

1. МОДЕЛЬ АТОМА БОРА

В соответствии с постулатами Бора, электрон в атоме водорода может двигаться лишь по круговым орбитам (рис.1), для которых момент импульса $L = m_e v r$ удовлетворяет условию $m_e v r = n \hbar$, где m_e – масса электрона; r – радиус орбиты; v – линейная скорость движения электрона; $\hbar = h/2\pi = 1,0546 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; n – целое число, $n = 1, 2, 3, \dots$

Радиус орбиты с номером n

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 n^2 / (m_e Z e^2), \quad (1.1)$$

где ϵ_0 – электрическая постоянная; Z – заряд ядра атома; e – заряд электрона. Энергия электрона зависит от n следующим образом:

$$E_n = -(m_e e^4 Z^2) / [2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2].$$

При переходе электрона с орбиты n_1 на орбиту n_2 ($n_1 > n_2$) излучается фотон, частота которого определяется обобщенной формулой Бальмера:

$$\nu_{n_2, n_1} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right). \quad (1.2)$$

Здесь $R = m_e e^4 / [4\pi(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^3] = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ – постоянная Ридберга. Длина волны излученного фотона находится из аналогичного соотношения для волнового числа

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{RZ^2}{c} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) = R'Z^2 \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right),$$

где c – скорость света в вакууме; $R' = 1,09 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$.

Экспериментально наблюдаемые спектральные серии определяются числами n_2 : при $n_2 = 1$ – серия Лаймана, при $n_2 = 2$ – серия Бальмера, при $n_2 = 3$ – серия Пашена и т.д. Внутри серии линии отличаются числами n_1 .

Движущийся на атомной орбите электрон эквивалентен элементарному току, обладающему магнитным моментом p_m , пропорциональным орбитальному моменту импульса:

$$\vec{p}_m = e\vec{L}/2m_e.$$

При попадании атома во внешнее магнитное поле B , электрон начинает прецессировать вокруг направления магнитного поля с частотой

$$\omega_L = eB/2m_e,$$

которая называется ларморовой частотой.

Пример 1. Определить для атома водорода радиус первой боровской орбиты, скорость движения электрона по этой орбите и частоту вращения электрона.

Решение. Кулоновская сила, действующая на электрон в атоме водорода, является центростремительной: $m_e v^2 / r = Ze^2 / (4\pi\epsilon_0 r^2)$. С другой стороны, в соответствии с постулатом Бора $m_e v r = n \hbar$. Решая совместно эти два уравнения и подставляя для атома водорода значения $Z = 1$ и $n = 1$, найдем радиус первой орбиты по формуле (1.1) и скорость $v_1 = \hbar / (m_e r_1)$. Частоту вращения вычислим из соотношения $f_1 = v_1 / (2\pi r_1)$. Подставляя числовые значения, получим $r_1 = 52,8 \text{ пм}$, $v_1 = 2,19 \cdot 10^6 \text{ м/с}$, $f_1 = 6,6 \cdot 10^{12} \text{ Гц}$.

Пример 2. Найти энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на второй.

Решение. В соответствии с формулой Бальмера (1.2), при переходе электрона с уровня n_1 на уровень n_2 испускается фотон частотой $\nu_{n_2, n_1} = R[1/(n_2^2) - 1/(n_1^2)]$. Энергия такого фотона $E = h\nu_{n_2, n_1}$. При $n_2 = 2$ и $n_1 = 3$ получим $E = 1,89 \text{ эВ}$.

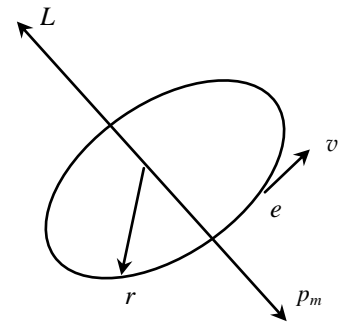


Рис.1

Пример 3. Используя теорию Бора, вычислить орбитальный магнитный момент электрона, движущегося по третьей орбите атома водорода.

Решение. Магнитный орбитальный момент электрона, движущегося по круговой орбите с линейной скоростью v (рис.1), $p_m = IS$, где $S = \pi r^2$ – площадь поверхности орбиты электрона; $I = e/T$ – эквивалентный ток, создаваемый движением электрона; T – период обращения электрона по орбите, $T = 2\pi r/v$. Соответственно имеем $p_m = e\pi r^2/v$. Используя постулат Бора $m_e v r = n\hbar$, можем записать $p_m = en\hbar/2m_e$. При $n = 3$ магнитный момент $p_m = 2,8 \cdot 10^{-23} \text{ А}\cdot\text{м}^2$.

Пример 4. Энергия ионизации атома водорода $E_i = 13,6 \text{ эВ}$. Найти первый потенциал возбуждения этого атома ϕ_1 .

Решение. Энергия ионизации соответствует переходу электрона из основного состояния $n = 1$ в состояние $n = \infty$, т.е. $E_i = e\phi_i = hR$. Возбуждение соответствует переходу невозбужденного атома из состояния $n = 1$ в состояние $n = 2$: $e\phi_1 = h\nu_{2,1} = hR(1/4 - 1) = 3E_i/4$. Тогда первый потенциал возбуждения $\phi_1 = 10,2 \text{ В}$.

Пример 5. Электрон выбит из атома водорода, находящегося в основном состоянии, фотоном с энергией $E = 17,7 \text{ эВ}$. Определить скорость электрона v за пределами атома.

Решение. Энергия фотона уходит на ионизацию атома и сообщение вырванному электрону кинетической энергии $E = E_i + m_e v^2/2$. Следовательно, $v = \sqrt{2(E - E_i)/m_e}$. Подставляя $E_i = 13,6 \text{ эВ}$, получим $v = 1,2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$.

Задачи.

1. На какой из боровских орбит (первой или второй) электрон в соответствии с законами классической электродинамики ($I \sim \omega^2$, где I – интенсивность излучаемого света, ω – угловая скорость движения по орбите) излучал бы сильнее? Во сколько раз?

2. Как изменяется орбитальный механический момент электрона при переходе его из возбужденного состояния в основное с испусканием фотона с длиной волны $1,02 \cdot 10^{-7} \text{ м}$?

3. Определить орбитальный магнитный момент электрона, движущегося по второй орбите атома водорода.

4. Вычислить частоту ларморовой прецессии электронных оболочек атомов в магнитном поле Земли $B = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$.

5. Установить изменение орбитального магнитного момента электрона при переходе его с третьей боровской орбиты на первую.

6. Найти для иона He^+ радиус и скорость электрона на первой боровской орбите.

7. Вычислить длину волны, соответствующую переходу электрона в атоме водорода с шестой орбиты на вторую. К какой серии относится эта спектральная линия?

8. Вычислить частоту ларморовой прецессии электронных оболочек атомов в магнитном поле $B = 50 \text{ Тл}$.

9. Каковы расстояние между частицами системы в основном состоянии и соответствующая энергия связи, если ядром системы служит протон, а вместо электрона движется мезон, имеющий тот же заряд, что и электрон, но массу в 207 раз большую?

10. Какие линии содержит спектр поглощения атомарного водорода в диапазоне длины волны от 94,5 до 130 нм?

11. У какого водородоподобного иона разность длины волны между основными линиями серий Бальмера и Лаймана равна 59,3 нм?

12. Найти квантовое число n , соответствующее возбужденному состоянию He^+ , если при переходе в основное состояние этот ион испустил последовательно два фотона с длиной волны 121,4 нм и 30,35 нм соответственно.

13. Какому элементу принадлежит водородоподобный спектр, длина волны линий которого в 4 раза короче, чем у атомарного водорода?

14. Линии какой длины волны возникнут при переходах атома водорода из состояния $n = 3$?

15. Определить, сколько линий серии Бальмера попадает в видимую часть спектра, если потенциал ионизации водородного атома равен 13,6 эВ?

16. В излучении звезды обнаружен водородоподобный спектр, длина волны которого в 9 раз меньше, чем у атомарного водорода. Какому элементу, принадлежит данный спектр?

17. Какую скорость приобретает первоначально покоившийся атом водорода при испускании фотона, соответствующего основной линии серии Бальмера?

18. Какая энергия требуется для полного отрыва электрона от однократно ионизированного атома гелия, если электрон находится в основном состоянии?
19. Фотон с энергией 15 эВ выбивает электрон из атома водорода, находящегося в основном состоянии. С какой скоростью движется электрон вдали от ядра?
20. Определить для иона He^+ потенциал ионизации, первый потенциал возбуждения и длину волны основной линии серии Лаймана.
21. Какую работу необходимо совершить, чтобы удалить электрон со второй борховской орбиты атома водорода за пределы притяжения его ядром?
22. Первый потенциал возбуждения атома водорода $\phi_1 = 10,2$ эВ. При какой температуре T средняя кинетическая энергия атомов водорода равна энергии возбуждения?
23. Определить круговую частоту электрона на второй круговой борховской орбите иона He^+ .
24. Какая энергия требуется для полного отрыва электрона от однократно ионизированного атома гелия, если электрон находится в состоянии $n = 3$.
25. Вычислить частоту света, излучаемого атомом водорода при переходе электрона на уровень $n = 2$, если радиус орбиты электрона изменился в 9 раз.