Вариант № 1

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $x^2y' = y^2 + 4xy + 2x^2$; $y(1) = 1$.

2. $xy' + y = x\sin x$; $y(\pi/2) = 0$.

3. $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2$; $y(0) = 1$.

4. $e^{xy}(1+xy)(y\,dx + x\,dy) + \dfrac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{2x}}} = 0$.

5. $y'' + \dfrac{2xy'}{1+x^2} = \dfrac{6x^2}{1+x^2}$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.

6. $y'' + 4y = \dfrac{4}{\sin 2x}$.

7. $y''' - y'' = 12x + 10$.

8. $y'' - y' - 2y = e^{-x}(12x+2)$; $(x, y, y') = (0, 1, -2)$.

9. $y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x)$.

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M\cdot X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad X_0 = \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Вариант № 2

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $xy' = \dfrac{2x^2y + 3y^3}{x^2 + 3y^2}$; $y(1) = 1$.

2. $xy' + y = xe^x$; $y(1) = 0$.

3. $xy' + y = y^2 \ln x$; $y(1) = -1$.

4. $\left(\sin y + y \sin x + \dfrac{1}{x}\right) dx + \left(x \cos y - \cos x + \dfrac{1}{y}\right) dy = 0$.

5. $2yy'' - y'^2 - y^2 = 0$; $y(0) = y'(0) = 1$.

6. $y'' - 4y' + 5y = \dfrac{e^{2x}}{\cos x}$.

7. $y'' - 4y = 8x^3$.

8. $2y'' - 6y' - 8y = e^{-x}(10x + 1)$; $(x,\ y,\ y') = (0,\ 4,\ -2)$.

9. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 6x$.

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M \cdot X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} -1 & -6 & 1 \\ 3 & 8 & -1 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Вариант № 3

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $y' = \dfrac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}$; $y(1) = 0$.

2. $y' + 2xy = 4x^3 e^{-x^2}$; $y(0) = 1$.

3. $xy' - y = -\dfrac{x^4}{y}$; $y(1) = 1$.

4. $\left(3x^2 y + 2y\right) dx + \left(x^3 + 2x\right) dy + \dfrac{x\,dy - y\,dx}{x^2 + y^2} = 0$.

5. $y'' - \dfrac{2xy'}{1 + x^2} = 1 + x^2$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 3$.

6. $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{x^2}$.

7. $y'' + 3y' = 6\,(9x + 7)$.

8. $y'' - 2y' - 3y = e^{-x}(8x + 6)$; $(x,\ y,\ y') = (0,\ 0,\ 2)$.

9. $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 4x$.

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M \cdot X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 13 \\ -2 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

Вариант № 4

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $xy^2dy = \left(x^3 + y^3\right)dx\,;\quad y(1) = \sqrt[3]{3}\ .$

2. $xy' - y = 2x^2\sqrt{1 - x^2}\,;\quad y(1) = 0\ .$

3. $y' + 4x^3y = 4\left(x^3 + 1\right)y^2e^{-4x}\,;\quad y(0) = 1\ .$

4. $\left[\dfrac{x}{y^2} + \cos(x + y)\right]dx + \left[\cos(x + y) - \dfrac{x^2}{y^3}\right]dy = 0\ .$

5. $y'' = \dfrac{y'}{x}\left(1 + \ln\dfrac{y'}{x}\right)\,;\quad y(1) = 0\,;\quad y'(1) = e\ .$

6. $y'' + y = 2\,\mathrm{tg}\,x\ .$

7. $y''' + y'' - 2y' = 12x^2 - 4\ .$

8. $y'' - 5y' + 6y = e^{-x}(12x - 7)\,;\quad (x,\ y,\ y') = (0,\ 0,\ 0)\ .$

9. $y'' + 2y' + 5y = -2x\sin x\ .$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 4 & -6 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}\,;\quad X_0 = \begin{pmatrix} -26 \\ -20 \\ 36 \end{pmatrix}\ .$$

Вариант № 5

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $\left(x^2 - 2y^2\right) dx + 2xy\, dy = 0\,; \quad y(1) = 1\ .$

2. $y' \sin x - y \cos x = x \cos x \cdot \sin^2 x\,; \quad y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0\ .$

3. $xy' - y = y^2\,(\ln x + 2) \ln x\,; \quad y(1) = 1\ .$

4. $\left(3x^2 e^y + y \cos x\right) dx + \left(x^3 e^y + \sin x\right) dy = 0\ .$

5. $xy'' + y' = \ln x + 1\,; \quad y(1) = -1\,; \quad y'(1) = 1\ .$

6. $y'' + y' = \dfrac{1}{e^x + 1}\ .$

7. $y''' + 5y'' + 6y' = 108(x-1)^2\ .$

8. $y'' - 4y = e^{-2x}; \quad (x,\ y,\ y') = (0,\ 0,\ 0)\ .$

9. $y'' + y' = x \sin x\ .$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -7 & 4 \\ -2 & -4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Вариант № 6

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $(\sqrt{xy} - x)\,dy + y\,dx = 0; \quad y(4) = 1$.
2. $y'\cos x + y\sin x = \cos^2 x \cdot \operatorname{arctg} x; \quad y(0) = 0$.
3. $3xy' + 3y = xy^2 \ln x; \quad y(1) = 3$.
4. $\left(y^2 + \dfrac{y}{\cos^2 x}\right) dx + (2xy + \operatorname{tg} x)\,dy = 0$.
5. $\left(1 + y^2\right) y'' - 2yy'^2 = y\left(1 + y^2\right)^3; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 1$.
6. $y'' - 4y' + 4y = \dfrac{e^{2x}}{x\sqrt{1 - x^2}}$.
7. $y^{(6)} - 3y^{(4)} - 4y'' = 80x^3 + 120x - 160$.
8. $y'' - 4y' + 5y = 2x^2 e^x; \quad (x,\ y,\ y') = (0,\ 2,\ 3)$.
9. $y'' + 2y' + y = e^x \sin x$.
10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 5 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

Вариант № 7

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $y^2y' = y^2 + xy - x^2 ; \quad y(0) = 1$.

2. $xy' + y = \sin x ; \quad y\,(2\pi) = 0$.

3. $2y' + y\cos x = \dfrac{\cos x \cdot (1 + \sin x)}{y} ; \quad y(0) = -1$.

4. $\left(10xy - \dfrac{1}{\sin y}\right) dx + \left(5x^2 + \dfrac{x\cos y}{\sin^2 y} - y^2 \sin y^3\right) dy = 0$.

5. $y'' + y' \operatorname{tg} x = -\sin 2x ; \quad y(0) = 0 ; \quad y'(0) = 1$.

6. $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$.

7. $y^{(5)} + 8y''' - 9y' = 45x^4 + 60x^2 - 630$.

8. $y'' - y = 9xe^x ; \quad (x,\, y,\, y') = (0,\, 1,\, 0)$.

9. $y'' - 4y' + 13y = e^{3x}\,(24\cos 2x + 10\sin 2x)$.

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} ; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} .$$

Вариант № 8

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $xy' = y\left(1 + \ln\dfrac{y}{x}\right)$; $y(1) = e$.

2. $xy' - y = -\dfrac{x^2 \sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$; $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$.

3. $3y' + 2xy = \dfrac{6xe^{-2x^2}}{y^2}$; $y(0) = -1$.

4. $\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right) dx + \left(\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} - \dfrac{x}{y^2} + \dfrac{1}{y}\right) dy = 0$.

5. $y'' - y' \operatorname{ctg} x + \dfrac{\cos x}{\sin^2 x} = 0$; $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$; $y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{1}{2}$.

6. $y'' + y = \dfrac{2}{\cos^3 x}$.

7. $y''' + 3y'' + 2y' = 12x^2 - 12$.

8. $y'' + 3y' + 2y = e^{3x}(20x - 11)$; $(x, y, y') = (0, 0, 0)$.

9. $y'' - 5y' + 6y = e^{2x}(-21\cos 3x + 57 \sin 3x)$.

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M \cdot X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 4 \\ -4 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} ; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} .$$

Вариант № 9

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $y' = \dfrac{xy - y^2}{x^2 - 2xy}$; $y(1) = 1$.

2. $4xy' + 2y = 49x^3 \ln x$; $y(1) = 0$.

3. $2xy' + 3y = \left(5x^2 + 3\right) y^2$; $y(1) = 1$.

4. $\left[\dfrac{3y^2}{x^4} + \cos\left(x + y^2\right)\right] dx + \left[2y\cos\left(x + y^2\right) - \dfrac{2y}{x^3}\right] dy = 0$.

5. $y'' = \dfrac{y'^2}{x^2} - 2\dfrac{y'}{x} + 2$; $y(1) = 0$; $y'(1) = 0$.

6. $y'' + y = 2\,\mathrm{tg}^2 x$.

7. $y^{(4)} - y''' = 60\,(x + 2)^2$.

8. $y'' + 4y' + 4y = 16xe^{2x}$; $(x,\, y,\, y') = \left(0,\, -\dfrac{1}{4},\, 0\right)$.

9. $y'' + 4y' + 4y = e^{2x}\,(148\cos 3x - 61\sin 3x)$.

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 9 & -1 & -4 \\ 4 & -2 & 8 \\ 2 & -2 & 6 \end{pmatrix}; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 13 \\ 13 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Вариант № 10

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $x\,dx = \left(\sqrt{x^2+y^2} - y\right) dy\,;\quad y(1) = 0\,.$
2. $xy' + y = x\cos x\,;\quad y\,(2\pi) = 0\,.$
3. $3xy' + 5y = (4x-5)\,y^4\,;\quad y(1) = 1\,.$
4. $\left(\dfrac{y}{x^2} + xe^{y^2}\right) dx + \left(x^2ye^{y^2} - \dfrac{1}{x}\right) dy = 0\,.$
5. $yy'' - y'^2 = 1\,;\quad y(0) = 1\,;\quad y'(0) = 0\,.$
6. $y'' + 4y' + 4y = \dfrac{2e^{-2x}}{x^3}\,.$
7. $y^{(5)} + 2y''' + y' = 6x^2 + 6x - 6\,.$
8. $y'' - 2y' = e^x\left(x^2 + x - 3\right);\ (x,\ y,\ y') = (0,\ 2,\ 2)\,.$
9. $y'' + 4y' + 13y = (44x+26)\cos 3x - (12x+40)\sin 3x\,.$
10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0\,.$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 2 & 6 & 1 \\ 4 & -2 & 6 \end{pmatrix};\quad X_0 = \begin{pmatrix} -8 \\ -4 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

Вариант № 11

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $\left(x^2 + y^2\right) dy - 2xy\, dx = 0\,;\quad y(2) = 1\ .$

2. $x^2 y' - (2x + 1)\, y = x\,;\quad y(1) = 0\ .$

3. $3(xy' + y) = x^2 y^2\,;\quad y(1) = 3\ .$

4. $e^{xy}\left[y(x + y) + 1\right] dx + e^{xy}\left[x(x + y) + 1\right] dy + \mathrm{tg}^2\, x\, dx = 0\ .$

5. $(x + 1)\, y'' - (x + 2)\, y' + (x + 2) = 0\,;\quad y(0) = 1\,;\quad y'(0) = 0\ .$

6. $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{\sqrt{4 - x^2}}\ .$

7. $y^{(4)} - 3y''' + 3y'' - y' = 2x - 6\ .$

8. $y'' - 4y' - 5y = xe^{5x}\,;\quad (x,\ y,\ y') = \left(0,\ -1,\ -\dfrac{1}{36}\right)\ .$

9. $y'' + y' - 6y = (-76x + 14)\cos 4x - (82x + 77)\sin 4x\ .$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 6 & 5 \\ 2 & 0 & -2 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}\ ;\quad X_0 = \begin{pmatrix} -27 \\ 2 \\ 70 \end{pmatrix}\ .$$

Вариант № 12

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $\left(x^2+2xy\right)\mathbf{d}y-2y^2\mathbf{d}x=0\,;\quad y(2)=1\,.$

2. $xy'+y=\cos x\,;\quad y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0\,.$

3. $y'-y=2xy^2\,;\quad y(0)=\dfrac{1}{2}\,.$

4. $\left(e^y+\dfrac{2}{y}\cos\dfrac{2x}{y}\right)\mathbf{d}x+\left(xe^y-\dfrac{2x}{y^2}\cos\dfrac{2x}{y}\right)\mathbf{d}y=0\,.$

5. $y\,y''-y'^2=y\,y'\,;\quad y(0)=1\,;\quad y'(0)=1\,.$

6. $y''-6y'+9y=\dfrac{2e^{3x}}{1-x^2}\,.$

7. $y^{(4)}+y'''=24x+12\,.$

8. $y''+2y'-3y=e^x\,;\quad (x,\,y,\,y')=(0,\,0,\,2)\,.$

9. $y''+6y'+9y=(38x-23)\cos 2x+(-4x+37)\sin 2x\,.$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X'=M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0}=X_0\,.$

$$M=\begin{pmatrix}3&1&-1\\2&-1&7\\2&-3&9\end{pmatrix};\quad X_0=\begin{pmatrix}-2\\-2\\2\end{pmatrix}.$$

Вариант № 13

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $\left(4 - \dfrac{y^2}{x^2}\right) dx + \dfrac{2y}{x}\, dx = 0$; $y(1) = 0$.

2. $xy' - y = x^3 \sin x$; $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$.

3. $2xy' - 3y = -\left(20x^2 + 12\right) y^3$; $y(1) = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

4. $\left(3x^2 \operatorname{tg} y + 3xy\sqrt{x^2 - 1}\right) dx + \left(x^3 \sec^2 y + \left(x^2 - 1\right)^{3/2}\right) dy = 0$.

5. $2y'^2 = (y - 1)\, y''$; $y(0) = 0$; $y'(0) = 1$.

6. $y'' - 10y' + 25y = \dfrac{e^{5x}}{x - 1}$.

7. $y^{(4)} - y''' - y'' + y' = 2x$.

8. $y'' + 5y' + 6y = e^{-2x}(x + 1)$; $(x,\ y,\ y') = (0,\ 0,\ 2)$.

9. $y'' - 6y' + 13y = e^{3x}\,(12 \cos 2x - 8 \sin 2x)$.

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}; \quad X_0 = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} .$$

Вариант № 14

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $(\sqrt{xy} - y)\,dx + x\,dy = 0\,;\quad y(1) = \dfrac{1}{4}\ .$

2. $y'\sin x - y\cos x = x\sin^3 x\,;\quad y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0\ .$

3. $y' + 2xy = 2xy^3\,;\quad y(0) = \sqrt{2}\ .$

4. $\left(x + 2x\ln x - 2x\ln y - \dfrac{y}{x^2+y^2}\right)dx + \left(\dfrac{x}{x^2+y^2} - \dfrac{x^2}{y} - 1\right)dy = 0\ .$

5. $y'' + \dfrac{2x}{1+x^2}y' = \dfrac{6x^4 + 10x^2 + 2}{(1+x^2)^2}\,;\quad y(0) = y'(0) = 0\ .$

6. $y'' - 6y' + 8y = \dfrac{4e^{2x}}{e^{2x}+1}\ .$

7. $y^{(4)} - 2y''' + y'' = 2x^2 - 2x\ .$

8. $3y'' - 4y' + y = x^2e^x\,;\quad (x,\ y,\ y') = \left(0,\ 4,\ \dfrac{9}{4}\right)\ .$

9. $y'' - y' - 6y = e^{3x}\,(10\cos 2x - 62\sin 2x)\ .$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 6 & -3 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}\,;\quad X_0 = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}\ .$$

Вариант № 15

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $3y^2 dx = \left(x^2 + 3xy + y^2\right) dy \;;\quad y\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right) = 1 \;.$

2. $y' + 2xy = e^{-x^2} \arcsin x \;;\quad y(0) = 0 \;.$

3. $y' \sin x - y \cos x = y^3 \;;\quad y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1 \;.$

4. $\dfrac{(x - y)\, dx + (x + y)\, dy}{x^2 + y^2} + \dfrac{dx}{e^x - 1} = 0 \;.$

5. $y'' + \dfrac{y'}{x} + y'^2 = 0 \;;\quad y(1) = 0 \;;\quad y'(1) = 1 \;.$

6. $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{x} \;.$

7. $y^{(5)} - y^{(4)} = 120(2x + 3) \;.$

8. $y'' + y' = xe^{-x} \;;\quad (x,\, y,\, y') = (0,\, 2,\, 1) \;.$

9. $y'' - 8y' + 16y = e^{3x} \left(-22 \cos 4x + 31 \sin 4x\right) \;.$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M \cdot X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & -2 \\ -1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \;;\quad X_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \;.$$

Вариант № 16

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $y\,dx = \dfrac{2xy^2 + 3x^3}{y^2 + 3x^2}\,dy\,;\quad y(1) = 1\,.$

2. $xy' - y = 2x^3\,\mathrm{tg}^2\,x\,;\quad y\,(2\pi) = 0\,.$

3. $xy' + y = xy^2\,;\quad y(1) = 1\,.$

4. $\left(\sqrt{x} + \dfrac{x}{2\sqrt{y}} + \dfrac{1}{x} - \dfrac{x}{y^2}\right)dy + \left(\sqrt{y} + \dfrac{y}{2\sqrt{x}} + \dfrac{1}{y} - \dfrac{y}{x^2}\right)dx = 0\,.$

5. $xy'' = y' + x\sin\dfrac{y'}{x}\,;\quad y(1) = \dfrac{\pi}{2} - 1\,;\quad y'(1) = \dfrac{\pi}{2}\,.$

6. $y'' + 4y = 8\,\mathrm{ctg}\,2x\,.$

7. $y^{(4)} - 2y''' + 5y'' = 1500x^2\,.$

8. $y'' + 6y' + 9y = e^{2x}\left(25x^2 - 55x + 72\right)\,;\quad (x,\ y,\ y') = (0,\ 5,\ 1)\,.$

9. $y'' - 4y' + 20y = e^{3x}\,(36\cos 3x - 2\sin 3x)\,.$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0\,.$

$$M = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}\,;\quad X_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}\,.$$

Вариант № 17

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $x^2 + y^2 - 2xyy' = 0\,; \quad y(1) = 2\,.$
2. $2xy' + y = 18x^2\sqrt{x}\ln x\,; \quad y(1) = 0\,.$
3. $y' - y\,\mathrm{tg}\,x = -\dfrac{2}{3}y^4\sin x\,; \quad y(0) = 1\,.$
4. $[y\cos x - \sin(x-y)]\,dx + [\sin x + \sin(x-y)]\,dy = 0\,.$
5. $xy'' - 2y' = 18x^2\ln x\,; \quad y(1) = y'(1) = 1\,.$
6. $y'' + 12y' + 36y = \dfrac{12e^{-6x}}{x^5}\,.$
7. $y^{(4)} + 4y''' + 4y'' = 48\left(x^2 - x\right)\,.$
8. $y'' - 4y' + 13y = e^{3x}\left(20x^2 + 38x - 10\right)\,; \quad (x,\, y,\, y') = (0,\, -2,\, 0)\,.$
9. $y'' - 6y' + 8y = (-39x - 97)\cos 3x + (52x - 17)\sin 3x\,.$
10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0\,.$

$$M = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 51 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Вариант № 18

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $\left(y^2 - 2x^2\right) dy + 2xy\, dx = 0$; $y(1) = 1$.

2. $\left(1 + x^2\right) y' + xy = \dfrac{\sqrt{1+x^2}}{2\left(1+\sqrt{x}\right)}$; $y(0) = 1$.

3. $y' + xy - x^3y^3 = 0$; $y(0) = -1$.

4. $\left(\dfrac{1}{y} - \dfrac{y}{x^2}\right) dx + \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{x}{y^2}\right) dy = 0$.

5. $y'' \cos y + y'^2 \sin y = y'$; $y(-1) = \dfrac{\pi}{6}$; $y'(-1) = \dfrac{1}{2}$.

6. $y'' - 12y' + 36y = \dfrac{2xe^{6x}}{x^2+2}$.

7. $y^{(4)} + 2y''' + y'' = 3x^2 - 2$.

8. $y'' + y' - 6y = e^{-3x}\left(-30x^2 - 18x + 21\right)$; $(x,\ y,\ y') = (0,\ 0,\ 2)$.

9. $y'' + 8y' + 16y = (86x + 21)\cos 3x - (27x + 122)\sin 3x$.

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M \cdot X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 5 & -3 & -7 \\ 5 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 13 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Вариант № 19

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $xy + y^2 = \left(2x^2 + xy\right) y'$; $y(1) = 1$.

2. $\left(1 + x^2\right) y' - (1 + x)\, y = -\sqrt{x^2 + 1}$; $y(0) = 0$

3. $2y' - 3y \cos x = -\dfrac{e^{-2x}\,(2 + 3\cos x)}{y}$; $y(0) = 1$.

4. $$\left(\frac{y}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{y^2 - x^2}} + \operatorname{ctg} y\right) dx - \\ - \left(\frac{x}{\sin^2 y} + \frac{x}{y\sqrt{y^2 - x^2}} - \operatorname{tg} x\right) dy = 0 .$$

5. $2yy'' - 3y'^2 = 4y^2$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.

6. $y'' - 8y' + 16y = \dfrac{e^{4x}}{x^2 + 1}$.

7. $y^{(4)} + y''' = 24x$.

8. $y'' - 8y' + 16y = e^{3x}\left(x^2 - 2x + 1\right)$; $(x,\ y,\ y') = (0,\ 4,\ 8)$.

9. $y'' - 8y' + 20y = (32x - 52)\cos 2x + (64x + 76)\sin 2x$.

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 6 \end{pmatrix}; \quad X_0 = \begin{pmatrix} -2 \\ -12 \\ 0 \end{pmatrix} .$$

Вариант № 20

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $x^2 y \, dx = \left(x^3 + y^3\right) dy\,; \quad y\left(\sqrt[3]{3}\right) = 1\,.$

2. $\left(x^2 + 1\right) y' + xy = \left(x^2 + 1\right)^{3/2}\,; \quad y(0) = 0\,.$

3. $xy' + 2y = x^5 y^2\,; \quad y(1) = 1\,.$

4. $x \sin(x + y)\,(dx + dy) + \cos(x + y)\, dy = 0\,.$

5. $xy'' - y' + x^3 \sin x = 0\,; \quad y(\pi) = -3\pi\,; \quad y'(\pi) = -\pi^2\,.$

6. $y'' + 10y' + 25y = \dfrac{6e^{-5x}}{x^4}\,.$

7. $y^{(4)} - 6y''' + 9y'' = 54x - 18\,.$

8. $y'' - 6y' + 13y = e^{2x}\left(15x^2 - 2x - 18\right)\,; \quad (x,\, y,\, y') = (0,\, 0,\, 10)\,.$

9. $y'' + 2y' - 8y = e^{4x}\,(95 \cos 3x - 136 \sin 3x)\,.$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M \cdot X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 6 & 9 & -1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

Вариант № 21

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $3x^2y' = y^2 + 3xy + x^2\,;\quad y(1) = \sqrt{3}\ .$

2. $2xy' + 4y = 9x\sqrt{x^3+1}\,;\quad y(1) = 2\sqrt{2}\ .$

3. $2y' + y = -xy^3\,;\quad y(0) = 1\ .$

4. $\left(2x\cos y - y^2\sin x\right)dx + \left(2y\cos x - x^2\sin y\right)dy = 0\ .$

5. $y'' + \dfrac{2y'}{\sin 2x} = \dfrac{\cos x}{\sin^3 x}\,;\quad y\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 1\,;\quad y'\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = -1\ .$

6. $y'' + 2y' + 2y = 2e^{-x}\operatorname{tg} x\ .$

7. $y''' - 2y'' = 24\left(3x^2 + x - 4\right)\ .$

8. $y''-y'-6y = e^{3x}\left(45x^2 - 2x + 11\right)\,;\quad (x,\ y,\ y') = (0,\ 0,\ -2)\ .$

9. $y'' - 10y' + 25y = e^{4x}\left(-18\cos 2x - \sin 2x\right)\ .$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M\cdot X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}\,;\quad X_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 14 \\ 0 \end{pmatrix}\ .$$

Вариант № 22

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $\left(y^2 - 3x^2\right) dy + 2xy\, dx = 0\,; \quad y(2) = -1\ .$

2. $xy' - 2y = 4x^4 \sin 2x\,; \quad y\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 0$

3. $y' - xy = y^3 e^{-x^2}\ ; \quad y(0) = 2\ .$

4. $(2x \sin y - y \cos x + \ln x)\, dx + \left(x^2 \cos y - \sin x - \ln y\right) dy = 0\ .$

5. $x^2 y'' + 3xy' = 3x + 6\,; \quad y(1) = 1\,; \quad y'(1) = 4\ .$

6. $y'' + y = \dfrac{3}{\sqrt{\sin^5 x \cos x}}\ .$

7. $y''' + 3y'' + 2y' = 12x^2 + 8x\ .$

8. $y'' + 8y' + 16y = e^{-3x}\left(x^2 + 7x + 12\right)\ ; \ (x,\ y,\ y') = (0,\ 0,\ 8)\ .$

9. $y'' + 4y' + 20y = e^{-2x}\,(16 \cos 4x - 24 \sin 4x)\ .$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 3 & -3 & 1 \\ 4 & -7 & 3 \end{pmatrix}\ ; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 22 \end{pmatrix}\ .$$

Вариант № 23

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $\left(2y^2 - xy\right) dx = \left(x^2 - xy + y^2\right) dy\,; \quad y(1) = 3\,.$

2. $y' - 3x^2 y = 2e^{x^3} \sin 2x\,; \quad y(0) = 1\,.$

3. $xyy' - y^2 = 2\sqrt{xy}\,; \quad y(1) = 1\,.$

4. $(3 \sin y + 2x \ln y)\, dx + \left(3x \cos y + \dfrac{x^2}{y}\right) dy = 0\,.$

5. $y'' - 2 \operatorname{tg} x\, y' = \dfrac{1}{\sin x \cos^3 x}\,; \quad y\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = -1\,; \quad y'\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 0\,.$

6. $y'' - y' = \dfrac{1}{e^x + 1}\,.$

7. $y''' - 5y'' + 6y' = 36x^2 + 12x - 30\,.$

8. $y'' - 4y' + 20y = e^{4x}\left(20x^2 + 108x + 82\right)\,; \quad (x,\, y,\, y') = (0,\, 0,\, 7)\,.$

9. $y'' - 2y' - 8y = -(36x + 36)\cos 2x - (28x - 54)\sin 2x\,.$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M \cdot X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 1 & 7 & -2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}\,; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}\,.$$

Вариант № 24

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $y\,dx = x\left(1 + \ln\dfrac{x}{y}\right)dy\,;\quad y(e) = 1$.

2. $y'\cos x + y\sin x = \operatorname{tg} x\,;\quad y(0) = \dfrac{1}{2}$.

3. $y' - xy = x^3y^2\,;\quad y(0) = 1$.

4. $[y + \cos(x-y)]\,dx + [x - \cos(x-y)]\,dy = 0$.

5. $y'' + \dfrac{e^{y^2}y'}{y^2} - 2yy'^2 = 0\,;\;\; y\left(-\dfrac{1}{2e}\right) = 1\,;\;\; y'\left(-\dfrac{1}{2e}\right) = e$.

6. $y'' - y = \dfrac{2e^x}{e^x - 1}$.

7. $y''' - 13y'' + 12y' = 12\left(6x^2 - 13x\right)$.

8. $y'' - 6y' + 8y = e^{2x}\left(-24x^2 + 36x - 10\right)\,;\quad (x,\,y,\,y') = (0,\,1,\,2)$.

9. $y'' + 10y' + 25y = (67x + 247)\cos 4x - (111x + 9)\sin 4x$.

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & -5 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}\,;\quad X_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Вариант № 25

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $\left(x^2+2xy-y^2\right)dx+\left(y^2+2xy-x^2\right)dy=0\,;\quad y(1)=1\ .$

2. $\left(1-x^2\right)y'+xy=2\left(1-x^2\right)\arcsin x\,;\quad y(0)=1\ .$

3. $y'+y=x\sqrt{y}\,;\quad y(0)=0\ .$

4. $$\left(\frac{1}{x^3+x}+\frac{3}{y}+\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+5y}}\right)dx-$$
$$-\left(\frac{3x}{y^2}-\frac{5}{2\sqrt{x^2+2x+5y}}\right)dy=0\ .$$

5. $yy''+y'^2+yy'=0\,;\quad y(0)=1\,;\quad y'(0)=-\dfrac{1}{2}\ .$

6. $y''-y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}\ .$

7. $y'''-11y''+36y'-36y=-36x^3-36x^2+42x+26\ .$

8. $y''+2y'+y=e^{4x}\left(50x^2-85x+104\right)\,;\ (x,\ y,\ y')=(0,\ 1,\ 4)\ .$

9. $y''+8y'+20y=e^{3x}\left(80\cos 3x+260\sin 3x\right)\ .$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X'=M\cdot X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0}=X_0$.

$$M=\begin{pmatrix}2&3&4\\2&1&-4\\3&-1&-1\end{pmatrix}\ ;\quad X_0=\begin{pmatrix}8\\1\\0\end{pmatrix}\ .$$

Вариант № 26

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $\left(3xy^2 + 2x^3\right) dx + y^3 dy = 0\,; \quad y(1) = 1\,.$

2. $x\left(1 - x^2\right) y' + \left(2x^2 - 1\right) y = 2x^3\,; \quad y(2) = 4 + 2\sqrt{3}\,.$

3. $y' + \dfrac{xy}{1 - x^2} = 3x\sqrt{y}\,; \quad y(0) = 0\,.$

4. $\left(1 + e^{x/y}\right) dx + e^{x/y}\left(1 - \dfrac{x}{y}\right) dy = 0\,.$

5. $\left(x^3 + x\right) y'' + \left(x^2 - 1\right) y' = 4x^3 - 1\,; \quad y(1) = 1 + \dfrac{\pi}{4}\,; \quad y'(1) = \dfrac{3}{2}\,.$

6. $y'' + y = \dfrac{2}{\sin^3 x}\,.$

7. $y''' - 7y'' + 16y' - 12y = -24x^3 + 60x^2 - 36x - 26\,.$

8. $y'' - 8y' + 20y = e^{2x}\left(24x^2 - 40x - 18\right)\,; \quad (x,\, y,\, y') = (0,\, 2,\, 12)\,.$

9. $y'' - 7y' + 12y = e^{2x}\left(-64\cos 4x - 18\sin 4x\right)\,.$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}\,; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}\,.$$

Вариант № 27

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $x^5 dy = y\left(x^2 + 2y^2\right)^2 dx\,;\quad y(1) = 1\ .$

2. $\left(1 + x^2\right) y' + y = \operatorname{arctg} x\,;\quad y(0) = 0\ .$

3. $y' - 9x^2 y = 9\left(x^5 - x^2\right)\sqrt[3]{y^2}\,;\quad y(0) = 1\ .$

4. $e^{xy}\left[(1 + xy)\,dx + x^2 dy\right] = 0\ .$

5. $y'' - \dfrac{x}{1 + x^2} y' = \dfrac{y'^2}{x^2\sqrt{1 + x^2}}\,;\quad y(1) = \dfrac{8\sqrt{2}}{2}\,;\quad y'(1) = \sqrt{2}\ .$

6. $y'' + 4y = \dfrac{4}{\cos 2x}\ .$

7. $y''' - 7y'' + 17y' - 15y = -45x^3 + 93x^2 + 40x - 12\ .$

8. $y'' + 2y' - 8y = e^{-4x}\left(-18x^2 - 54x - 2\right)\,;\quad (x,\, y,\, y') = (0,\, -1,\, 18)\ .$

9. $y'' - 12y' + 36y = e^{3x}\,(49\cos 2x + 50\sin 2x)\ .$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M \cdot X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix}\,;\quad X_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 16 \\ 0 \end{pmatrix}\ .$$

Вариант № 28

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $\left(x^2 - xy + y^2\right) dx + (y - 2x)\, x\, dy = 0\,;\quad y(3) = 1\,.$

2. $y' + 2xy = 2x^3\,;\quad y(0) = 0\,.$

3. $y' - \dfrac{4xy}{3\,(x^2+1)} = \dfrac{4x^3}{3\sqrt{y}}\,;\quad y(0) = 1\,.$

4. $(\cos x - x\sin x)\, y\, dx + (x\cos x - 2y)\, dy = 0\,.$

5. $y'' + y'^2 - y(y+1) = 0\,;\quad y(0) = 2\,;\quad y'(0) = 2\,.$

6. $y'' + y = \dfrac{1}{\cos 2x\sqrt{\cos 2x}}\,.$

7. $y''' + y'' - 24y' + 36y = 72x^3 - 36x^2 + 12x + 66\,.$

8. $y'' - 10y' + 25y = e^{6x}\left(x^2 + 2x + 2\right)\,;\quad (x,\, y,\, y') = (0,\, 0,\, 4)\,.$

9. $y'' - 5y' + 6y = e^{2x}\,(-21\cos 3x + 57\sin 3x)\,.$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M\cdot X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\,;\quad X_0 = \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\,.$$

Вариант № 29

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $\left(4x^2 - xy + y^2\right) dx + \left(x^2 - xy + 4y^2\right) dy = 0\,; \quad y(1) = 1$.

2. $\left(x^2 + 1\right) y' + xy = 2\left(x^2 + 1\right)\ ; \quad y(0) = 0$.

3. $xyy' + y^2 = x\cos x\,; \quad y(\pi) = 0$.

4. $x\,dx + y\,dy = \dfrac{x\,dy - y\,dx}{x^2 + y^2}$.

5. $2yy'' - y'^2 + y^2 = 0\,; \quad y(0) = y'(0) = 1$.

6. $y'' + y = \dfrac{20}{\sqrt[3]{\cos^8 x \cdot \sin^7 x}}$.

7. $y''' - 8y'' + 21y' - 18y = -18x^3 + 9x^2 + 42x + 36$.

8. $y'' - 6y' + 25y = e^{4x}\left(17x^2 + 38x + 40\right)\ ; \quad (x,\ y,\ y') = (0,\ 3,\ 9)$.

9. $y'' + y' - 12y = (-44x + 102)\cos 4x + (-92x + 55)\sin 4x$.

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M{\cdot}X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}\ ; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix} .$$

Вариант № 30

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия.

1. $\left(2xy + 2y^2 + 6x^2\right) dx + \left(x^2 - 2xy\right) dy = 0\,; \quad y(1) = -1\,.$

2. $y' - 3x^2 y = 3\left(x^2 + x^5\right) e^{x^3} \cos x^3\,; \quad y(0) = 1\,.$

3. $yy' + y^2 \operatorname{ctg} x = \cos x\,; \quad y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0\,.$

4. $\left(\dfrac{y}{\sqrt{1+x}} + 2xye^{x^2} + \ln y\right) dx + \left(2\sqrt{1+x} + e^{x^2} + \dfrac{x}{y}\right) dy = 0\,.$

5. $y'' = y'^2 - y\,; \quad y(1) = -\dfrac{1}{4}\,; \quad y'(1) = \dfrac{1}{2}\,.$

6. $y'' + 4y = \dfrac{2}{\sin^3 x}\,.$

7. $y''' - 7y'' + 15y' - 25y = -75x^3 + 85x^2 - 166x - 25\,.$

8. $y'' - 2y' - 8y = e^{4x}\left(18x^2 + 30x + 34\right)\,; \quad (x,\, y,\, y') = (0,\, -1,\, 7)\,.$

9. $y'' + 12y' + 36y = (192x + 92)\cos 2x + (56x - 244)\sin 2x\,.$

10. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $X' = M \cdot X$ при начальных условиях $X\big|_{t=0} = X_0$.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -5 & -6 \end{pmatrix}; \quad X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 9 \end{pmatrix}.$$