

## Лабораторная работа № 2.

**Тема:** Решение уравнений и систем уравнений с переменными параметрами в MathCad.  
**Цель:** Освоить численные методы решения уравнений и систем уравнений с переменными параметрами в MathCad.

### 1. Решение уравнений с переменными параметрами с помощью функции root.

Если нужно решать уравнение при изменении одного или нескольких параметров, то необходимо создать собственную функцию, включающую функцию root. Такая функция принимается MathCad «к сведению». Для ее вычисления надо задать значения (диапазоны значений) параметров, указанных в названии функции. Например, в функции  $f(a, x) = ax - x^{0.7}$ , варьируя параметр  $a$ , находим соответствующий каждому значению  $a$  корень уравнения  $x$  (обращающий  $f(a, x)$  в нуль). Результаты расчета можно вывести в виде вектора решений  $x_0$  или графика  $x_0(a)$  рис.1 Начальное приближение при этом задается лишь один раз. Результат предыдущего вычисления является начальным приближением для последующего.

#### Решение уравнения с переменными параметрами

один переменный параметр

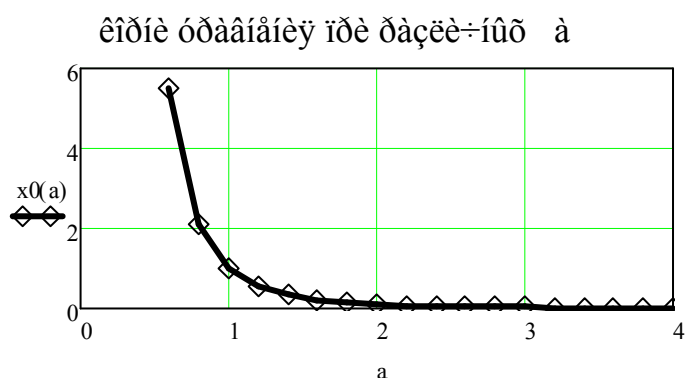
$$f(a, x) := a \cdot x - x^{0.7}$$

$x := 1$

$x_0(a) := \text{root}(f(a, x), x)$

$a := 0, 0.2..4$

$c := 0..5$



	0
0	-0-0i
1	1
2	0.099
3	0.026
4	0.01
5	0.005

$x_0(c) =$

Рис. 1. Решение уравнения с одним переменным параметром

Решение уравнения  $f(b, c, x) = x^2 + bx - c = 0$ , приведенное на рис. 2, зависит от численных значений параметров  $b$  и  $c$ . Задавая значение одного из параметров в виде константы, а другого - в виде дискретной переменной, с помощью функции root можно найти ряд решений уравнения, соответствующих заданным значениям параметров  $b$  и  $c$ . В таблице на рис. 2 выведены значения корня уравнения  $x_0$  при  $c = 4$  и  $b$  - ряде значений, определяемых дискретной переменной  $b$ . На графике  $b$  - ряды значений. Так как функция root выводит значение одного корня, а квадратное уравнение имеет два корня, необходимо поменять значение начального приближения для вывода таблицы и графика, соответствующих второму корню. При построении поверхности  $x_0(b, c)$  значения параметров  $b = 0..10$  и  $c = 0..5$  заданы с помощью меню 3-D Plot Format ► Quick Plot Data (Формат 3D-графика ► Данные быстрого графика), открывающегося после двойного щелчкамышью в поле графика.

два переменных параметра

$$f(b, c, x) := x^2 + b \cdot x - c$$

$$b := 0, 2.. 10$$

$x := 1$

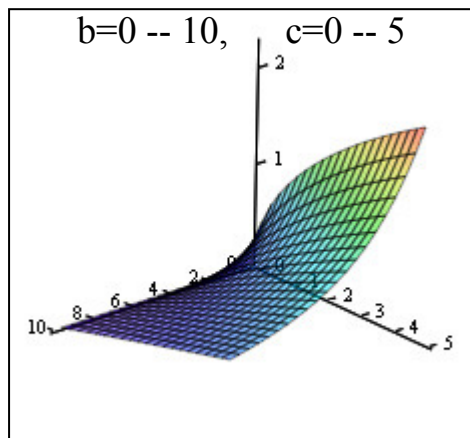
поменяйте знак начального приближения  
(ведь у квадратного уравнения два корня),

$$x0(b, c) := \text{root}(f(b, c, x), x)$$

$x0$  - решение уравнения

Вывод результатов расчета

b =	для c=4 x0(b, 4) =
0	2
2	1.236
4	0.828
6	0.606
8	0.472
10	0.385



$x0$

$$f(b, c, x) := x^2 + b \cdot x - c$$

$$b := 0, 2.. 10$$

$x := -1$

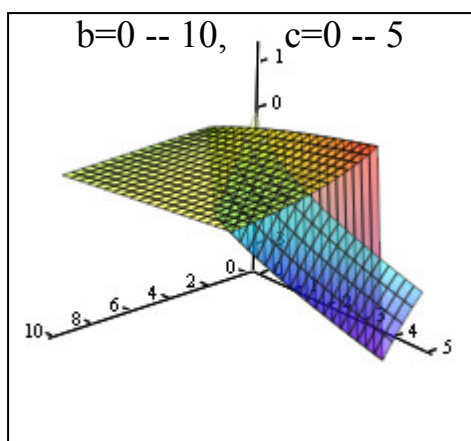
поменяли знак

$x0$  - решение уравнения

$$x0(b, c) := \text{root}(f(b, c, x), x)$$

Вывод результатов расчета

b =	x0(b, 4) =
0	-2
2	-3.236
4	0.828
6	0.606
8	0.472
10	0.385



$x0$

Рис. 2. Решение уравнения с двумя переменными параметрами

## 2. Решение системы уравнений с переменными параметрами с помощью вычислительного блока Given-find.

Как и функция root, функция find может использоваться в функциях пользователя для нахождения корней системы уравнений при переменных значениях параметров, перечисленных в названии функции пользователя (рис. 3 и рис. 4). Для системы уравнений решение выводится в виде массива, каждый столбец которого соответствует вектору решения для одной переменной.

### Решение системы уравнений с переменным параметром

$$f1(a, b, x, y) := x^3 \cdot \cos\left(\frac{b}{3} \cdot y\right) - a \cdot b \quad f2(a, b, x, y) := y^3 - b \sin\left(\frac{a}{3} \cdot x\right)$$

$x := 1$     $y := 1$  начальные приближения

Given    $f1(a, b, x, y) = 0$     $f2(a, b, x, y) = 0$

$z(a, b) := \text{Find}(x, y)$     $x0(a, b) := z(a, b)_0$     $y0(a, b) := z(a, b)_1$

один из параметров делаем константой, другой варьируем

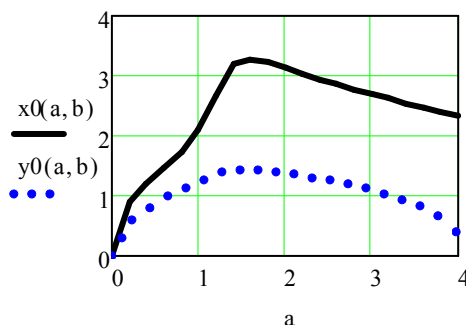
$b := 3$

$a := 0..4$  для таблицы

$x0(a, b) =$     $y0(a, b) =$

0	0
2.115	1.248
3.138	1.375
2.693	1.092
2.344	0.37

$a := 0, 0.2..4$  для графика

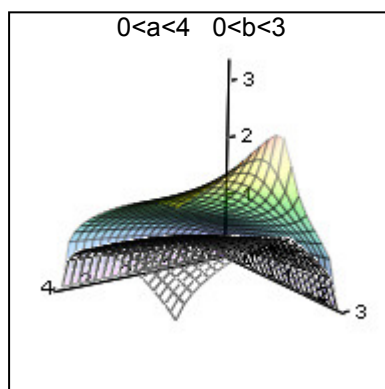


это корни  $x$  и  $y$  системы уравнений для заданных значений  $a$  и  $b$

Рис. 3. Решение системы уравнений с переменными параметрами

Меняем оба параметра  $a$  и  $b$

Диапазон изменения координат  $a$  и  $b$  задан на странице Quick Plot Data окна форматирования



$x0, y0$

Рис. 4. Поверхность. решений системы уравнений с переменными параметрами

## ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

### Вариант 1

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $ax - 2a \ln x = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 2,5 с шагом 0,5. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $bx - cx^2 = 0$  при изменении параметра  $b$  от 0 до 5 с шагом 0,5. Параметр  $c$  изменяется от 0 до 6. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{2}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{2}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 2

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $ax - tg(ax) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 3 с шагом 0,25. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $bx + cx^2 = 0$  при изменении параметра  $b$  от 0 до 20 с шагом 2. Параметр  $c$  изменяется от 0 до 10. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{4}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{4}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 3

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $0,1 \cdot a - \sin\left(\frac{ax}{2}\right) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 1 с шагом 0,1. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $x^3 + bx^2 - c = 0$  при изменении параметра  $b$  от 0 до 15 с шагом 3. Параметр  $c$  изменяется от 0 до 8. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{5}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{5}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 4

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $a \cdot x^2 - tg\left(\frac{ax}{2}\right) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 2 с шагом 0.25. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $x^2 + bx - c = 0$  при изменении параметра  $b$  от 4 до 12 с шагом 2. Параметр  $c$  изменяется от 1 до 6. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{6}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{6}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 5

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $a \cdot x^2 - \sin\left(\frac{ax}{2}\right) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 10 с шагом 1. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $x^4 + bx^2 - cx = 0$  при изменении параметра  $b$  от 0 до 6 с шагом 1. Параметр  $c$  изменяется от 1 до 3. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{7}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{7}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 6

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $3x^2 - tg\left(\frac{ax}{2}\right) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 2.5 с шагом 0.5. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $x^4 + bx - c = 0$  при изменении параметра  $b$  от 3 до 15 с шагом 2. Параметр  $c$  изменяется от 0 до 5. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{8}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{8}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 7

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $3x^3 - \operatorname{tg}\left(\frac{ax}{4}\right) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 4 с шагом 0.5. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $x^3 + bx^2 - cx^4 = 0$  при изменении параметра  $b$  от -4 до 4 с шагом 2. Параметр  $c$  изменяется от -6 до -2. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{9}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{9}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 8

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $3x - \cos(ax) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 1 до 8 с шагом 1. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $x^3 - bx^2 - cx^4 = 0$  при изменении параметра  $b$  от -2 до 2 с шагом 1. Параметр  $c$  изменяется от -8 до -4. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{10}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{10}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 9

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $ax - 2a \ln x = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 2,5 с шагом 0,5. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $bx - cx^2 = 0$  при изменении параметра  $b$  от 0 до 5 с шагом 0.5. Параметр  $c$  изменяется от 0 до 6. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{2}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{2}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 10

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $ax - tg(ax) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 3 с шагом 0.25. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $bx + cx^2 = 0$  при изменении параметра  $b$  от 0 до 20 с шагом 2. Параметр  $c$  изменяется от 0 до 10. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{4}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{4}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 11

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $0.1 \cdot a - \sin\left(\frac{ax}{2}\right) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 1 с шагом 0.1. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $x^3 + bx^2 - c = 0$  при изменении параметра  $b$  от 0 до 15 с шагом 3. Параметр  $c$  изменяется от 0 до 8. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{5}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{5}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 12

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $a \cdot x^2 - tg\left(\frac{ax}{2}\right) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 2 с шагом 0.25. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $x^2 + bx - c = 0$  при изменении параметра  $b$  от 4 до 12 с шагом 2. Параметр  $c$  изменяется от 1 до 6. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{6}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{6}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 13

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $a \cdot x^2 - \sin\left(\frac{ax}{2}\right) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 10 с шагом 1. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $x^4 + bx^2 - cx = 0$  при изменении параметра  $b$  от 0 до 6 с шагом 1. Параметр  $c$  изменяется от 1 до 3. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{7}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{7}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 14

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $3x^2 - \operatorname{tg}\left(\frac{ax}{2}\right) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 2.5 с шагом 0.5. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $x^4 + bx - c = 0$  при изменении параметра  $b$  от 3 до 15 с шагом 2. Параметр  $c$  изменяется от 0 до 5. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{8}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{8}x\right) = 0 \end{cases}$$

### Вариант 15

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $3x^3 - \operatorname{tg}\left(\frac{ax}{4}\right) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 0 до 4 с шагом 0.5. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $x^3 + bx^2 - cx^4 = 0$  при изменении параметра  $b$  от -4 до 4 с шагом 2. Параметр  $c$  изменяется от -6 до -2. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{9}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{9}x\right) = 0 \end{cases}$$



**Вариант 16**

**Задание 1.** Найти все решения уравнения  $3x - \cos(ax) = 0$  при изменении параметра  $a$  от 1 до 8 с шагом 1. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 2.** Найти все решения уравнения  $x^3 - bx^2 - cx^4 = 0$  при изменении параметра  $b$  от -2 до 2 с шагом 1. Параметр  $c$  изменяется от -8 до -4. Результаты расчета представить в виде вектора решений и графически.

**Задание 3.** Решить систему уравнений, зависящую от двух параметров  $a$  и  $b$  при изменении их от 0 до 4 с шагом 1:

$$\begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{b}{10}y\right) - a \cdot b = 0 \\ y^3 - b \cdot \cos\left(\frac{a}{10}x\right) = 0 \end{cases}$$