением

$$R = R_0 A^{1/3},$$

где R_0 – коэффициент пропорциональности, который можно считать для всех ядер постоянным и равным $1{,}4 \cdot 10^{-15}$ м. Число нейтронов в ядре равно $N = A - Z$.

Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 \exp(-\lambda t),$$

где N_0 – начальное число радиоактивных ядер в момент времени t=0, N – число нераспавшихся радиоактивных ядер в момент времени t, λ - постоянная распада. Время, за которое распадается половина первоначального количества ядер, называется периодом полураспада:

$$T = \ln 2 / \lambda = 0{,}693 / \lambda .$$

Среднее время жизни радиоактивного ядра: $\tau = 1/\lambda$. Число распадов ядер вещества в единицу времени называется активностью вещества:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N = \lambda N_0 \exp(-\lambda t) = A_0 \exp(-\lambda t).$$

Удельной активностью вещества называют активность, отнесённую к единице массы вещества.

Дефект масс ядра

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_я = Z m_H + (A - Z) m_n - m_a ,$$

где m_H, m_p, m_n, m_a и $m_я$ – масса атома водорода, протона, нейтрона, атома и ядра соответственно, Z и A – зарядовое и массовое числа.

Энергия связи ядра

$$E_{св} = c^2 \Delta m .$$

Удельная энергия связи – энергия связи, приходящаяся на один нуклон:

$$\varepsilon_{св} = E_{св} / A .$$

Энергия ядерной реакции

$$Q = c^2 (m_1 + m_2 - \sum m_i'),$$

где m_1 и m_2 – массы покоя частиц, вступающих в реакцию, $\sum m_i'$ – сумма масс покоя частиц, образовавшихся в результате реакции.

3. ТЕМЫ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОГО ЗАДАНИЯ

3.1. Теория Бора водородоподобных атомов

Задача 1

После возбуждения атомов исследуемого вещества наблюдаются линии спектра, соответствующие переходу электрона в водородоподобном атоме с орбиты k на орбиту n, при котором излучается фотон с энергией ε. Необходимо определить неизвестные величины, отмеченные вопросительным знаком в таблице 1, и показать на энергетической диаграмме, на какие энергетические уровни возможны переходы данного электрона.

Таблица 1

Вариант	k	n	Спектральная серия	Z	Определяемая характеристика спектральной линии		
					Длина волны λ, мкм	Частота $\nu \cdot 10^{15}$ Гц	Энергия фотона ε, эВ
1	4	?	Бальмера	1	?	?	?
2	6	?	Бальмера	2	?	?	?
3	2	?	Лаймана	?	?	?	92
4	3	?	Лаймана	2	?	?	?
5	5	?	Лаймана	2	?	?	?
6	5	?	Пашена	?	?	?	15,5
7	4	?	Пашена	2	?	?	?
8	3	?	Лаймана	?	?	?	302,9
9	4	1	?	3	?	?	?
10	3	1	?	2	?	?	?
11	2	1	?	6	?	?	?
12	4	3	?	5	?	?	?
13	6	?	Брэкета	2	?	?	?
14	6	?	Брэкета	4	?	?	?
15	3	4	?	3	?	?	?
16	4	1	?	?	?	49,4	?
17	2	1	?	?	?	61,7	?
18	2	1	?	4	0,007596	?	?

Продолжение табл. 1

19	7	?	Пфунда	2	?	?	?
20	6	?	Пфунда	3	?	?	?
21	5	?	Бальмера	3	?	?	?
22	4	?	Лаймана	3	?	?	?
23	6	?	Брэкета	3	?	?	?
24	7	?	Брэкета	2	?	?	?
25	5	?	Лаймана	3	?	?	?
26	3	?	Бальмера	?	?	?	17,01

3.2. Волновые свойства микрочастиц

Задача 2

Пучок электронов, ускоренный разностью потенциалов U до скорости υ, которому соответствует длина волны Дебройля λ, падает на поверхность монокристалла. Дифракционная картина, образованная отраженными электронами, регистрируется на люминесцентном экране. При падении пучка под углом θ к грани кристалла наблюдается максимум k-го порядка. Расстояние между атомными плоскостями кристалла равно d. Определить величины, отмеченные в таблице 2 вопросительным знаком.

Таблица 2

Вариант	U, В	υ, Мм/с	θ, град	k	$\lambda \cdot 10^{-10}$, м	d, нм
1	90,5	?	?	2	?	0,296
2	?	4	?	2	?	0,296
3	1500	?	?	3	?	0,236
4	?	25,1	?	3	?	0,236
5	?	19,6	?	3	?	0,236
6	?	200	?	4	?	0,268
7	?	220	?	3	?	0,268
8	800	?	16	3	?	?
9	300	?	21,1	3	?	?
10	1000	?	14,3	3	?	?
11	15	?	40	3	?	?

Продолжение табл. 2

12	17	?	28	3	?	?
13	?	13,3	?	2	?	0,296
14	?	112	?	3	?	0,234
15	?	?	48,7	2	2,22	?
16	?	?	18,1	3	0,614	?
17	13	?	25	3	?	?
18	1300	?	12,5	?	?	0,236
19	600	?	12,3	?	?	0,236
20	75000	?	1,59	?	?	0,234
21	?	124	1,31	?	?	0,234
22	?	23,7	11,2	?	?	0,236
23	?	3	?	1	?	0,501
24	?	6	?	3	?	0,81
25	?	5	60	3	?	?
26	10	?	30	2	?	?

3.3. Радиоактивный распад

Задача 3.

Радиоактивный образец массой M содержит в начальный момент времени X_0 % радионуклида ${}^{A}_{Z}X_{N}$. Через время τ процентное содержание радионуклида уменьшилось до X %. Период полураспада радионуклида равен T. При этом образец с теплоемкостью c, помещенный в термостат, нагрелся на Δt градусов Цельсия. В таблицах 3 и 4 указаны основной канал распада радионуклида, энергия испущенного электрона (позитрона) ε_β, энергия испущенного γ-кванта ε_γ, энергией нейтрино (антинейтрино) пренебречь. Необходимо определить неизвестные величины, отмеченные в таблице 3 вопросительным знаком. Условие задачи соответствуют двум типам распада - β^- и β^+. В первом случае ядром испускается электрон ${}^{0}_{-1}e$ и электронное антинейтрино ${}^{0}_{0}\tilde{\nu}$, во втором - позитрон ${}^{0}_{+1}e$, который является античастицей электрона, и электронное нейтрино ${}^{0}_{0}\nu$. При расчете полной выделившейся в результате распада тепловой энер-

гии во втором случае следует учесть, что позитрон обязательно вступает в реакцию (аннигилирует) с каким-либо электроном образца.

Таблица 3

Вариант	X_0 10^{-6} %	X 10^{-6} %	M, кг	Вещество образца	Δt	t
1	?	1	10	*Al*	100	?
2	?	?	15	*Al*	50	5 мин
3	?	?	20	*Al*	100	5 с
4	?	?	5	*Cu*	30	10 суток
5	?	?	10	H_2O	50	2 ч
6	?	?	15	H_2O	60	2 с
7	?	?	20	H_2O	40	5 мин
8	2	?	1	*Fe*	?	10 с
9	1	?	2	*Fe*	?	5 с
10	?	2	5	*Fe*	?	5 ч
11	?	3	6	*Ag*	20	?
12	1	?	7	*Ag*	10	?
13	2	?	8	*Ag*	20	?
14	2	1	1	*Ag*	20	?
15	3	1	2	*Cu*	?	?
16	4	1	3	*Cu*	?	?
17	2	1	4	*Cu*	?	?
18	?	1	5	*Cu*	50	?
19	?	2	6	*Al*	45	?
20	3	1	4	*Cu*	?	?
21	?	2	4	*Al*	42	?
22	?	1,2	4	*Fe*	60	?
23	?	1,5	3	*Ag*	?	55 мин
24	?	2	6	*Pb*	?	20 мин
25	?	1	7	*Pb*	70	?
26	1	?	5	*Al*	?	16 с

Таблица 4

Вариант	Период полураспада, T	Реакция	Энергии излучаемых частиц	
			ε_β, МэВ	ε_γ, кэВ
1	9,96 мин	$^{13}_{7}N \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{+1}e + ^{0}_{0}\nu$	1,2	
2	2,5 мин	$^{30}_{15}P \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{+1}e + ^{0}_{0}\nu + \gamma$	3,2	2235
3	2,58 мин	$^{31}_{16}S \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{+1}e + ^{0}_{0}\nu + \gamma$	4,4	1266
4	14,3 сут	$^{32}_{15}P \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu}$	1,7	
5	2,62 ч	$^{31}_{14}Si \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	1,5	1266
6	59,6 с	$^{25}_{11}Na \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	3,8	975
7	3,38 мин	$^{24}_{10}Ne \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	2	874
8	4,23 с	$^{22}_{9}F \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	5,5	1275
9	13,5 с	$^{20}_{8}O \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	2,8	1057
10	3,54 ч	$^{92}_{39}Y \to ^{A}_{Z}X + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	3,6	934
11	2,71 ч	$^{92}_{38}Sr \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	0,6	1384
12	1,6 ч	$^{75}_{35}Br \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{+1}e + ^{0}_{0}\nu + \gamma$	1,7	287
13	53,5 с	$^{112}_{51}Sb \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{+1}e + ^{0}_{0}\nu + \gamma$	4,8	1257
14	4,5 мин	$^{108}_{44}Ru \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	1,3	168
15	21,7 мин	$^{107}_{45}Rh \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	1,2	303
16	18,2 мин	$^{104}_{43}Tc \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	5,1	358
17	1 мин	$^{104}_{42}Mo \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	2,2	69
18	1,5 с	$^{103}_{41}Nb \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	5,4	103
19	7,1 с	$^{100}_{40}Zr \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	2,8	504
20	18,7 мин	$^{94}_{39}Y \to ^{A}_{Z}X + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	4,9	919
21	2,52 ч	$^{66}_{28}Ni \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	2	1482
22	42,9 мс	$^{29}_{11}Na \to ^{A}_{Z}Y + ^{0}_{1}e + ^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	13,4	2560

Продолжение табл. 4

23	2,83 ч	${}^{38}_{16}S \to {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	1,09	1942
24	17,8 мин	${}^{45}_{19}K \to {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	2,3	174
25	21,1 с	${}^{57}_{36}Cr \to {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\tilde{\nu} + \gamma$	5,1	83
26	11,3 с	${}^{23}_{12}Mg \to {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu + \gamma$	3,1	450

4. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. (Вариант 26)

В спектре излучения водородоподобного атома наблюдается линия серии Бальмера, соответствующая излучению фотона с энергией $E = 17{,}01$ эВ. Приэтом электрон находился на возбужденном уровне с номером $k = 3$. Найти номер орбиты n, на которую переходит электрон, заряд ядра Z, длину волны λ и частоту ν испущенного фотона. Показать на энергетической диаграмме возможные переходы для данного электрона.

Поскольку по условию задачи известно, что линия принадлежит серии Бальмера, это значит, что $n = 2$.

Из теории Бора для водородоподобных атомов известно, что энергия испущенного фотона определяется формулой

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = RhcZ^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

где $R = 1{,}097 \cdot 10^7$ м$^{-1}$ – постоянная Ридберга; $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка. Значение энергии фотона переведем в Дж:

$$E = 17{,}01 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 2{,}7216 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}.$$

Тогда искомое значение Z можно найти из формулы

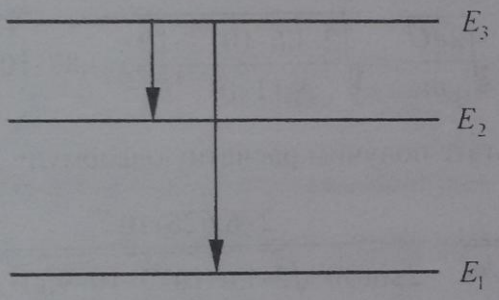
$$Z = \sqrt{\frac{E}{hcR}} \cdot \frac{nk}{\sqrt{k^2 - n^2}} = \sqrt{\frac{2{,}7216 \cdot 10^{-18}}{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 1{,}097 \cdot 10^7 \cdot 3 \cdot 10^8}} \cdot \frac{6}{\sqrt{9-4}} = 3.$$

Таким образом, $Z = 3$, и, следовательно, атом, в котором произошел переход, является литием. Теперь можно найти частоту испущенного фотона и длину волны

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{2{,}7216 \cdot 10^{-18}}{6{,}626 \cdot 10^{-34}} = 4{,}107 \cdot 10^{15} \text{ Гц}.$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{4{,}107 \cdot 10^{15}} = 7{,}305 \cdot 10^{-8} \text{ м} = 73{,}05 \text{ нм}.$$

Электрон, рассмотренный в данной задаче находился на орбите с $k = 3$, откуда он может перейти на орбиты с номерами $n = 1$ и $n = 2$. В результате энергетическая диаграмма будет выглядеть следующим образом



Задача 2. (Вариант 26)

Пучок электронов, ускоренный разностью потенциалов $U = 10$ В, падает на поверхность монокристалла. Дифракционная картина, образованная отраженными электронами, регистрируется на люминесцентном экране. При падении пучка электронов под углом $\theta = 30°$ к грани кристалла наблюдается максимум $k = 2$ порядка. Найти расстояние между атомными плоскостями кристалла d и скорость электрона υ.

Дифракция электронов на моно кристалле определяется формулой Вульфа-Брегга:

$$2d \sin\theta = k\lambda.$$

Длина волны, соответствующая электрону, определяется формулой де Бройля $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2E_k m}}$, где $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона; $E_k = eU$ - кинетическая энергия электрона; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ - заряд электрона.

Следует заметить, что при решении задачи использована формула де Бройля в нерелятивистской форме, поскольку ускоряющая разность потенциалов мала, и приобретаемая электроном кинетическая энергия много меньше энергии покоя электрона 0,511 МэВ.

Теперь можно найти скорость нерелятивистского электрона из соотношения $E_k = \dfrac{m\upsilon^2}{2} = eU$, тогда

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 1{,}87 \cdot 10^{6} \text{ м/с}.$$

В результате получим расчетную формулу для d:

$$d = \frac{kh}{2\sin\theta\sqrt{2eUm}} = \frac{2 \cdot 6{,}626 \cdot 10^{-34}}{2\sin 30^{\circ}\sqrt{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 0{,}776 \text{ нм}.$$

Задача 3. (Вариант 26)

Радиоактивный образец из алюминия массой $M = 5$ кг в начальный момент времени содержит $X_0 = 10^{-6}\%$ радионуклида $^{23}_{12}Mg$. Его период полураспада равен $T = 11{,}3$ с. Энергии испущенных в результате ядерной реакции позитрона и фотона равны соответственно 3,1 МэВ и 450 кэВ. Найти процентное содержание радионуклида X спустя $\tau = 16$ с и изменение температуры образца, помещенного в термостат, если удельная теплоемкость алюминия $c = 896$ Дж/(кг·К). Определить какое ядро образуется в результате ядерной реакции. Построить в полулогарифмическом масштабе график временной зависимости радиоактивности ядра $^{23}_{12}Mg$.

Найдем начальную массу радионуклида в образце:

$$m_0 = \frac{X_0}{100} M = \frac{10^{-6}}{100} 5 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ кг.}$$

Массу радионуклида, оставшегося в образце спустя $\tau = 16$ с, можно найти из закона радиоактивного распада:

$$m = m_0 2^{-\frac{\tau}{T}} = 5 \cdot 10^{-8} \cdot 2^{-\frac{16}{11,3}} = 1,874 \cdot 10^{-8} \text{ кг.}$$

Поскольку масса образца на несколько порядков превышает суммарную массу радионуклидов $m_0 << m$, можно пренебречь изменением массы образца за счет ядерных превращений.

Тогда спустя $\tau = 16$ с процентное содержание радионуклида в образце будет равно

$$X = \frac{m}{M} 100 = \frac{1,874 \cdot 10^{-8}}{5} \cdot 100 = 37,48 \cdot 10^{-8} \text{ \%.}$$

Теперь вычислим массу и число распавшихся ядер:

$$\Delta m = m_0 - m = (5 - 1,874) \cdot 10^{-8} = 3,126 \cdot 10^{-8} \text{ кг;}$$

$$\Delta N = \frac{\Delta m}{\mu} \cdot N_A = \frac{3,126 \cdot 10^{-8}}{23 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 8,185 \cdot 10^{17},$$

где $\mu = 23 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная масса радионуклида ${}^{23}_{12}Mg$; $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро.

Как следует из таблицы 4, энергия испущенного позитрона равна $\varepsilon_\beta = 3,1$ МэВ, а энергия испущенного γ-кванта - $\varepsilon_\gamma = 450$ кэВ $= 0,45$ МэВ.

Образовавшийся позитрон аннигилирует с электроном вещества образца согласно реакции:

$${}^{+1}_{0}e + {}^{-1}_{0}e \rightarrow 2\gamma,$$

в результате возникают два фотона с энергией, равной сумме энергий покоя электрона и позитрона

$$\varepsilon' = 2m_0c^2 = 2 \cdot 0{,}511 \text{ МэВ} = 1{,}022 \text{ МэВ}.$$

Полная тепловая энергия, выделившаяся при распаде одного ядра изотопа ${}^{23}_{12}Mg$, будет равна сумме кинетических энергий всех испущенных элементарных частиц, при этом кинетической энергии ядра в силу ее малости можно пренебречь:

$$\varepsilon = \varepsilon' + \varepsilon_e + \varepsilon_\gamma = 2 \cdot 0{,}511 + 3{,}1 + 0{,}45 = 4{,}572 \text{ МэВ} =$$

$$= 4{,}572 \cdot 10^6 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} = 7{,}324 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$$

Тогда выделившуюся в радиоактивном образце тепловую энергию можно представить в виде

$$E = \Delta N \cdot \varepsilon = 8{,}185 \cdot 10^{17} \cdot 7{,}324 \cdot 10^{-13} = 5{,}995 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Будем считать, что вся тепловая энергия E превратится в теплоту нагрева алюминиевого образца:

$$E = Q = cM\Delta t.$$

В результате искомое изменение температуры алюминиевого образца будет равно:

$$\Delta t = \frac{Q}{cM} = \frac{5{,}995 \cdot 10^5}{896 \cdot 5} = 133{,}8\ ^\circ C.$$

Теперь ответим на вопрос задачи о том, какое ядро ${}^{A}_{Z}Y$ образуется в конце реакции

$${}^{23}_{12}Mg \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu + \gamma.$$

Для ответа на вопрос задачи воспользуемся законами сохранения зарядового и массового числа:

$$23 = A + 0 + 0; \qquad 12 = Z + 1 + 0.$$

При этом учтено, что у фотона $A=0;\ Z=0$, а у позитрона $A=0;\ Z=+1$. Таким образом, получим: ${}^{23}_{11}Y$. Из таблицы Менделеева можно определить, что искомое ядро является натрием: ${}^{23}_{11}Na$.

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Волькенштейн В.С.* Сборник задач по общему курсу физики. СПб., М.: Лань, 2010
2. *Детлаф А.А.* Курс физики. / Детлаф А.А., Яворский Б.М. М.: Высшая школа, 2009.
3. *Иродов И.Е.* Квантовая физика. Основные законы. М.: Лаборатория Базовых знаний, 2001.
4. *Савельев И.В.* Курс физики, Т. 2, 3. СПб., М.: Лань, 2010.
5. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики, Т. 4, 5, М., Наука, 2009.
6. *Трофимова Т.И.* Курс физики. М.: Высшая школа, 2009.
7. *Чертов А.Г.* Задачник по физике. / Чертов А.Г., Воробьев А.А. М.: Высшая школа, 2008.
8. *Яворский Б.М.* Основы физики, Т. 2. / Яворский Б.М., Пинский А.А. М.: Наука, 2009