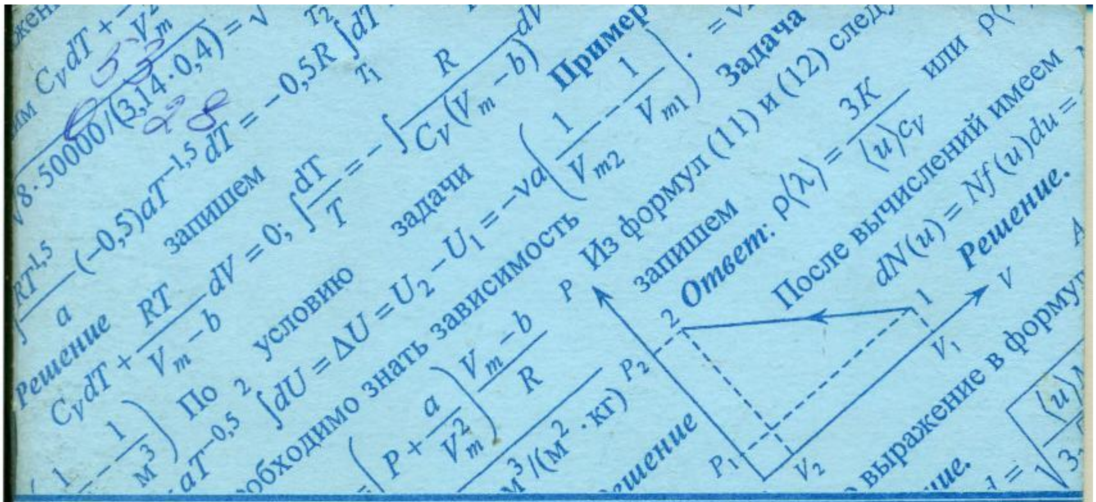

ОБЩАЯ ФИЗИКА

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

Сборник задач

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2002

УДК 371.167.1:53(075.80)
ББК 22.36:22.317
O28

Авторы-составители: Н.Н.Смирнова, С.П.Варшавский, Т.В.Стоянова, О.Л.Рязанцева.

Сборник содержит примеры типовых задач с решениями, задачи для практических занятий и самостоятельной работы студентов по молекулярной физике и основам термодинамики. Для самостоятельной работы студентов составлено 25 вариантов индивидуальных заданий по восемь задач в каждом (см. приложение). Сборник задач предназначен для студентов дневного и заочного отделений всех специальностей.

Авторы-составители благодарят Г.П.Смирнову и И.В.Николаеву за техническую помощь.

Научный редактор доц. *Н.Н.Смирнова*

Рецензенты: кафедра физики Санкт-Петербургского университета низкотемпературных и пищевых технологий, проф. *Ю.Н.Демков* и вед. науч. сотр. *А.К.Казанский* (НИИ физики Санкт-Петербургского университета).

Общая физика. Молекулярная физика. Физические основы термодинамики: Сборник задач / *Н.Н.Смирнова, С.П.Варшавский, Т.В.Стоянова, О.Л.Рязанцева.* Под ред. Н.Н.Смирновой; Санкт-Петербургский государственный горный ин-т (технический университет). СПб, 2002. 67 с.
ISBN 5-94211-075-1

УДК 371.167.1:53(075.80)
ББК 22.36:22.317

ISBN 5-94211-075-1

1. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА. ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ

Согласно молекулярно-кинетическим представлениям любое тело состоит из мельчайших обособленных частиц, называемых молекулами. Эти частицы находятся в беспорядочном, хаотическом движении, интенсивность которого зависит от температуры тела.

Относительная молекулярная масса вещества

$$M_r = \sum n_i A_{r,i} ,$$

где n_i – число атомов i-го химического элемента, входящих в состав молекулы данного вещества; $A_{r,i}$ – относительная атомная масса этого элемента.

Относительные атомные массы приводятся в таблице Д.И.Менделеева.

Молярная масса вещества

$$M = m/\nu , \tag{1}$$

где m – масса однородного тела (системы), ν – количество вещества этого тела.

Количество вещества тела (системы)

$$\nu = N/N_A ,$$

где N – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.), составляющих тело (систему); N_A – постоянная Авогадро, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Молярная масса M связана с относительной молекулярной массой вещества соотношением

$$M = M_r k ,$$

где $k = 10^{-3}$ кг/моль.

Количество вещества смеси газов

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = N_1/N_A + N_2/N_A + \ldots + N_n/N_A ,$$

или

$$\nu = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \ldots + \frac{m_n}{M_n} ,$$

где ν_i, N_i и M_i – соответственно количество вещества, число молекул и молярная масса i-го компонента смеси.

Уравнение Менделеева – Клапейрона (уравнение состояния идеального газа)

$$PV = \frac{m}{M} RT = \nu RT , \tag{2}$$

где P и V – давление и объем газа; R – молярная газовая постоянная; T – термодинамическая температура.

Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения Менделеева – Клапейрона, для изопроцессов следующие:

- закон Бойля – Мариотта для изотермического процесса (T = const, m = const) PV = const или для двух состояний газа $P_1V_1 = P_2V_2$;
- закон Гей – Люссака для изобарного процесса (P = const, m = const) V/T = const или для двух состояний газа $V_1/T_1 = V_2/T_2$;
- закон Шарля для изохорного процесса (V = const, m = const) P/T = const или для двух состояний газа $P_1/T_1 = P_2/T_2$;
- объединенный газовый закон (m = const)

$$\frac{PV}{T} = \text{const или } \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} , \tag{3}$$

где P_1, V_1, T_1 – соответственно давление, объем и температура газа в начальном состоянии; P_2, V_2, T_2 – те же параметры в конечном состоянии.

Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов,

$$P = P_1 + P_2 + \ldots + P_m,$$

где P_i – парциальные давления компонентов смеси; n – число компонентов смеси.

Парциальным давлением называется давление газа, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

Молярная масса смеси газов

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n} ,$$

где m_i – масса i-го компонента смеси; $\nu_i = m_i/M_i$ – количество вещества i-го компонента смеси; i – число компонентов смеси.

Массовая доля i-го компонента смеси газа (в долях единицы или процентах)

$$\omega_i = m_i/m ,$$

где m – масса смеси.

Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{M} ,$$

где N – число молекул, содержащихся в данной системе; ρ – плотность вещества.

Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

$$P = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_п \rangle,$$

где $\langle \varepsilon_п \rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы,

$$\langle \varepsilon_п \rangle = \frac{3}{2} kT, \qquad (4)$$

k – постоянная Больцмана.

Средняя полная кинетическая энергия молекулы

$$\langle \varepsilon_к \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где i – число степеней свободы молекулы.

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$P = nkT. \qquad (5)$$

Скорости молекул газа: средняя квадратичная, средняя арифметическая и наиболее вероятная соответственно

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}; \qquad (6)$$

$$\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}; \qquad (7)$$

$$\upsilon_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \qquad (8)$$

где m_0 – масса одной молекулы.

При решении задач молекулярной физики и термодинамики молярные массы газов определяют с помощью таблиц, в которых указаны относительные атомные массы элементов. Поэтому, прежде всего, нужно установить, сколько атомов входит в состав его молекулы.

Задачи на расчет параметров состояния газов методически рекомендуется разделить на две основные группы:

• задачи, в которых рассматриваются два или несколько состояний газа постоянной массы и которые решаются по уравнению объединенного газового закона;

• задачи, в условии которых указана масса газа или речь идет о процессах, в которых масса газа изменяется. Для этих задач корректным является уравнение Менделеева – Клапейрона.

Следует помнить, что в газовых законах используется только абсолютная (термодинамическая) температура и прежде, чем решать задачу, значения температуры по шкале Цельсия следует пересчитать в значения по шкале Кельвина.

Пример 1. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного движения и среднюю квадратическую скорость молекул кислорода и водорода при температуре $t = 27$ °С.

Решение. Прежде всего, перейдем от температуры по шкале Цельсия к термодинамической температуре:

$$T = t + 273 = 27 + 273 = 300 \text{ К}.$$

Из уравнения (4) следует, что она вообще не зависит от характеристик самих молекул, определяется термодинамической температурой и, следовательно, одинакова для молекул кислорода и водорода.

Подставив в формулу (4) числовые значения, получим

$$\langle \varepsilon_п \rangle = 3/2 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 = 6{,}2 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Подставив в уравнение (6) $m_0 = M/N_A$, запишем

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M}}.$$

Проверка размерности:

$$[\langle \upsilon_{кв} \rangle] = \sqrt{\frac{Дж \cdot К \cdot моль}{К \cdot кг \cdot моль}} = \sqrt{\frac{кг \cdot м \cdot м}{с^2 \cdot кг}} = \frac{м}{с}.$$

Подставив числовые значения, получим для кислорода и водорода соответственно

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{32 \cdot 10^{-3}}} = 480 \text{ м/с};$$

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 10^{-3}}} = 1900 \text{ м/с}.$$

Ответ: для кислорода $\langle \upsilon_{кв} \rangle = 480$ м/с, для водорода $\langle \upsilon_{кв} \rangle = 1900$ м/с, $\langle \varepsilon_п \rangle = 6{,}2 \cdot 10^{-21}$ Дж для обоих веществ.

Пример 2. Два сосуда, содержащие различные газы, соединены трубкой с краном. Давление газа в первом и во втором сосуде P_1 и P_2, число молекул соответственно N_1 и N_2. Какое давление установится в сосудах, если открыть кран? Температуру считать постоянной.

Решение. Согласно уравнению состояния (2) или (5) $P_1 = n_1kT$ и $P_2 = n_2kT$, где $n_1 = N_1/V_1$; $n_2 = N_2/V_2$; V_1 и V_2 – объемы сосудов. Следовательно,

$$P_1V_1 = N_1kT, \; P_2V_2 = N_2kT. \qquad (9)$$

После того, как кран будет открыт, давления выравняются и искомое давление

$$P(V_1 + V_2) = (N_1 + N_2)kT.$$

С учетом выражений (9) получим

$$P = \frac{P_1P_2(N_1 + N_2)}{P_1N_2 + P_2N_1}.$$

Проверка размерности:

$$[P] = \frac{Па \cdot Па}{Па + Па} = Па.$$

Ответ: при открытом кране давление в сосудах

$$P = \frac{P_1P_2(N_1 + N_2)}{P_1N_2 + P_2N_1}.$$

Пример 3. В закрытом баллоне находится смесь из водорода ($m_1 = 8$ г) и кислорода ($m_2 = 0{,}5$ г) при давлении $P_1 = 2{,}35 \cdot 10^5$ Па. Между газами происходит реакция с образованием водяного пара. Какое давление P установится в баллоне после охлаждения до первоначальной температуры? Конденсации пара не происходит.

Решение. Определим количество вещества водорода и кислорода, которые находились в смеси:

$$\nu_1 = \frac{m_1}{M_{H_2}}; \quad \nu_2 = \frac{m_2}{M_{O_2}}.$$

В соответствии с уравнением реакции $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$, в реакцию вступает весь водород и половина кислорода. Поэтому в результате реакции образуется количество вещества водяного пара

$$\nu_3 = \nu_1 = \frac{m_1}{M_{H_2}}$$

и останется количество вещества кислорода

$$\nu_4 = 0{,}5\nu_2 = \frac{0{,}5m_2}{M_{O_2}}.$$

Запишем уравнения состояния до и после реакции в соответствии с законом (2)

$$P_1V = (\nu_1 + \nu_2)RT; \quad PV = (\nu_3 + \nu_4)RT,$$

где V – объем баллона; T – температура газов.

Тогда

$$P = P_1\frac{\nu_3 + \nu_4}{\nu_1 + \nu_2} = P_1\frac{m_1M_{O_2} + 0{,}5m_2M_{H_2}}{m_1M_{O_2} + m_2M_{H_2}}.$$

Проверка размерности:

$$[P] = \text{Па} \frac{\text{кг} \cdot \dfrac{\text{моль}}{\text{кг}}}{\text{кг} \cdot \dfrac{\text{моль}}{\text{кг}}} = \text{Па} .$$

Подставив числовые значения, получим

$$P = 2{,}35 \cdot 10^5 \left(\frac{0{,}5 \cdot 32 + 0{,}5 \cdot 8 \cdot 2}{0{,}5 \cdot 32 + 8 \cdot 2} \right) \frac{10^{-6}}{10^{-6}} = 176 \text{ кПа}.$$

Ответ: после охлаждения в баллоне установится давление, равное 176 кПа.

Пример 4. Сосуд, содержащий 2 г гелия, разорвался при температуре 400 °С. Какое максимальное количество азота может храниться в таком сосуде при 30 °С, если запас прочности принят пятикратным.

Решение. Для решения задачи необходимо использовать уравнение состояния идеального газа (2) применительно к двум различным состояниям гелия и азота.

Для гелия в момент разрыва сосуда можно записать

$$P_1 V = \frac{m_1}{M_1} R T_1 ,$$

где $T_1 = 400 + 273 = 673$ К – абсолютная температура гелия; $M_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – его молярная масса.

Для азота в указанных условиях хранения уравнение состояния имеет вид

$$P_2 V = \frac{m_2}{M_2} R T_2 ,$$

где $T_2 = 30 + 273 = 303$ К и $M_2 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – соответственно абсолютная температура и молярная масса азота.

Разделив первое равенство на второе, получим

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1 T_1 M_2}{m_2 T_2 M_1} .$$

Отсюда

$$m_2 = \frac{m_1 T_1 M_2 P_2}{T_2 M_1 P_1} .$$

Проверка размерности:

$$[m] = \frac{\text{кг} \cdot \text{К} \cdot \text{моль} \cdot \text{кг} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{К} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Н}} = \text{кг} .$$

Учитывая, что $P_1 / P_2 = 5$ и подставив числовые значения, найдем

$$m_2 = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 673 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{303 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 5} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} .$$

Ответ: в сосуде можно хранить не более 6 г азота.

Пример 5. Определить температуру идеального газа в состоянии 2 (рис.1), если состояния 2 и 4 лежат на одной изотерме. Температуры T_1 и T_3 в состояниях 1 и 3 известны.

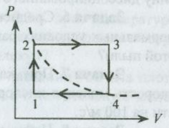

Рис.1

Решение. Воспользуемся уравнением объединенного газового закона (3), которое позволяет связать между собой параметры всех четырех состояний газа:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3} = \frac{P_4 V_4}{T_4} .$$

В соответствии с рис.1 $P_2 = P_3$, $P_4 = P_1$, $V_2 = V_1$, $V_4 = V_3$. Учитывая что $T_4 = T_2$, запишем систему уравнений

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_3 V_1}{T_2} ; \quad \frac{P_3 V_3}{T_3} = \frac{P_1 V_3}{T_2} .$$

Перемножая почленно эти уравнения, получим $T_1 T_3 = T_2^2$ или $T_2 = \sqrt{T_1 T_3}$.

Проверка размерности: $[T] = \sqrt{\text{К} \cdot \text{К}} = \text{К}$.

Ответ: температура газа в состоянии 2 $T_2 = \sqrt{T_1 T_3}$.

Задача 1. Определить число атомов в 1 кг водорода и массу одного атома водорода.

Задача 2. В сосуде вместимостью 1 л находится кислород массой 1 г. Найти концентрацию молекул кислорода в сосуде.

Задача 3. В сосуде вместимостью 5 л при нормальных условиях находится азот. Определить количество вещества, массу азота и концентрацию молекул в сосуде.

Задача 4. Определить концентрацию молекул кислорода, находящегося в сосуде вместимостью 2 л. Количество вещества кислорода ν = 0,2 моль.

Задача 5. Какое количество частиц находится в 16 г наполовину диссоциированного кислорода?

Задача 6. Среднеквадратичная скорость частиц пыли при нормальных условиях равна 480 м/с. Сколько молекул содержит 1 г этой пыли?

Задача 7. При какой температуре средняя квадратическая скорость молекул кислорода больше их наиболее вероятной скорости на 100 м/с.

Задача 8. Найти наиболее вероятную, среднюю арифметическую и среднеквадратичную скорость молекул азота при 27 °С.

Задача 9. Определить наиболее вероятную скорость молекул газа, плотность которого при давлении 40 кПа составляет 0,35 кг/м^3.

Задача 10. Найти отношение среднеквадратических скоростей молекул гелия и азота при одинаковых температурах.

Задача 11. Каково число молекул водорода в 1 см^3, если давление равно 200 мм рт. ст., а среднеквадратическая скорость его молекул при данных условиях 24 м/с?

Задача 12. Во сколько раз среднеквадратическая скорость пылинки, взвешенной в воздухе, меньше среднеквадратической скорости молекул воздуха? Масса пылинки 10^{-8} г. Воздух считать однородным газом массой 29 кг/кмоль.

Задача 13. Средняя квадратическая скорость молекул некоторого газа равна 450 м/с. Давление газа $5 \cdot 10^4$ Па. Найти плотность газа при этих условиях.

Задача 14. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_п \rangle$ поступательного движения молекул газа, находящегося под давлением 0,1 Па. Концентрация молекул газа 10^{13} см$^{-3}$.

Задача 15. Каковы средняя кинетическая энергия поступательного движения и средняя квадратическая скорость молекул кислорода и водорода при температуре 27 °С?

Задача 16. Какое давление оказывает газ на стенки сосуда, если его плотность 0,01 кг/м^3, а средняя квадратическая скорость молекул 480 м/с?

Задача 17. Найти полную кинетическую энергию, а также кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы аммиака NH_3 при температуре 27 °С.

Задача 18. В сосуде вместимостью 0,3 л при температуре 290 К находится некоторый газ. Как понизится давление газа в сосуде, если утечка газа из него составит 10^{19} молекул?

Задача 19. При температуре 35 °С и давлении 708 кПа плотность некоторого газа 12,2 кг/м^3. Определить относительную молекулярную массу газа.

Задача 20. Какое количество молекул воздуха выходит из комнаты объемом 80 м^3 при повышении температуры от 15 до 27 °С? Атмосферное давление 10^5 Па.

Задача 21. В закрытом сосуде вместимостью 20 л находится водород массой 6 г и гелий массой 12 г. Найти давление и молярную массу газовой смеси в сосуде, если температура смеси 300 К.

Задача 22. Определить плотность смеси газов водорода (m_1 = 8 г) и кислорода (m_2 = 64 г) при температуре 290 К и давлении 0,1 МПа. Газы считать идеальными.

Задача 23. В закрытом сосуде при некотором давлении P_0 находится смесь кислорода (1 моль) и водорода (2 моль). Между ними происходит реакция с образованием водяного пара. Какое давление установится в сосуде после охлаждения до первоначальной температуры? Конденсации пара не происходит.

Задача 24. Баллон вместимостью 20 л содержит смесь водорода и азота при температуре 290 К и давлении 1 МПа. Определить массу водорода, если масса смеси 150 г.

Задача 25. В баллоне вместимостью 15 л находится азот под давлением 100 кПа при температуре 27 °С. После того как из баллона выпустили азот массой 14 г, температура газа понизилась до 17 °С. Найти давление азота, оставшегося в баллоне.

Задача 26. Азот массой 7 г находится под давлением 0,1 МПа при температуре 290 К. Вследствие изобарного нагревания азот занял объем 10 л. Определить объем газа до расширения; температуру газа после расширения и плотность газа до и после расширения.

Задача 27. Под водой на глубине 5 м отломили нижний конец запаянной стеклянной трубки, и в нее вошло 1,95 г воды. Каким было давление в запаянной трубке, если объем трубки 2 см^3, атмосферное давление 10^5 Па?

Задача 28. Два баллона объемами V_1 и V_2 соединены трубкой с краном. Они содержат газы при одинаковой температуре T и давлениях P_1 и P_2 соответственно. Какое давление P установится в баллонах, если открыть кран? Температура не меняется, газы в химическую реакцию не вступают.

Задача 29. По газопроводу течет метан (CH_4) при давлении $2{,}0 \cdot 10^6$ Па и температуре 17 °С. За 1 ч транспортируется 32 кг газа. Площадь поперечного сечения трубы газопровода 6,0 см^2. Какова скорость движения газа в трубе?

Задача 30. Нагревается или охлаждается газ, расширяющийся по следующим законам: PV^2 = const; P = const; P/V = const?

Задача 31. Как изменится температура газа при изобарном нагревании, если его объем увеличился в 2 раза по сравнению с объемом при 0 °С?

Задача 32. Построить графики процесса, происходящего с идеальным газом (рис.2) в координатах $P - T$ и $P - V$. Масса газа постоянна.

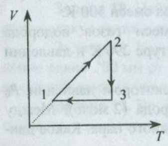

Рис.2

Задача 33. В закрытом сосуде происходит полное сгорание кусочка угля с образованием углекислого газа. Затем сосуд охлаждают до первоначальной температуры. Сравнить конечное давление в сосуде с начальным. Объем кусочка угля мал по сравнению с объемом сосуда.

Задача 34. Закрытый цилиндрический сосуд высотой h разделен на две части невесомым поршнем, скользящим без трения. При застопоренном поршне обе части сосуда заполнены газом, причем в одной из них давление в n раз больше, чем в другой. На какую высоту передвинется поршень, если снять стопор? Процесс считать изотермическим.

Задача 35. Тяжелый поршень массой m вставляют в открытый сверху и стоящий вертикально цилиндрический сосуд, площадь сечения которого равна площади поршня, и отпускают. Найти давление в сосуде в момент, когда скорость поршня максимальна. Трением пренебречь.

Задача 36. В сосуде объемом 1,0 л находится азот массой 0,28 г. Азот нагрет до температуры 1500 °С, при которой 30 % всех молекул азота диссоциируют на атомы. Определить давление в сосуде.

Задача 37. Баллон вместимостью 20 л содержит смесь водорода и азота при температуре 290 К и давлении 1 МПа. Найти массу водорода, если масса смеси 150 г.

Задача 38. Сравнить объем идеального газа в состояниях 1 и 2 (рис.3). Масса газа в ходе процесса неизменна.

Задача 39. Один моль идеального газа переводят из состояния 1 в состояние 2 (рис.4). Определить максимальную температуру газа в ходе процесса.

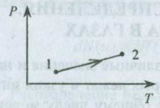

Рис.3

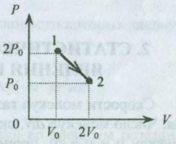

Рис.4

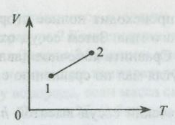

Рис.5

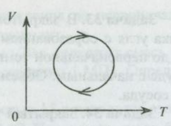

Рис.6

Задача 40. Поршень в цилиндре с газом неплотно прилегает к стенке и пропускает газ наружу. На рис.5 показана зависимость объема газа от температуры при изобарном процессе. Указать направление процесса.

Задача 41. Каков может быть наименьший объем баллона, вмещающего 6,4 кг кислорода, если его стенки при температуре 20 °С выдерживают давление в 16 Па?

Задача 42. Во сколько раз масса воздуха, заполняющего помещение зимой (7 °С), больше массы его летом (37 °С)?

Задача 43. При температуре 7 °С 12 г газа занимают объем $4 \cdot 10^{-3}$ м^3. После нагревания газа при постоянном давлении его плотность стала равной $6 \cdot 10^{-4}$ г/см^3. До какой температуры нагрели газ?

Задача 44. Как меняется давление идеального газа в ходе процесса, график которого изображен на рис.6? Указать точки на графике, соответствующие минимальному и максимальному давлению.

Задача 45. Чтобы изотермически уменьшить объем газа в цилиндре с поршнем в n раз, на поршень поместили груз массой m. Какой массы груз следует добавить, чтобы объем газа изотермически уменьшился еще в k раз?

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ГАЗАХ

Скорости молекул газа имеют различные значения и направления. Число молекул dN, скорости которых лежат в узких интервалах между υ и $\upsilon + d\upsilon$, пропорционально общему числу молекул N, ширине интервала $d\upsilon$ и зависит от скорости υ.

Функция распределения Максвелла по скоростям (рис.7)

$$F(\upsilon) = f(\upsilon)4\pi\upsilon^2 =$$

$$= \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}\right)4\pi\upsilon^2,$$

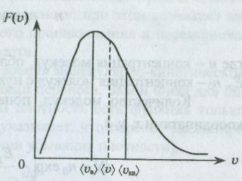

Рис.7

где

$$f(\upsilon) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}\right);$$

m_0 – масса молекулы газа; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура; υ – скорость молекул.

Число молекул, величина скоростей которых лежит в интервале от υ до $\upsilon + d\upsilon$,

$$dN = Nf(\upsilon)4\pi\upsilon^2 d\upsilon,$$

где N – число молекул газа.

Функция распределения молекул идеального газа по относительным скоростям

$$f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\exp(u^{-2})u^2,$$

где $u = \upsilon / \upsilon_в$.

Число молекул, относительные скорости которых заключены в пределах от u до $u + du$,

$$dN(u) = Nf(u)du = \frac{4N}{\sqrt{\pi}}\exp(-u^2)u^2 du.$$

Распределение Больцмана молекул во внешнем потенциальном поле

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{E_p}{kT}\right),$$

где n – концентрация молекул, обладающих потенциальной энергией E_p; n_0 – концентрация молекул с нулевой потенциальной энергией.

Количество молекул, попадающих в объем $dV = dxdydz$ с координатами x, y, z

$$dN = n_0 \exp\left(-\frac{E_p(x,y,z)}{kT}\right)dxdydz.$$

Распределение Максвелла – Больцмана записывается в виде

$$dN = n_0\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\exp\left(-\frac{E_p+\frac{m_0 v^2}{2}}{kT}\right)dv_x dv_y dv_z dxdydz,$$

где $dv_x dv_y dv_z$ – интервалы изменения компонентов скоростей.

Распределение давления в однородном поле силы тяжести (барометрическая формула) имеет вид

$$P = P_0\exp[-m_0 gz/(kT)]$$

или

$$P = P_0\exp[-Mgz/(RT)],$$

где z – координата (высота) точки по отношению к уровню принятому за нулевой; P_0 – давление на этом уровне; g – ускорение свободного падения; R – газовая постоянная; M – молярная масса газа.

К явлениям переноса относятся теплопроводность, внутреннее трение (или вязкость) и диффузия.

Теплопроводность возникает при наличии разности температур, вызванной какими-либо внешними причинами. Внутреннее трение связано с возникновением сил трения между слоями газа, перемещающимися параллельно друг другу с различными по модулю скоростями. Диффузия вызывается различием плотностей веще-

ства в разных частях объема или различием концентраций отдельных веществ в разных частях объема смеси; при этом возникает явление самопроизвольного взаимного проникновения и перемешивания частиц соприкасающихся веществ.

Явления переноса с точки зрения молекулярно-кинетической теории характеризуются уравнениями переноса. Закон Фика для одномерной диффузии, при которой плотность есть функция только одной координаты x (знак минус указывает, что перенос массы при диффузии происходит в направлении убывания плотности),

$$m_y = -D\frac{d\rho}{dx},$$

где m_y – удельный поток массы; ρ – плотность газа, $\rho = m_0 n$; m_0 – масса молекулы; n – концентрация молекул; D – коэффициент диффузии.

С другой стороны по определению

$$m_y = \frac{dm}{dSdt},$$

(здесь dm – масса вещества, диффундирующего за время dt через площадку dS, расположенную перпендикулярно направлению переноса вещества), поэтому

$$\frac{m_y}{m} = j = -D\frac{dn}{dx},$$

где j – плотность потока молекул при диффузии,

$$j = \frac{dn}{dSdt};$$

dn – число молекул, диффундирующих за время dt через площадку dS.

Для трехмерного случая $\rho = \rho(x, y, z)$. Закон Фика для трехмерной диффузии

$$j = -D\,\mathrm{grad}\,n_0.$$

Явление теплопроводности в одномерном случае, т.е. только вдоль одной координаты, описывается законом Фурье (знак минус указывает, что перенос внутренней энергии происходит в направлении убывания температуры)

$$q = \frac{\Delta Q}{dSdt} = -K\frac{dT}{dx},$$

где q – плотность теплового потока; ΔQ – количество теплоты, которое передается за время dt через площадку dS, расположенную перпендикулярно направлению переноса энергии; K – коэффициент теплопроводности.

В трехмерном случае, когда $T = T(x, y, z)$, закон Фурье имеет вид

$$q = -K\mathrm{grad}T.$$

Для явления внутреннего трения справедлив закон Ньютона

$$\tau = \eta\frac{dv}{dx},$$

где τ – напряжение сдвига,

$$\tau = \frac{dF_{\parallel}}{dS},$$

$dF_{\parallel}$ – сила трения, направленная по касательной к поверхности слоя площадью dS; dv – изменение скорости течения газа (жидкости) на расстоянии dx в направлении по нормали $\vec{n}$ к поверхности слоя; η – динамическая вязкость или коэффициент внутреннего трения.

Напряжение сдвига τ считается положительным, если сила внутреннего трения, действующая на рассматриваемую поверхность слоя, совпадает по направлению со скоростью движения газа.

Кроме понятия динамической вязкости используют и понятие кинематической вязкости:

$$\nu = \eta/\rho.$$

При своем движении молекулы газа вступают в процесс взаимодействия («сталкиваются»), при котором изменяются направления движения и модуль скорости молекул. Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени,

$$\langle Z\rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n\langle v\rangle,$$

где d – эффективный диаметр молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle\lambda\rangle = \frac{\langle v\rangle}{\langle Z\rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}.$$

Средняя продолжительность свободного пробега

$$\langle t\rangle = 1/\langle Z\rangle.$$

Эффективное сечение молекулы $\sigma = \pi d^2$.

Коэффициент теплопроводности

$$K = \frac{1}{3}\langle u\rangle\langle\lambda\rangle c_V\rho, \tag{10}$$

где $\langle u\rangle$ – средняя скорость молекул; c_V – удельная теплоемкость.

Коэффициенты вязкости и диффузии соответственно

$$\eta = \frac{1}{3}\langle u\rangle\langle\lambda\rangle\rho; \tag{11}$$

$$D = \frac{1}{3}\langle u\rangle\langle\lambda\rangle. \tag{12}$$

Коэффициенты вязкости, диффузии и теплопроводности связаны соотношениями $\eta = \rho D$; $\eta = K/c_V$.

Эффективный диаметр молекул

$$d = \sqrt{1/(\sqrt{2}\pi n_0\langle\lambda\rangle)}.$$

Так как $n_0 = \rho / m_0 = \rho N_A / M$, то

$$d = \sqrt{M/(\sqrt{2}\pi N_A \rho\langle\lambda\rangle)} .$$

Из формул (11) и (12) следует

$$\rho\langle\lambda\rangle = \frac{3K}{\langle u\rangle c_V} \quad \text{или} \quad \rho\langle\lambda\rangle = \frac{3\eta}{\langle u\rangle}.$$

Соответственно

$$d = \sqrt{\frac{\langle u\rangle M c_V}{3\sqrt{2}\pi N_A K}} \quad \text{или} \quad d = \sqrt{\frac{\langle u\rangle M}{3\sqrt{2}\pi N_A \eta}} .$$

Пример 6. Определить среднюю арифметическую скорость молекул идеального газа, плотность которого при давлении 50 кПа составляет 0,4 кг/м^3.

Решение. В соответствии с уравнением молекулярно-кинетической теории идеальных газов

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{кв}\rangle^2 ,$$

и учитывая уравнения (6) и (7), получим

$$\langle v\rangle = \sqrt{8/3\pi}\langle v_{кв}\rangle . \qquad (13)$$

Так как плотность газа $\rho = m/V = Nm_0/V = nm_0$, давление газа

$$P = \frac{1}{3}\rho\langle v_{кв}\rangle^2 ,$$

а средняя квадратическая скорость

$$\langle v_{кв}\rangle = \sqrt{3P/\rho} .$$

Подставив это выражение в формулу (7), найдем

$$\langle v\rangle = \sqrt{8P/(\pi\rho)} .$$

Проверка размерности:

$$[\langle v\rangle] = \sqrt{Па\cdot м^3/кг} = \sqrt{Н\cdot м^3/(м^2\cdot кг)} = \\ = \sqrt{м\cdot кг\cdot м^3/(м^2\cdot с^2\cdot кг)} = м/с.$$

Вычислим

$$\langle v\rangle = \sqrt{8\cdot 50000/(3{,}14\cdot 0{,}4)} = \sqrt{400000/(3{,}14\cdot 0{,}4)} = 564 \text{ м/с} .$$

Ответ: $\langle v\rangle = 564$ м/с .

Пример 7. Используя функцию распределения молекул идеального газа по относительным скоростям, определить число молекул, скорости которых меньше 0,002 $v_в$, если в объеме газа содержится $1{,}67\cdot 10^{24}$ молекул.

Решение. Число молекул, относительные скорости которых заключены в пределах от u до $u + du$,

$$dN(u) = Nf(u)du = \frac{4N}{\sqrt{\pi}}\exp(-u^2)u^2du .$$

По условию задачи $v = 0{,}002 v_в$, соответственно $u = v/v_в = 0{,}002$. Так как $u \ll 1$, то $\exp(-u^2) \approx 1 - u^2$. Пренебрегая $u^2 \ll 1$, можно записать

$$dN(u) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}}u^2du.$$

Проинтегрировав это выражение по u в пределах от 0 до u, найдем

$$\Delta N = \frac{4N}{\sqrt{\pi}}\int_0^U u^2du = \frac{4N}{3\sqrt{\pi}}u^3 = \\ = \frac{4\cdot 1{,}67\cdot 10^{24} 0{,}002^3}{3\sqrt{3{,}14}} = 10^{16} \text{ молекул.}$$

Ответ: искомое число молекул 10^{16}.

Пример 8. Определить, во сколько раз отличаются коэффициенты диффузии азота (молярная масса $M_1 = 28\cdot 10^{-3}$ кг/моль) и углекислого газа ($M_2 = 44\cdot 10^{-3}$ кг/моль), если оба газа находятся при одинаковых температуре и давлении. Эффективные диаметры молекул этих газов считать одинаковыми.

Решение. Коэффициент диффузии $D = \frac{1}{3}\langle v\rangle\langle\lambda\rangle$, где средняя арифметическая скорость его молекул $\langle v\rangle = \sqrt{8RT/(\pi M)}$, а средняя длина свободного пробега молекул $\langle\lambda\rangle = 1/\left(\sqrt{2}\pi d^2 n\right)$.

Поскольку $P = nkT$, а из условия задачи $P_1 = P_2$ и $T_1 = T_2$, $n_1 = n_2$.

Подставив значения $\langle v\rangle$ и $\langle\lambda\rangle$ в формулу для коэффициента диффузии и учитывая условие задачи, найдем

$$D_1/D_2 = \sqrt{M_2/M_1} = \sqrt{0{,}044/0{,}028} = 1{,}25 .$$

Проверка размерности:

$$[D_1/D_2] = \sqrt{\frac{кг\cdot моль}{моль\cdot кг}} \text{ – безразмерная величина.}$$

Ответ: коэффициент диффузии азота в 1,25 раз меньше коэффициента диффузии углекислого газа.

Пример 9. Два сосуда объемами V_1 и V_2 соединены между собой трубкой длиной $\ell = 10$ см (площадь сечения $S = 1$ см^2) и наполнены смесью идеальных газов различного состава при одинаковом давлении и температуре. Концентрации газов соответственно n_1 и n_2. Процесс происходит при давлении, близком к атмосферному. Начальная разность концентраций $\Delta n_0 = 0{,}1$ м$^{-3}$. Вследствие диффузии со временем начальная разность концентраций будет убывать: $\Delta n = n_2 - n_1$. Определить закон, по которому происходит это убывание. Определить постоянную времени процесса убывания n, если $V_1 = V_2 = 1$ л. Сосуд 1 заполнен смесью азота и кислорода (концентрация кислорода 0,1), в сосуде 2 находится чистый азот.

Коэффициент диффузии кислорода в азоте 0,17 см^2/с (при атмосферном давлении).

Решение. Диффузионный поток согласно закону Фика

$$j = -D\frac{dn}{dx} .$$

Предположим, что концентрация рассматриваемого компонента мала, тогда можно считать

$$\frac{dn}{dx} = \frac{\Delta n}{\ell}$$

и закон Фика приобретает вид

$$j = -D\frac{\Delta n}{\ell} . \qquad (14)$$

За бесконечно малый промежуток времени dt число молекул, продиффундировавших в сосуд 2,

$$dn = -D\frac{\Delta n}{\ell}Sdt .$$

Плотность молекул в сосуде 1 уменьшится на dn^*, а в сосуде 2 увеличится на dn^{**}. Тогда

$$dn^* = -\frac{dj}{V_1} ; \quad dn^{**} = +\frac{dj}{V_2} .$$

Концентрации молекул в сосудах по истечении времени dt изменятся следующим образом:

$$n_1^* = n_1 + dn^* = n_1 - \frac{dj}{V_1}, \quad n_2^* = n_2 + dn^{**} = n_2 - \frac{dj}{V_2} .$$

По истечении времени dt разность концентраций

$$\Delta n^* = n_2^* - n_1^* = n_2 - n_1 + \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right)dj = \Delta n + \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right)dj .$$

Подставляя значения dj в соответствии с формулой (14), получим

$$\Delta n^* = \Delta n - \frac{D\Delta n}{\ell}\left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right) Sdt .$$

Тогда разность концентраций

$$d(\Delta n) = \Delta n^* - \Delta n = -\frac{D\Delta n (V_1 + V_2) Sdt}{V_1 V_2 \ell} .$$

Так как приведенный объем $V_0 = (V_1 V_2 / V_1 + V_2)$, то

$$d(\Delta n) = -D\Delta n Sdt / V_0 \ell .$$

Разделив переменные и проинтегрировав, получим

$$\int d(\Delta n) / \Delta n = -\int DSdt / V_0 \ell$$

или

$$\ell n \Delta n = -DSt / V_0 \ell + \ell n C ,$$

где C – постоянная интегрирования.

Окончательно

$$\Delta n = C \exp(-DSt / V_0 \ell) .$$

Постоянную C можно найти, если задана начальная разность концентраций Δn_0. Подставив $t = 0$ и $\Delta n = \Delta n_0$, получим $C = \Delta n_0$.

Окончательно

$$\Delta n = \Delta n_0 \exp(-DSt / V_0 \ell) = \Delta n_0 \exp(t / \tau) ,$$

где $\tau = V_0 \ell / DS$ – постоянная времени процесса, имеющая размерность времени.

В течение времени τ начальная разность концентраций диффундирующей компоненты уменьшится в $e = 2{,}7$ раза.

Проверка размерности:

$$[\tau] = \text{см}^3 \left(\frac{\text{см} \cdot \text{с}}{\text{см}^2 \cdot \text{см}^2}\right) = \text{с} .$$

Вычислим

$$\tau = 10 \cdot 10/0{,}17 \cdot 1 = 558 \text{ с} = 0{,}16 \text{ ч}.$$

Ответ: постоянная времени процесса убывания разности концентрации 0,16 ч.

Задача 46. Исходя из распределения Максвелла по модулю скорости, получить распределение для энергии поступательного движения молекул. Найти наивероятнейшее и среднее значение энергии поступательного движения молекул газа при температуре T.

Задача 47. В сосуде находится 5 г водорода. Определить число молекул водорода, скорости которых превышают среднюю квадратичную скорость.

Задача 48. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул CO_2 при температуре $t = 75$ °C, если средняя длина свободного пробега молекул $\langle\lambda\rangle = 870$ мкм.

Задача 49. На какой высоте давление воздуха составляет 60 % от давления на уровне моря? Считать, что температура воздуха везде одинакова и равна 10 °C.

Задача 50. Водород находится при нормальных условиях. Найти число столкновений, испытываемых в среднем каждой молекулой за 1 с.

Задача 51. Кислород находится при нормальных условиях. При какой частоте колебаний длина звуковой волны в нем будет равна средней длине свободного пробега молекул данного газа?

Задача 52. Вычислить, какая часть молекул газа пролетает без столкновений расстояния, превышающие длину свободного пробега.

Задача 53. Какое предельное число молекул воздуха должно находиться внутри сферического сосуда, чтобы молекулы не сталкивались друг с другом? Диаметр молекул воздуха $d = 0{,}3$ нм, диаметр сосуда $D = 15$ см.

Задача 54. Найти среднее число столкновений молекул некоторого газа в единицу времени, если средняя длина свободного пробега $\langle\lambda\rangle = 5$ мкм, а средняя квадратическая скорость его молекул 500 м/с.

Задача 55. Найти коэффициент диффузии водорода при нормальных условиях, если средняя длина свободного пробега $\langle\lambda\rangle = 0{,}16$ мкм.

Задача 56. Найти коэффициент диффузии гелия при нормальных условиях.

Задача 57. Каков коэффициент диффузии водорода в некоторых условиях, если коэффициент диффузии гелия в этих условиях 92 мм^2/с?

Задача 58. Найти массу азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку площадью $S = 0{,}01$ м^2 за 15 с, если плотность изменяется в направлении, перпендикулярном к площадке, по закону $\Delta\rho / \Delta x = 1{,}26$ кг/м^4. Температура азота 27 °C, средняя длина свободного пробега молекул азота 10 мкм.

Задача 59. Вычислить коэффициент взаимодиффузии водорода и азота при температуре 300 К и давлении $1{,}00 \cdot 10^5$ Па.

Задача 60. Коэффициент диффузии кислорода при нормальных условиях 14,1 мм^2/с. Определить, каким будет коэффициент диффузии при температуре 50 °C, если нагревание газа происходит при постоянном объеме.

Задача 61. Во сколько раз изменится коэффициент диффузии двухатомного газа при уменьшении давления в 2 раза в результате изотермического расширения?

Задача 62. При каком давлении отношение коэффициента вязкости некоторого газа к коэффициенту его диффузии $\eta / D = 0{,}3$ кг/м^3, а средняя квадратическая скорость его молекул $\langle\upsilon_{\text{кв}}\rangle = 632$ м/с?

Задача 63. Найти коэффициент вязкости азота при нормальных условиях, если его коэффициент диффузии $D = 1{,}42 \cdot 10^{-5}$ м^2/с.

Задача 64. Найти динамическую вязкость воздуха при температуре 100 °C и нормальном давлении, если при 20 °C она равна 17,2 мкПа·с.

Задача 65. При какой температуре азота его динамическая вязкость равна динамической вязкости водорода, находящегося при температуре 19 °C.

Задача 66. Построить график зависимости вязкости азота от температуры в интервале от 200 до 700 К через каждые 100 К.

Задача 67. При некоторых условиях коэффициент диффузии водорода $D = 1{,}42 \cdot 10^{-4}$ м^2/с, коэффициент вязкости $\eta = 8{,}5$ мкПа·с. Найти число молекул водорода в единице объема, его плотность, среднюю длину свободного пробега и среднюю арифметическую скорость его молекул.

Задача 68. Азот находится под давлением 100 кПа при температуре 290 К. Определить коэффициенты диффузии и внутреннего трения. Эффективный диаметр молекулы азота принять равным 0,38 нм.

Задача 69. Какой наибольшей скорости может достигнуть дождевая капля диаметром 0,3 мм? Диаметр молекул воздуха 0,3 нм, температура воздуха 0 °C. Считать, что для дождевой капли справедлив закон Стокса.

Задача 70. Самолет летит со скоростью 360 км/ч. Считая, что толщина слоя воздуха у крыла, увлекаемого вследствие вязкости, 4 см, найти касательную силу, действующую на единицу поверхности крыла. Диаметр молекул воздуха 0,3 нм, температура воздуха 0 °C.

Задача 71. Определить коэффициент теплопроводности азота, если его коэффициент динамической вязкости при тех же условиях равен 11 мкПа·с.

Задача 72. Определить массу азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку площадью $S = 50$ см^2 за 20 с, если градиент плотности в направлении, перпендикулярном площадке, равен 1 кг/м^4. Температура азота 290 К, средняя длина свободного пробега его молекул 1 мкм.

Задача 73. Найти коэффициент теплопроводности воздуха при давлении 100 кПа и температуре 10 °C. Диаметр молекулы воздуха 0,3 нм.

Задача 74. Построить график зависимости коэффициента теплопроводности водорода от температуры в интервале 200-700 К через каждые 100 К.

Задача 75. Углекислый газ и азот находятся при одинаковых температурах и давлениях. Найти отношения коэффициентов вязкости этих газов, коэффициентов диффузии и коэффициентов теплопроводности. Диаметры молекул газов считать одинаковым.

Задача 76. Расстояние между стенками дьюаровского сосуда 8 мм. При каком давлении теплопроводность воздуха, находящегося между стенками сосуда, начинает уменьшаться при откачке? Температура воздуха 18 °С. Диаметр молекул воздуха 0,3 нм.

Задача 77. Пространство между двумя коаксиальными цилиндрами радиусом 5 и 5,5 см заполнено кислородом при температуре 0 °С. Определить, выше какого давления динамическая вязкость кислорода не будет зависеть от давления.

Задача 78. Известны градиент температуры и коэффициент теплопроводности. Написать выражение для вектора плотности потока теплоты $\vec{q}$.

Задача 79. Какое количество теплоты Q теряет помещение за 1 ч через окно за счет теплопроводности воздуха, заключенного между рамами? Площадь каждой рамы 4 м^2, расстояние между ними 30 см, температура помещений 18 °С, температура наружного воздуха 20 °С. Диаметр молекул воздуха 0,3 нм. Температуру воздуха между рамами считать равной среднему арифметическому температур помещения и наружного воздуха. Давление 101,3 кПа.

Задача 80. Между пластинами, находящимися на расстоянии 1 мм друг от друга, находится воздух и поддерживается разность температур $\Delta T = 1$ К. Площадь каждой пластины 0,01 м^2. Какое количество теплоты передается за счет теплопроводности от одной пластины к другой за 10 мин? Считать, что воздух находится при нормальных условиях. Диаметр молекулы воздуха 0,3 нм.

Задача 81. Пространство между двумя пластинами площадью 150 см^2 каждая, находящимися на расстоянии 5 мм друг от друга, заполнено кислородом. Одна пластина поддерживается при температуре 17 °С, другая – 27 °С. Определить количество теплоты, прошедшее за 5 мин посредством теплопроводности от одной пластины к другой. Кислород находится при нормальных условиях. Эффективный диаметр молекул кислорода считать равным 0,36 нм.

Задача 82. Два тела с постоянными температурами T_1 и T_2 ($T_1 \le T_2$) соединены теплопроводящим стержнем длиной L и поперечным сечением S. Пренебрегая потерями теплоты через боковую поверхность стержня, определить зависимость температуры стержня T от координаты x. Найти поток теплоты через поперечное сечение стержня. Коэффициент теплопроводности материала стержня K.

Задача 83. Зазор между двумя концентрическими сферами заполнен однородным изотропным веществом. Радиус внутренней сферы $r_1 = 10$ см, радиус внешней $r_2 = 12$ см. Поверхность внутренней сферы поддерживается при температуре $T_1 = 320$ К, поверхность $4\pi R^2$ внешней при температуре $T_2 = 300$ К. В этих условиях от внутренней сферы к внешней распространяется установившийся тепловой поток $dQ/dt = 2$ кВт. Определить коэффициент теплопроводности вещества K в зазоре, считая его не зависящим от температуры, и температуру в зазоре как функцию расстояния r от центра сфер.

Задача 84. Температура воздуха земной атмосферы линейно увеличивается с высотой h по закону $T = T_0 + \alpha_0 h$. Относительное изменение температуры $T/T_0 = 1 + \alpha_0 h/T_0$ остается много меньше единицы. Известны длина свободного пробега молекул воздуха $\langle\lambda\rangle$, масса каждой молекулы m_0, концентрация молекул воздуха n. Оценить плотность теплового потока на Землю и определить, как она зависит от концентрации молекул воздуха?

Задача 85. Коэффициенты теплопроводности газов A и B равны соответственно K_1 и K_2. Определить теплопроводность смеси, в которой молекул газа A в n раз больше, чем молекул газа B. Температура газов одинакова, газы одноатомные. Молярные массы газов соответственно M_1 и M_2.

Задача 86. В разреженном газе нагретое тело остывает за время t. За какое время остынет тело из того же материала, если все его линейные размеры увеличить в n раз?

Задача 87. Как изменится импульс, передаваемый молекулами газа за 1 с стенкам сосуда, и коэффициент диффузии при осуществлении изотермического процесса, идущего с уменьшением давления?

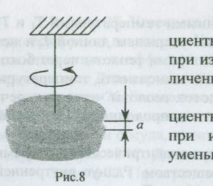

Рис.8

Задача 88. Как изменятся коэффициенты диффузии и теплопроводности газа при изохорическом процессе, идущем с увеличением давления?

Задача 89. Как изменятся коэффициенты диффузии газа и теплопроводности при изобарическом процессе, идущем с уменьшением объема?

Задача 90. Один из способов измерения вязкости газов заключается в наблюдении за скоростью затухания крутильных колебаний горизонтального диска, подвешенного на тонкой упругой нити над таким же диском. Получить формулу, связывающую вязкость газа, находящегося между дисками, с массой и радиусом диска, величиной зазора a и коэффициентом затухания колебаний (рис.8).

3. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

Первое начало термодинамики может быть записано в виде

$$Q = \Delta U + A, \qquad (15)$$

где Q – количество теплоты, подводимое к системе; ΔU – изменение внутренней энергии; A – работа системы против внешних сил,

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV , \qquad (16)$$

P – давление газа; V_1 и V_2 – начальный и конечный объемы газа.

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{miR\Delta T}{2M}, \qquad (17)$$

где m – масса газа; M – молярная масса; i – число степеней свободы; R – универсальная газовая постоянная; ΔT – изменение температуры.

Молярная теплоемкость

$$C = dQ/dT,$$

где dQ – элементарное количество теплоты, сообщение которого повышает температуру тела на dT.

Политропическим называется процесс, при котором $C = \text{const}$. Уравнение политропы имеет вид

$$PV^n = \text{const},$$

где n – показатель процесса, $(-\infty) < n < (+\infty)$.

Для изохорного процесса $n = \pm\infty$, изобарного $n = 0$, изотермического $n = 1$, адиабатного $n = C_P / C_V = \gamma$, где C_P и C_V – изобарная и изохорная молярные теплоемкости, $C_P = C_V + R$, $C_V = iR/2$.

Теплоемкость политропического процесса

$$C = \frac{iR}{2} - \frac{R}{n-1}. \qquad (18)$$

Молярная и удельная теплоемкости связаны соотношением $C = Mc$, где c – удельная теплоемкость.

При решении задач следует обратить внимание на то, что изменение внутренней энергии не зависит от термодинамического процесса, а определяется изменением параметров газа в начальном и конечном состояниях. Принято считать, что если работа имеет отрицательный знак, внешние силы совершают над газом работу, и если количество теплоты имеет отрицательный знак, то газ отдает тепло внешним телам.

Пример 10. На рис.9 изображен политропический процесс, при котором давление линейно зависит от объема. Найти молярную теплоемкость процесса и представить этот процесс в координатах $V - T$ и $P - T$.

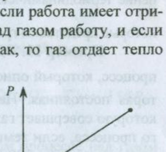

Рис.9

Решение. Так как продолжение прямой, представляющей термодинамический процесс, проходит через начало координат зависимость давления P от объема V можно описать уравнением

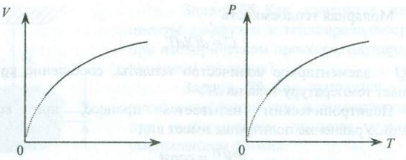

Рис.10

$$P = kV,$$

где k – коэффициент пропорциональности.

Соответственно $k = PV^{-1}$, откуда показатель процесса $n = -1$.

Подставляя показатель процесса в формулу молярной теплоемкости (18), найдем

$$C = \frac{iR}{2} + \frac{R}{2} = \frac{R}{2}(i+1).$$

Используя уравнение состояния идеального газа $PV = RT$ и уравнение термодинамического процесса, получим: $V = \sqrt{\frac{R}{k}T}$; $P = \sqrt{kRT}$, которые представим графически на рис.10.

Пример 11. Один моль азота совершает термодинамический процесс, который описывается уравнением $V = aT^{-0,5}$, где a – некоторая постоянная. Найти изменение внутренней энергии, работу, которую совершает газ и количество теплоты, необходимое для этого процесса, если температура газа увеличилась в 2 раза. Начальная температура газа 300 К, начальное давление 1 атм. Найти молярную теплоемкость процесса и постоянную a.

Решение. Изменение внутренней энергии ΔU не зависит от термодинамического процесса и определяется для 1 моль соотношением (17) в виде

$$\Delta U = \frac{iR(T_2 - T_1)}{2},$$

для данного случая

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot 300R = 750R.$$

Работа, которую совершает газ, может быть рассчитана по формуле (16). Для интегрирования необходимо знать зависимость давления от объема при проводимом процессе. В уравнение термодинамического процесса, данного в задаче, подставим выражение для объема из уравнения состояния идеального газа: $V = RT/P$. Тогда

$$\frac{RT}{P} = aT^{-0,5}$$

или

$$P = \frac{RT^{1,5}}{a}.$$

Подставляя это выражение в формулу (16), запишем

$$A = \int \frac{RT^{1,5}}{a} dV.$$

Очевидно, что $dV = a(-0,5)T^{-1,5}dT$. Таким образом,

$$A = \int \frac{RT^{1,5}}{a}(-0,5)aT^{-1,5}dT = -0,5R\int_{T_1}^{T_2} dT = -0,5R(T_2 - T_1) = -150R.$$

Знак минус показывает, что при данном процессе над газом совершают работу внешние силы.

Количество теплоты, сообщаемое газу, на основании первого закона термодинамики

$$Q = 2,5 \cdot 300R - 0,5 \cdot 300R = 600R.$$

Из этого соотношения следует, что $Q > 0$, следовательно, при осуществлении этого процесса к газу подводится тепло.

Для расчета молярной теплоемкости необходимо определить показатель процесса. Для этого из уравнения данного процесса $V = aT^{-0,5}$ и уравнения состояния идеального газа исключаем температуру. Получим уравнение процесса $PV^3 = \text{const}$ в переменных $P-V$, т.е. показатель процесса $n = 3$. Подставляя в формулу (18) полученные данные, запишем

$$C = \frac{5}{2}R - \frac{1}{2}R = 2,0R.$$

Так как $C > 0$, к газу подводится тепло. После вычислений найдем $\Delta U = 6225$ Дж; $A = -1245$ Дж, $Q = 4980$ Дж.

Постоянная a находится из уравнения данного процесса и уравнения состояния идеального газа, записанного для 1 моль газа:

$$V_1 T_1^{0,5} = a; \; P_1 V_1 = RT_1.$$

Исключив из уравнений объем V_1, получим

$$a = RT_1^{1,5} / P_1 = \frac{8,3 \cdot 300^{1,5}}{10^5} = 0,43 \text{ м}^3 \cdot \text{К}^{0,5}.$$

Ответ: $\Delta U = 6225$ Дж; $A = -1245$ Дж; $Q = 4980$ Дж; $a = 0,43$ м$^3 \cdot$К^{0,5}; $C = 16,6$ Дж/(моль К).

Пример 12. Один моль трехатомного газа с жесткими молекулами, занимающий объем 20 л и находящийся под давлением 0,10 МПа, переводят в состояние, при котором его объем увеличивается в 2 раза, а давление – в 3 раза. Определить изменение внутренней энергии и работу, совершаемую газом. Найти количество теплоты, подводимое к газу, для трех процессов: 1 – 3 – 2; 1 – 2 и 1 – 4 – 2 (рис.11). Вычислить интегральные молярные теплоемкости для этих процессов.

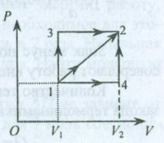

Рис.11

Решение. Изменение внутренней энергии не зависит от термодинамического процесса, а определяется параметрами газа в начальном и конечном состояниях. Поэтому для всех трех процессов изменение внутренней энергии одинаково:

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U_3 = \frac{iR}{2}\Delta T,$$

где $\Delta T = T_2 - T_1$.

Используя уравнение состояния идеального газа для 1 моль, имеем

$$R\Delta T = P_2 V_2 - P_1 V_1.$$

Учитывая эти уравнения и условия задачи ($V_2 = 2V_1$ и $P_2 = 3P_1$), получим

$$\Delta U = \frac{i}{2}(6P_1V_1 - P_1V_1) = 2,5iP_1V_1.$$

Для трехатомного газа $i = 6$, поэтому

$$\Delta U = 15P_1V_1 = 15 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Работа, совершаемая газом, определяется площадью криволинейной трапеции, в данной задаче – площадью фигуры, лежащей под кривой, соответствующей процессу. Для первого процесса

$$A_1 = S_{V_1 32 V_2} = P_2(V_2 - V_1) = 3P_1(V_2 - V_1).$$

Аналогично для второго и третьего процессов

$$A_2 = S_{V_1 14 V_2} + S_{124} = P_1(V_2 - V_1) + 0,5(V_2 - V_1)(P_2 - P_1) = 2P_1V_1;$$

$$A_3 = P_1(V_2 - V_1) = P_1V_1.$$

После вычислений имеем $A_1 = 6 \cdot 10^3$ Дж; $A_2 = 4 \cdot 10^3$ Дж; $A_3 = 2 \cdot 10^3$ Дж.

Количество теплоты находим на основании первого закона термодинамики в виде (15). Подставляя полученные значения работы и изменения внутренней энергии, находим $Q_1 = 3{,}6 \cdot 10^4$ Дж, $Q_2 = 3{,}4 \cdot 10^4$ Дж, $Q_3 = 3{,}2 \cdot 10^4$ Дж.

Интегральные молярные теплоемкости для этих процессов можно найти по формуле $Q = C(T_2 - T_1)$. Откуда

$$C = \frac{Q}{T_1(\frac{T_2}{T_1} - 1)}.$$

Из уравнения состояния идеального газа

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2V_2}{P_1V_1} = \frac{3P_1 \cdot 2V_1}{P_1V_1} = 6.$$

Следовательно,

$$C = \frac{Q}{5T_1} \text{ или } C = \frac{QR}{5P_1V_1}.$$

Для каждого процесса вычислим C: $C_1 = 29{,}9$ Дж/(моль · К); $C_2 = 28{,}8$ Дж/(моль · К); $C_3 = 26{,}6$ Дж/(моль · К).

Ответ: для всех процессов $\Delta U = 3 \cdot 10^4$ Дж; работа, совершаемая газом в процессах 1, 2 и 3, соответственно $6 \cdot 10^3$, $4 \cdot 10^3$ и $2 \cdot 10^3$ Дж; количество теплоты, сообщаемое газу, соответственно $3{,}6 \cdot 10^4$, $3{,}4 \cdot 10^4$ и $3{,}2 \cdot 10^4$ Дж; молярные теплоемкости соответственно 29,9; 28,8 и 26,6 Дж/(моль·К).

Задача 91. Гелий, расширяясь, совершил при постоянном давлении работу 860 Дж. Какое количество теплоты сообщено газу?

Задача 92. В закрытом сосуде находится смесь азота (масса 56 г) и кислорода (64 г). Определить изменение внутренней энергии этой смеси при охлаждении ее на 20 °С.

Задача 93. Считая азот идеальным газом, найти его удельную теплоемкость для изобарного и изохорного процессов.

Задача 94. Определить удельные теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме для смеси 3 г углекислого газа и 4 г азота.

Задача 95. Определить показатель адиабаты для смеси газов, содержащей 8 г гелия и 2 г водорода.

Задача 96. Кислород массой 32 г находится в закрытом сосуде под давлением 0,1 МПа при температуре 290 К. После нагревания давление в сосуде повысилось в 4 раза. Определить объем сосуда, температуру, до которой газ нагрели, и количество теплоты, сообщенное газу.

Задача 97. Определить количество теплоты, сообщенное газу, если в процессе изохорного нагревания кислорода объемом 20 л его давление изменилось на 100 кПа.

Задача 98. Два моля двухатомного газа нагревают при постоянном объеме до температуры 289 К. Определить количество тепла, которое нужно сообщить газу, чтобы увеличить его давление в 3 раза.

Задача 99. При изобарном нагревании 2 моль некоторого газа на 90 °С ему сообщено 2,1 кДж. Определить работу, совершаемую газом, и изменение внутренней энергии газа.

Задача 100. Некоторый газ массой 5 г изотермически расширяется от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$. Работа расширения 1 кДж. Определить среднюю квадратическую скорость молекул газа.

Задача 101. Азот массой 4 г сжимают изотермически при температуре 300 К от давления 100 кПа до 500 кПа. Найти изменение внутренней энергии газа, работу сжатия и количество выделившейся теплоты.

Задача 102. Азот массой 50 г находится при температуре 280 К. В результате изохорного охлаждения, его давление уменьшилось в 2 раза, а затем в результате изобарного расширения температура газа в конечном состоянии стала равной первоначальной. Определить работу, совершенную газом, и изменение внутренней энергии газа.

Задача 103. При адиабатическом расширении 2 моль кислорода, находящегося при нормальных условиях, его объем увеличился в 3 раза. Найти изменение внутренней энергии газа и работу расширения газа.

Задача 104. Азот массой 1 кг занимает при температуре 300 К объем 0,5 м^3. В результате адиабатического сжатия давление газа увеличилось в 3 раза. Определить конечный объем газа и его конечную температуру, а также изменение внутренней энергии газа.

Задача 105. Двухатомный идеальный газ занимает объем $V_1 = 1$ л и находится под давлением $P_1 = 0{,}1$ МПа. После адиабатического сжатия газ характеризуется объемом V_2 и давлением P_2. В результате последующего изохорного процесса газ охлаждается до первоначальной температуры, а его давление P_3 становится равным 0,2 МПа. Найти V_2 и P_2. Представить эти процессы в виде графиков.

Задача 106. Кислород массой 10 г, находящийся при температуре 370 К, подвергли адиабатическому расширению, в результате которого его давление уменьшилось в 4 раза. В результате последующего изотермического расширения газ был сжат до первоначального давления. Определить температуру газа в конце процесса, количество теплоты, отданное газом, изменение внутренней энергии и работу, совершенную газом.

Задача 107. Плотность некоторого газа при нормальных условиях 1,25 кг/м^3, $c_p/c_v = 1{,}4$. Найти удельные теплоемкости этого газа.

Задача 108. Количество теплоты, необходимое при нагревании газа на 25 К при постоянном давлении, равно 500 Дж, а количество теплоты, выделяемое при охлаждении того же газа на 75 К при постоянном объеме, – 1,07 кДж. Определить показатель адиабаты данного газа.

Задача 109. Найти молярную теплоемкость двухатомного идеального газа в процессе, при котором температура газа пропорциональна квадрату объема и обратно пропорциональна его объему.

Задача 110. Представить графически все изопроцессы и адиабатный процесс для идеального газа в координатах $P - V$, $P - T$ и $V - T$.

Задача 111. Двухатомный газ, находящийся при температуре 250 °С, сжимают изотермически так, что его объем уменьшился в 3 раза. Затем газ адиабатно расширяется до начального давления. Найти температуру газа в конце адиабатного расширения.

Задача 112. Двухатомный газ при температуре 22 °С адиабатно сжимают так, что его давление возрастает в 2 раза, а затем охлаждают при постоянном объеме до начального давления. Найти конечную температуру газа.

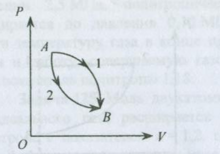

Рис.12

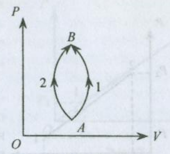

Рис.13

Задача 113. В каком случае идеальный газ при одинаковом увеличении объема совершает бóльшую работу: при изобарном, изотермическом или адиабатном процессе?

Задача 114. Некоторая масса идеального газа переходит из состояния A в состояние B способами 1 и 2 (рис.12). Одинаковы ли в каждом процессе работа, совершаемая газом, приращение внутренней энергии и сообщенное газу количество теплоты?

Задача 115. Некоторое количество идеального газа переходит из состояния A в состояние B с помощью процессов 1 и 2 (рис.13). При каком процессе работа, совершаемая газом, будет положительной, а при каком – отрицательной?

Задача 116. Какая доля количества теплоты, подведенного к идеальному газу при изобарном расширении, расходуется на увеличение его внутренней энергии и какая – на работу, совершаемую газом в случаях одно-, двух- и трехатомных жестких молекул.

Задача 117. Углекислый газ массой 4,4 г под давлением 0,1 МПа при температуре 87 °С адиабатно сжимают до 1/20 его первоначального объема. Определить конечную температуру и давление газа, приращение внутренней энергии и работу, совершенную газом.

Задача 118. В цилиндре под поршнем находится 1 моль двухатомного газа при температуре 27 °С. Сначала газ расширяется адиабатно так, что объем его увеличивается в 5 раз, а затем сжимается изотермически до первоначального объема. Найти совершенную газом работу.

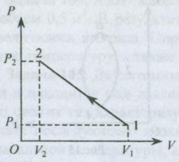

Рис.14

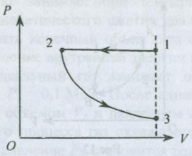

Рис.15

Задача 119. Гелий массой 20 г, заключенный в цилиндре под поршнем переводят из состояния 1 (рис.14) с параметрами $P_1 = 0{,}4$ МПа и $V_1 = 32$ дм^3 в состояние 2 ($P_2 = 1{,}6$ МПа, $V_2 = 9{,}0$ дм^3). Какой наибольшей температуры достигает газ при этом процессе?

Задача 120. Идеальный газ переводят из состояния 1 в состояние 3 с помощью изобарного и изотермического процессов (рис.15). Положительны или отрицательны работа, совершаемая газом, и количество теплоты, полученное газом.

Задача 121. Идеальный газ переходит из состояния 1 в состояние 2. Затем из состояния 2 газ адиабатно переходит в состояние 3. Известно, что при переходе 2 – 3 газ совершает работу, равную количеству теплоты, переданной газу при переходе 1 – 2. Показать, что $T_1 = T_3$. Представить графики процессов в координатах $P - T$, $P - V$ и $P - T$.

Задача 122. Если идеальный газ совершает процесс 1 – 2 – 3 (рис.16), то ему сообщается количество теплоты Q. Какое количество теплоты передается газу в процессе 1 – 4 – 3?

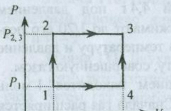

Рис.16

Задача 123. В результате политропического сжатия от давления 0,100 до 0,800 МПа первоначальный объем воздуха (18,0 м^3) уменьшился в 6 раз. Определить показатель политропы и работу, совершаемую газом при сжатии.

Задача 124. Азот массой 1,0 кг, находящийся при температуре 700 °С и

давлении 2,5 МПа, политропически расширяется до давления 0,10 МПа. Найти температуру газа в конце процесса и работу, совершаемую газом, если показатель политропы 1,18.

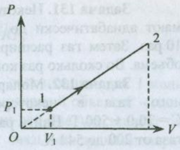

Рис.17

Задача 125. Моль двухатомного идеального газа расширяется по политропе с показателем $n = 1{,}2$, при этом температура газа уменьшается на 1 °С. Определить молярную теплоемкость газа при этом процессе, количество теплоты, полученное газом, и работу, совершаемую газом.

Задача 126. Газ совершает политропический процесс (рис.17) в результате которого объем его возрастает в 5 раз. Начальный объем газа V_1 , начальное давление P_1. Вычислить показатель политропы, молярную теплоемкость, изменение внутренней энергии и работу, совершаемую газом.

Задача 127. Водород объемом 1 м^3 при нормальных условиях сначала изохорно перевели в состояние с давлением, в n раз большим первоначального, а затем изобарно в состояние с объемом в m раз большим первоначального. Найти изменение внутренней энергии газа, работу, совершенную им, и полученное количество теплоты.

Задача 128. Азот (2 моль), находившийся при нормальных условиях, сначала изотермически перевели в некоторое состояние, а затем адиабатно перевели в конечное состояние с объемом в 4 раза большим начального. Определить работу, совершенную газом, если в изотермическом процессе ему было сообщено 11300 Дж теплоты.

Задача 129. Для идеального газа найти уравнение процесса, при котором теплоемкость газа изменяется по закону $C = \alpha/T$, где α – некоторый коэффициент.

Задача 130. Температура 1 моль идеального газа с известным показателем адиабаты γ повышается на ΔT при изобарическом, изохорическом и адиабатическом процессах. Определить изменение внутренней энергии газа для всех трех случаев.

Задача 131. Некоторое количество одноатомного газа сжимают адиабатически до тех пор, пока давление не увеличится в 10 раз. Затем газ расширяется изотермически до первоначального объема. Во сколько раз конечное давление превышает начальное?

Задача 132. Молярная теплоемкость двухатомного идеального газа в некотором процессе изменяется по закону $C = 20{,}0 + 500/T$. Найти работу, совершаемую газом, при нагревании газа от 200 до 544 К.

Задача 133. В ходе некоторого политропического процесса двухатомный идеальный газ был сжат от объема 10 л до объема 5 л, при этом его давление возросло от 1000 до 5000 ГПа. Определить показатель политропы и молярную теплоемкость для этого процесса.

Задача 134. Некоторое количество идеального двухатомного газа расширяется от объема 20 л до объема 50 л так, что процесс на диаграмме $P - V$ имеет вид прямой линии. Исходное давление газа 1000 ГПа, конечное 2000 ГПа. Найти количество теплоты, поглощаемое газом.

Задача 135. Двухатомный идеальный газ (1 моль) расширяется по политропе с показателем $n = 1{,}2$, при этом температура газа уменьшается на 10 °С. Найти молярную теплоемкость при этом процессе, количество теплоты, полученное газом, и работу, совершаемую газом.

4. РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ. ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ. ЭНТРОПИЯ

При увеличении плотности газа сокращается расстояние между его молекулами, что делает необходимым учет собственного объема молекул и взаимодействия между ними. Оба этих фактора учитываются в уравнении, предложенном Ван-дер-Ваальсом.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для 1 моль газа и соответственно произвольного количества вещества газа ν

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT\,; \qquad (19)$$

$$\left(P + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT,$$

где a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса, рассчитанные на 1 моль газа; V – объем, занимаемый газом; V_m – молярный объем; P – давление газа на стенки сосуда. Поправки Ван-дер-Ваальса зависят от рода газа, достаточно хорошо описывают связь между макропараметрами газов при высоких плотностях.

Внутреннее давление, обусловленное силами взаимодействия молекул,

$$P' = \frac{a}{V_m^2} = \nu^2\,\frac{a}{V^2}.$$

Критические параметры: объем, давление и температура газа – связаны с постоянными Ван-дер-Ваальса следующими соотношениями:

$$V_{m\,\text{кр}} = 3b,\;\; P_{\text{кр}} = \frac{a}{27b^2},\;\; T_{\text{кр}} = \frac{8a}{27Rb}.$$

Внутренняя энергия реального газа

$$U = \nu\left(C_V T - \frac{a}{V_m}\right),$$

где C_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Термический КПД тепловой машины

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1}, \qquad (20)$$

где A – работа, совершаемая рабочим веществом в течение цикла; Q_1 – количество теплоты, полученное за это время от нагревателя рабочим веществом; Q_2 – количество теплоты, переданное рабочим телом охладителю (холодильнику).

КПД цикла Карно (две изотермы и две адиабаты)

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \tag{21}$$

где T_1 и T_2 – температура нагревателя и охладителя соответственно.

Эффективность холодильной машины характеризуется холодильным коэффициентом

$$\varepsilon = \frac{Q_2'}{A'} = \frac{Q_2'}{Q_1' - Q_2'},$$

где Q_2' – тепло, отведенное от охлаждаемого тела; Q_1' – тепло, отдаваемое телу с более высокой температурой; A' – работа, затрачиваемая на приведение машины в действие.

Изменение энтропии тела в любом обратимом процессе, переводящем его из состояния A в состояние B

$$\Delta S = \int_A^B dQ/T,$$

где dQ – элементарное количество теплоты, полученное телом при температуре T; A и B – пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состоянию системы.

Пример 13. Один моль углекислого газа, занимавший при температуре $T_1 = 400$ К объем $V_1 = 0{,}5$ л, расширяется изотермически до объема $V_2 = 1{,}0$ л. Определить начальное давление газа, работу при расширении, изменение внутренней энергии газа и количество поглощенной теплоты. Постоянные Ван-дер-Ваальса для углекислого газа: $a = 0{,}36$ м^3/моль, $b = 4{,}3 \cdot 10^{-5}$ м^3/моль.

Решение. Начальное давление газа в соответствии с уравнением Ван-дер-Ваальса для 1 моль газа (19)

$$P = \frac{RT}{V_m - b} - \frac{a}{V_m^2}.$$

Подставив данные из условия задачи, получим начальное давление $P_1 = 57 \cdot 10^5$ Па.

Внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры и ее изменение $dU_{\text{ид}} = \nu C_V dT$. Для реального газа при расчете внутренней энергии необходимо учитывать изменение потенциальной энергии взаимодействия молекул, которое равно работе сил притяжения dA', взятой с обратным знаком. При расширении газа $dA' = -P'dV$, где $P' = a/V^2$ – добавочное молекулярное давление, входящее в уравнение Ван-дер-Ваальса. Соответствующее изменение потенциальной энергии $dU_{\text{доб}} = -dA' = a/V_m^2\,dV$.

Полное изменение внутренней энергии для 1 моль реального газа

$$dU = dU_{\text{ид}} + dU_{\text{доб}} = \nu C_V dT + \frac{a}{V_m^2}dV, \tag{22}$$

при переходе из состояния 1 в состояние 2 при изотермическом процессе

$$\int_1^2 dU = \Delta U = U_2 - U_1 = -\nu a\left(\frac{1}{V_{m2}} - \frac{1}{V_{m1}}\right).$$

Проверка размерности:

$$[\Delta U] = \frac{\text{моль} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^4 \cdot \text{моль}}{\text{моль}^2 \cdot \text{м}^3} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

После вычислений имеем $\Delta U = 0{,}4$ кДж.
Работа, совершаемая газом,

$$A_{12} = \int_1^2 pdV = \nu\int_1^2\left(\frac{RT}{V_m - b} - \frac{a}{V_m^2}\right)dV =$$

$$= \nu RT \ln\frac{V_{m2} - b}{V_{m1} - b} + \frac{a}{V_{m2}} - \frac{a}{V_{m1}}.$$

Для данных условий $A_{12} = 2{,}1$ кДж.

Количество поглощенной теплоты $dQ = dU + A_{12} = 0{,}4 + 2{,}1 = 2{,}5$ кДж.

Ответ: начальное давление $57 \cdot 10^5$ Па, работа расширения 2,1 кДж, изменение внутренней энергии 0,4 кДж и количество подведенной теплоты 2,5 кДж.

Пример 14. Вывести уравнение адиабаты для реального газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса.

Решение. Первое начало термодинамики для адиабаты имеет вид $dQ = dU + dA = 0$. Для изменения внутренней энергии dU 1 моль реального газа в примере 13 получена формула (22). Изменение теплоты

$$dQ = C_V dT + \frac{a}{V_m^2}dV + PdV = 0.$$

Учитывая эти соотношения, имеем

$$\frac{a}{V_m^2} + P = \frac{RT}{V_m - b}.$$

Для 1 моль газа при адиабатическом процессе согласно уравнению Ван-дер-Ваальса можно записать

$$C_V dT + \frac{RT}{V_m - b}dV = 0; \quad \int\frac{\mathrm{dT}}{T} = -\int\frac{R}{C_V(V_m - b)}dV.$$

После интегрирования имеем

$$\ln T = -\frac{R}{C_V}\ln(V_m - b) + \text{const}$$

или

$$T(V_m - b)^{(R/C_V)} = \text{const}.$$

Так как

$$T = \left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)\frac{V_m - b}{R},$$

окончательно уравнение адиабаты для реального газа запишем в виде

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b)^{(C_V + R)/C_V} = \text{const}.$$

Пример 15. Кислород массой 100 г расширяется от объема 10 л до объема 20 л. Поправка Ван-дер-Ваальса $a = 0{,}136$ (Н·м^4)/моль^2.

Решение. Уравнение состояния реального газа запишем в виде

$$\left(P + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)\left(\frac{V}{\nu} - b\right) = RT.$$

Элементарная работа, совершаемая газом при изменении объема на dV,

$$dA = \frac{\nu^2 a}{V^2}dV.$$

Работа межмолекулярных сил притяжения с учетом уравнения (1)

$$A = \int_{M_1}^{M_2}\frac{m^2}{M^2}a\frac{dV}{V^2} = \frac{m^2}{M^2}a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right).$$

Проверка размерности:

$$[A] = \frac{\text{кг}^2 \cdot \text{моль}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{кг}^2\text{моль}^2}\left(\frac{1}{\text{м}^3} - \frac{1}{\text{м}^3}\right) = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

Вычислим

$$A = \frac{0{,}1^2}{(3{,}2 \cdot 10^{-3})^2}0{,}136\left(\frac{1}{1 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{2 \cdot 10^{-2}}\right) = 66{,}5 \text{ Дж}.$$

Ответ: работа межмолекулярных сил притяжения $A = 133$ Дж.

Для циклических процессов принято, что если газ получает тепло, то $Q > 0$, если отдает, то $Q < 0$. При расчете изменений энтропии необходимо помнить, что энтропия не зависит от процесса, протекающего между этими состояниями.

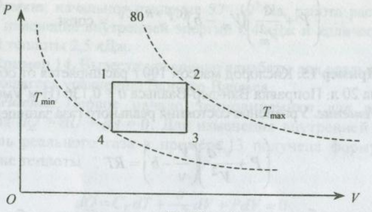

Рис.18

Пример 16. Определить термический КПД цикла, состоящего из двух изобар и двух изохор (рис.18).

Решение. Известно, что при изобарном расширении объем увеличивается вдвое; температура в конце изобарного расширения $1 - 2 t_2 = 800$ °C; в конце изохорного процесса $2 - 3 t_3 = 700$ °C. Рабочее тело – воздух.

Для упрощения расчетов будем определять работу, совершенную рабочим телом, и количество теплоты для 1 моль газа. В соответствии с этим на графике (рис.18) площадь прямоугольника, изображающего рассматриваемый цикл, равна молярной работе за цикл:

$$A = (V_2 - V_1)(P_1 - P_4). \tag{23}$$

Количество теплоты, полученное телом при переходах из состояния 1 в состояние 2 и из состояния 4 в состояние 1,

$$Q_1 = C_P(T_2 - T_1) + C_V(T_1 - T_4),$$

где C_P и C_V – молярные теплоемкости воздуха при постоянных давлении и объеме,

$$C_V = \frac{i}{2}R,\ \ C_P = \frac{i+2}{2}R.$$

Так как процесс 4 – 1 происходит при постоянном объеме, можно записать, что

$$\frac{P_4}{P_1} = \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2},$$

кроме того, сомножители в выражении (23) можно преобразовать следующим образом:

$$V_2 - V_1 = V_1\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right),\ \ P_1 - P_4 = P_1\left(1 - \frac{P_4}{P_1}\right).$$

Следовательно,

$$A = P_1 V_1\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right)\left(1 - \frac{T_3}{T_2}\right) = RT_1\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right)\left(1 - \frac{T_3}{T_2}\right),$$

$$Q = C_p T_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) + C_V T_1\left(1 - \frac{T_4}{T_1}\right).$$

Расширение газа 1 – 2 происходит при постоянном давлении, поэтому

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}.$$

Окончательно КПД цикла

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{2\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right)\left(1 - \frac{T_3}{T_2}\right)}{(i+2)\left(\frac{V_2}{V_{1-}} - 1\right) + i\left(1 - \frac{T_4}{T_1}\right)}. \tag{24}$$

Число степеней свободы i для молекулы воздуха можно принять равным 5. Подставив числовые данные условия задачи в формулу (24), получим $\eta = 2{,}5$ %.

Ответ: термический КПД цикла равен 2,5 %.

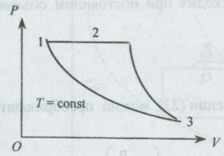

Рис.19

Пример 17. Тепловой двигатель работает по циклу, состоящему из изотермического, изобарного и адиабатного процессов (рис.19). При изобарном процессе 1 – 2 рабочее тело (идеальный газ) нагревается от температуры $T_1 = 200$ К до $T_2 = 500$ К. Определить термический КПД данного теплового двигателя и двигателя, работающего по циклу Карно, происходящему между максимальной и минимальной температурами данного цикла.

Решение. При последовательности процессов, изображенной на рис.19, газ получает теплоту только в процессе изобарного расширения 1 – 2, и отдает теплоту при изотермическом сжатии 3 – 1, поэтому $Q_1 = Q_{12}$, $Q_2 = |Q_{31}|$. Процесс 2 – 3 происходит без теплообмена. Тогда

$$\eta = \frac{(Q_1 - Q_2)}{Q_2} = \frac{(Q_{12} - Q_{31})}{Q_{12}}. \tag{25}$$

Газ идеальный, все процессы предполагаются обратимыми, Q_{12} и Q_{31} могут быть выражены по известным формулам для изобарного и изотермического процессов. Для 1 моль идеального газа количество теплоты, получаемое за цикл рабочим телом при изобарном процессе,

$$Q_{12} = C_P(T_2 - T_1) = \frac{i+2}{2}R(T_2 - T_1). \tag{26}$$

Количество теплоты, отдаваемое рабочим телом при изотермическом сжатии,

$$|Q_{31}| = RT_1 \ln\frac{V_3}{V_1}. \tag{27}$$

Для процесса 3 – 1 количество теплоты Q_{31} пропорционально $\ln(V_1/V_3)$. Поскольку логарифм отрицательный ($V_1 < V_3$), в выражение (27) введен $\ln(V_3/V_1)$.

Состояния 2 и 3 лежат на одной адиабате

$$\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Учитывая, что $T_3 = T_1$, получим

$$\frac{V_3}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1/\gamma-1}, \tag{28}$$

где $\gamma = C_P/C_V$.

Для изобарного процесса 1 – 2

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}. \tag{29}$$

Перемножив равенства (28) и (29), получим

$$\frac{V_3}{V_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}.$$

Тогда

$$|Q_{31}| = RT_1\frac{\gamma}{\gamma-1}\ln\frac{T_2}{T_1} = \frac{i+2}{2}RT_1\ln\frac{T_2}{T_1}. \tag{30}$$

Подставив выражения (26) и (30) в формулу (25), запишем

$$\eta = \frac{T_2 - T_1 - T_1\ln\frac{T_2}{T_1}}{T_2 - T_1} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}\ln\frac{T_2}{T_1}.$$

Для цикла Карно КПД между максимальной и минимальной температурами

$$\eta_K = (T_2 - T_1)/T_2.$$

После вычислений окончательно получим $\eta = 0{,}39$; $\eta_K = 0{,}6$.

Ответ: термический коэффициент полезного действия данного двигателя 0,39, двигателя, работающего по циклу Карно, 0,6.

Пример 18. Тепловая машина работает по циклу Карно с $\eta = 0{,}25$. Каков будет холодильный коэффициент ε машины, если она будет совершать тот же цикл в обратном направлении?

Решение. Для цикла Карно, как и любого цикла, КПД вычисляется по формуле (20). Если учесть, что $Q_1 = A + Q_2$, имеем $\eta = A/(A+Q_2)$. Холодильный коэффициент запишем в виде

$$\varepsilon = Q_2' / A'.$$

Здесь Q_2 – количество теплоты, переданное рабочим телом холодильнику в прямом цикле Карно; Q_2' – тепло, отведенное от холодильника в обратном цикле. КПД машины, работающей по циклу Карно, не зависит от рода вещества рабочего тела. Для 1 моль газа

$$Q_2 = RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2},\; Q_2' = RT_2 \ln\frac{V_2}{V_3},\; Q_2 = \left|Q_2'\right|.$$

Преобразовав полученные формулы и учитывая, что $A = A'$, получим

$$\frac{1}{\eta} = \frac{A+Q_2}{A} = 1 + \frac{Q_2}{A} = 1 + \frac{\left|Q_2'\right|}{\left|A'\right|};$$

$$\frac{1}{\eta} = 1 + \varepsilon;\; \varepsilon = \frac{1}{\eta} - 1.$$

Вычислим

$$\varepsilon = \frac{1}{0{,}25} - 1 = 3 \text{ или } 300\,\%.$$

Ответ: $\varepsilon = 300\,\%$.

Пример 19. Определить изменение энтропии 1 моль идеального газа в изобарном, изохорном и изотермическом процессах.

Решение. Так как эти процессы – квазистатические и обратимые, изменение энтропии можно получить непосредственно по формуле

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ_м}{T},$$

где $dQ_м$ - элементарное количество теплоты, подведенное к 1 моль газа.

Для изобарного, изохорного и изотермического процессов соответственно

$$\Delta S_P = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ_м}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_P dT}{T} = C_P \ln\frac{T_2}{T_1} = C_P \ln\frac{V_2}{V_1};$$

$$\Delta S_V = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ_м}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_V dT}{T} = C_V \ln\frac{T_2}{T_1} = C_V \ln\frac{P_2}{P_1};$$

$$\Delta S_T = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dA}{T} = \int_1^2 \frac{PdV}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RTdV}{TV} = R\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Проверка размерности:

$$[\Delta S_P] = \frac{Дж}{моль\cdot К}\ln\frac{М^3}{М^3} = \frac{Дж}{моль\cdot К};$$

$$[\Delta S_V] = \frac{Дж}{моль\cdot К}\ln\frac{Па}{Па} = \frac{Дж}{моль\cdot К};$$

$$[\Delta S_T] = \frac{Дж}{моль\cdot К}\ln\frac{М^3}{М^3} = \frac{Дж}{моль\cdot К}.$$

Ответ: изменение энтропии одного моля газа при изобарном, изохорном и изотермическом процессах соответственно $C_P \ln\frac{V_2}{V_1}$, $C_V \ln\frac{P_2}{P_1}$ и $R\ln\frac{V_2}{V_1}$.

Пример 20. Приводимые в тепловой контакт одинаковые массы вещества (твердые тела) имеют разные температуры T_1 и T_2, ($T_1 > T_2$). От окружающей среды тела изолированы. Найти приращение энтропии в результате установления теплового равновесия.

Решение. Если m – масса каждого тела и c – удельная теплоемкость, полное приращение энтропии

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T} \frac{dQ}{T} + \int_{T_2}^{T} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T} \frac{cm\,dT}{T} + \int_{T_2}^{T} \frac{cm\,dT}{T} = cm\left(\ln\frac{T}{T_1} + \ln\frac{T}{T_2}\right).$$

Так как конечная температура тел T в данном случае может быть записана как $T = 0{,}5\cdot(T_1 + T_2)$, окончательно

$$\Delta S = cm\ln\frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2}.$$

Проверка размерности:

$$[\Delta S] = \frac{Дж}{кг\cdot К}\cdot кг = \frac{Дж}{К}.$$

Ответ: при установке теплового равновесия $\Delta S = cm\ln\frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2}$.

Задача 136. При какой температуре 1 кмоль аргона будет при давлении 30 атм занимать объем 1 м^3?

Задача 137. Для определения констант Ван-дер-Ваальса a и b было измерено давление 100 г кислорода при двух температурах. Результаты измерений: при 300 К $P_1 = 7{,}27 \cdot 10^6$ Па, при 350 К $P_2 = 8{,}72 \cdot 10^6$ Па. Объем газа 1000 см^3. Вычислить a и b.

Задача 138. Для некоторого газа поправка в уравнении Ван-дер-Ваальса $a = 0{,}453$ Н·м^4/моль^2, а критическая температура $T_{кр} = 282{,}7$ К. Вычислить эффективный диаметр молекулы газа.

Задача 139. В баллоне вместимостью 10 л находится азот массой 0,25 кг. Найти внутреннее давление газа и собственный объем молекул.

Задача 140. В очень прочном закрытом стальном баллоне заключена вода, занимающая при комнатной температуре половину объема баллона. Установить давление и плотность водяных паров при повышении температуры до 400 °С.

Задача 141. Каково давление 1 моль кислорода, если он занимает объем 0,5 л при температуре 300 К?

Задача 142. Давление кислорода $P = 7$ МПа, его плотность $\rho = 100$ кг/м^3. Найти температуру кислорода.

Задача 143. Какую массу углекислого газа надо поместить в объем 2 см^3, чтобы при критической температуре 304 К газ имел критическое давление 73 атм?

Задача 144. Определить наибольший объем, который может занимать 1 моль воды.

Задача 145. Какова плотность водяных паров в критическом состоянии?

Задача 146. Какое давление будет иметь хлор при критической температуре 144 °С, если критическое давление хлора 76 атм, объем сосуда 50 см^3 и масса газа 3,5 г?

Задача 147. Записать уравнение Ван-дер-Ваальса в параметрах $\tau = T/T_{кр}$, $\pi = P/P_{кр}$, $\varphi = V/V_{кр}$, т.е. таких параметрах, в которых за единицу приняты критическая температура, критическое давление и критический объем газа.

Задача 148. Углекислый газ нагревается в объеме, который в 2 раза больше критического объема для данной массы газа. При какой температуре давление будет в 2 раза меньше критического? Воспользоваться уравнением, полученным в задаче 147.

Задача 149. Вывести формулу для вычисления приращения энтропии 1 кмоль реального газа, если температура изменяется от T_1 до T_2, а объем от V_1 до V_2. Считать, что теплоемкость газа не зависит от температуры.

Задача 150. Вычислить изменение энтропии для 56 г азота, если температура газа изменяется от 300 до 400 К, а объем от 200 до 400 см^3.

Задача 151. Совершая цикл Карно, газ отдал холодильнику 2/3 теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру холодильника, если температура нагревателя 150 °С.

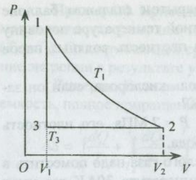

Рис.20

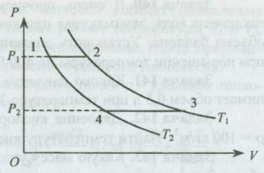

Рис.21

Задача 152. Газ совершает цикл Карно. Температура холодильника 0 °С. Какова температура нагревателя, если за счет каждой килокалории теплоты, полученной от нагревателя, газ совершает работу 1200 Дж?

Задача 153. Газ совершает цикл Карно. Работа изотермического расширения газа $A = 5$ Дж. Определить работу изотермического сжатия, если термический КПД цикла $\eta = 0{,}2$.

Задача 154. Газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя $t_1 = 200$ °С, холодильника $t_2 = -10$ °С. При изотермическом расширении газ совершил работу $A = 100$ Дж. Определить термический КПД цикла, а также теплоту, которую газ отдает холодильнику при изотермическом сжатии.

Задача 155. Цикл состоит из изотермы ($T = 600$ К), изобары и изохоры (рис.20). Отношение $V_2/V_1 = 2$. Рабочее вещество – идеальный газ, число степеней свободы $i = 5$. Найти термический КПД цикла.

Задача 156. Цикл состоит (рис.21) из двух изотерм ($T_1 =$ $= 600$ К, $T_2 = 300$ К) и двух изобар ($P_1 = 4P_2$). Определить КПД цикла, если рабочим веществом служит идеальный газ, число степеней свободы молекул которого $i = 5$.

Задача 157. Идеальный двухатомный газ, содержащий 1 моль вещества и находящийся под давлением $P_1 = 0{,}1$ МПа при температуре $T_1 = 300$ К, нагревают при постоянном объеме до давления $P_2 = 0{,}2$ МПа. После этого газ изотермически расширился до начального давления и затем был сжат изобарно до начального объ-

ема V_1. Построить график цикла. Найти температуру газа для характерных точек цикла и его термический КПД.

Задача 158. Одноатомный газ, содержащий 1 кмоль вещества, под давлением $P_1 = 100$ кПа занимал объем $V_1 = 5$ м^3. Газ был сжат изобарно до объема $V_2 = 1$ м^3, затем сжимался адиабатно и расширялся при постоянной температуре до начального объема и давления. Построить график процесса. Определить температуры T_1, T_2, объемы V_2 и V_3 и давление P_3, соответствующие характерным точкам цикла; количество теплоты, полученное газом от нагревателя и переданное газом холодильнику; работу, совершенную газом за весь цикл; термический КПД цикла.

Задача 159. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура холодильника 290 К. Во сколько раз увеличится КПД цикла, если температура нагревателя повысится от 400 до 600 К?

Задача 160. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в 3 раза выше температуры холодильника. Нагреватель передал газу 42 кДж теплоты. Какую работу совершил газ?

Задача 161. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя 470 К, температура холодильника 280 К. При изотермическом расширении газ совершает работу 100 Дж. Определить термический КПД цикла, а также количество теплоты, которое газ отдает холодильнику при изотермическом сжатии.

Задача 162. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя в 4 раза выше температуры холодильника. Какую долю количества теплоты, получаемого за один цикл от нагревателя, газ отдает холодильнику?

Задача 163. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, получив от нагревателя 4,2 кДж теплоты, совершил работу 590 Дж. Найти термический КПД этого цикла. Во сколько раз температура нагревателя выше температуры холодильника?

Задача 164. Идеальный газ совершает цикл Карно. Работа изотермического расширения газа 5 Дж. Какова работа изотермического сжатия, если термический КПД цикла 0,2?

Задача 165. Наименьший объем газа, совершающего цикл Карно, $V_1 = 153$ л. Определить наибольший объем V_3 (в конце адиабатного расширения), если объем V_2 в конце изотермического

расширения и объем V_4 в конце изотермического сжатия равны соответственно 600 и 189 л.

Задача 166. Идеальный двухатомный газ совершает цикл Карно. Объемы газа в конце изотермического и адиабатного расширения соответственно 12 и 16 л. Найти термический КПД цикла.

Задача 167. Водород совершает цикл Карно. Найти КПД цикла, если при адиабатном расширении объем газа увеличивается в 2 раза и если давление уменьшается в 2 раза.

Задача 168. Идеальный газ совершает цикл, состоящий из изотермы, политропы и адиабаты, причем изотермический процесс происходит при максимальной для цикла температуре. Найти КПД цикла, если абсолютная температура в его пределах изменяется в *n* раз.

Задача 169. Найти приращение энтропии 1 моль углекислого газа при увеличении его абсолютной температуры в 2 раза, если процесс нагревания изохорический и изобарический. Газ считать идеальным.

Задача 170. Во сколько раз следует увеличить изотермически объем 4,0 моль идеального газа, чтобы его энтропия испытала приращение $\Delta S = 23$ Дж/К?

Задача 171. Два моля идеального газа сначала изохорически охладили, а затем изобарически расширили так, что температура газа стала равна первоначальной. Найти приращение энтропии газа,если его давление в данном процессе изменилось в 3,3 раза.

Задача 172. Гелий массой $m = 1{,}7$ г адиабатически расширили в 3 раза и затем изобарически сжали до первоначального объема. Найти приращение энтропии в этом процессе.

Задача 173. Один моль идеального газа с показателем адиабаты совершает политропический процесс, в результате которого абсолютная температура газа увеличилась в τ раз. Показатель политропы *n*. Каково приращение энтропии в данном процессе?

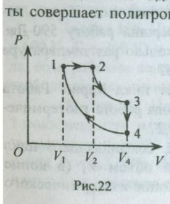

Рис.22

Задача 174. Цикл, совершаемый 1 кмоль идеального двухатомного газа, состоит из двух адиабат, изобары и изохоры (рис.22). В начале адиабатного сжатия $T = 300$ К, степень адиабатного сжатия $V_4/V_1 = 2$, степень изобарного расширения

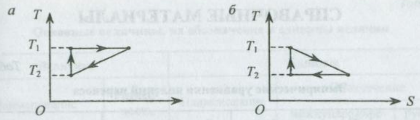

Рис.23

$V_2/V_1 = 1{,}5$. Найти КПД цикла и изменение энтропии на участках 1 – 2 и 3 – 4.

Задача 175. Вычислить изменение энтропии 1 моль идеального одноатомного газа и количество поглощенного тепла при расширении газа по политропе $PV^n = \mathrm{const}$ от объема $V_1 = 1$ л и давления $P_1 = 20$ атм до объема $V_2 = 3$ л. Температура во время процесса такова, что для молярной теплоемкости можно принять соотношение $C_V = 1{,}5\,R$.

Задача 176. Найти изменение энтропии 5 г водорода, изотермически расширившегося от 10 до 25 л.

Задача 177. Два баллона по 1 л каждый соединены трубкой с краном. В одном из них находится водород при давлении 1 атм и температуре 20 °С, а в другом – гелий при давлении 3 атм и температуре 100 °С. Найти изменение энтропии системы после открытия крана и достижения равновесного состояния. Стенки баллона и трубки обеспечивают полную теплоизоляцию газов от окружающей среды.

Задача 178. Найти изменение энтропии 30 г льда при превращении его в пар, если начальная температура льда 40 °С, а температура пара 100 °С. Теплоемкость воды и пара считать постоянной, а все процессы происходящими при атмосферном давлении. Удельная теплоемкость льда $c = 2{,}1$ Дж/(кг·К).

Задача 179. Найти суммарное изменение энтропии воды и железа при погружении 100 г железа, нагретого до 300 °С, в воду температурой 15 °С. Удельная теплоемкость железа $c = 0{,}46$ Дж/(кг·К).

Задача 180. Тепловые машины с произвольным веществом в качестве рабочего тела совершают обратимые термодинамические циклы, представленные на рис.23, *а* и *б*. Выразить КПД этих циклов через максимальную (T_1) и минимальную (T_2) температуры газа.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Таблица 1

Эмпирические уравнения явлений переноса

Явление	Переносимая физическая величина	Основной закон явления переноса	Формула коэффициента переноса
Диффузия	Масса	$m_y = -D\dfrac{d\rho}{dx}$	$D = \dfrac{1}{3}\langle u\rangle\langle\lambda\rangle$
Внутреннее трение	Импульс направленного движения	$\tau = \eta\dfrac{d\upsilon}{dx}$	$\eta = \dfrac{1}{3}\langle u\rangle\langle\lambda\rangle$
Теплопроводность	Внутренняя энергия	$q_C = -K\dfrac{dT}{dx}$	$K = \dfrac{1}{3}\rho c\upsilon\langle u\rangle\langle\lambda\rangle$

Таблица 2

Основные физические постоянные

Физическая величина	Численное значение
Атомная единица массы (унифицированная)	1 у.а.е.м. = $1{,}660531(11)\cdot 10^{-27}$ кг = = 931,481(52) МэВ
Давление атмосферное нормальное	$P_0 = 1{,}01325\cdot 10^5$ Па
Молярная газовая постоянная	$R = 8{,}31441(26)$ Дж/(К·моль)
Объем идеального газа при нормальных условиях	$V_0 = 22{,}4136\cdot 10^{-3}$ м^3/моль
Постоянная Больцмана	$k = R/N_A = 1{,}380622(59)\cdot 10^{-23}$ Дж/К
Постоянная гравитационная	$G = 6{,}6732131\cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг
Скорость света в вакууме	$c = 2{,}9979250(10)\cdot 10^8$ м/с
Ускорение свободного падения	$g = 9{,}80665$ м/с
Число Авогадро	$N_A = 6{,}022169(40)\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$

Таблица 3

Основные величины, их обозначение и единицы величин

Величина		Единица		
Наименование	Размерность	Наименование	Обозначение	
			международное	русское
Длина	L	метр	m	м
Время	T	секунда	s	с
Масса	M	килограмм	kg	кг
Термодинамическая температура	Θ	кельвин	K	К
Количество вещества	N	моль	mol	моль

Таблица 4

Множители и приставки для образования десятичных, кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка		Пример
	Наименование	Обозначение	
10^{12}	Тера	Т	Терагерц – ТГц
10^{9}	Гига	Г	Гигаом – ГОм
10^{6}	Мега	М	Мегаджоуль – МДж
10^{3}	кило	к	Килограмм – кг
10^{-1}	деци	д	Дециметр – дм
10^{-2}	санти	с	Сантиметр – см
10^{-3}	милли	м	Милливольт – мВ
10^{-6}	микро	мк	Микроампер – мкА
10^{-9}	нано	н	Нанокулон – нКл
10^{-12}	пико	п	Пикофарада – пФ

Таблица 5

Число степеней свободы газов и твердых тел

Вещество	Тип движения			Всего
	1	2	3	
Газ:				
одноатомный	3	–	–	3
двухатомный	3	2	–	5
трехатомный	3	3	–	6
Твердое тело	–	–	6	6

Примечание. 1, 2 и 3 – поступательное, вращательное и колебательное движение соответственно.

Таблица 6

Критические параметры и поправки Ван-дер-Ваальса

Газ	Критическая температура $T_{кр}$, К	Критическое давление $P_{кр}$, МПа	Поправки Ван-дер-Ваальса	
			a, Н·м^4/моль^2	b, 10^{-5} м^3/моль
Азот	126	3,39	0,135	3,86
Аргон	151	4,86	0,134	3,22
Водяной пар	647	22,1	0,545	3,04
Кислород	155	5,08	0,136	3,17
Неон	44,4	2,72	0,209	1,70
Углекислый газ	304	7,38	0,361	4,28
Хлор	417	7,71	0,650	5,62

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основной

1. *Волькенштейн В.С.* Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 2000.
2. *Детлаф А.А.* Курс физики / А.А.Детлаф, Б.М.Яворский. М.: Высшая школа, 2000.
3. *Зисман Г.А.* Курс общей физики / Г.А.Зисман, О.М.Тодес. М.: Наука, 1972-1974. Т.1, 2.
4. *Савельев И.В.* Курс общей физики. М.: Наука, 1999. Т.1.
5. *Трофимова Т.И.* Курс физики. М.: Высшая школа, 2000.
6. *Чертов А.Г.* Задачник по физике / А.Г.Чертов, А.А.Воробьев. М.: Высшая школа, 1989.
7. *Яворский Б.М.* Основы физики / Б.М.Яворский, А.А.Пинский. М.: Наука, 2000. Т.1.

Дополнительный

8. *Кикоин И.К.* Молекулярная физика / И.К.Кикоин, А.К.Кикоин. М.: Наука, 1976.
9. *Матвеев А.Н.* Молекулярная физика. М.: Высшая школа, 1981.
10. *Сена Л.А.* Единицы физических величин и их размерности. М.: Наука, 1977.
11. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. М.: Наука, 1989. Т.1, 2.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Вариант 1.	Задачи	1,	45,	51,	71,	91,	119,	136,	161	
Вариант 2.	Задачи	2,	20,	47,	72,	92,	117,	137,	163	
Вариант 3.	Задачи	13,	24,	48,	73,	93,	116,	138,	162	Белехов
Вариант 4.	Задачи	3,	35,	49,	76,	94,	118,	139,	164	
Вариант 5.	Задачи	14,	26,	50,	77,	95,	132,	140,	165	
Вариант 6.	Задачи	4,	27,	46,	74,	96,	131,	141,	166	Горин
Вариант 7.	Задачи	15,	22,	52,	75,	97,	130,	142,	167	
Вариант 8.	Задачи	5,	23,	53,	90,	98,	135,	143,	168	
Вариант 9.	Задачи	16,	25,	54,	78,	99,	133,	144,	169	
Вариант 10.	Задачи	6,	28,	55,	83,	100,	128,	145,	170	
Вариант 11.	Задачи	7,	29,	56,	79,	101,	129,	146,	171	
Вариант 12.	Задачи	8,	30,	57,	88,	102,	127,	147,	172	
Вариант 13.	Задачи	17,	31,	58,	80,	103,	126,	148,	173	
Вариант 14.	Задачи	9,	33,	59,	81,	104,	123,	149,	174	
Вариант 15.	Задачи	10,	34,	60,	84,	105,	120,	150,	175	
Вариант 16.	Задачи	11,	32,	61,	86,	106,	121,	151,	176	
Вариант 17.	Задачи	18,	37,	62,	85,	107,	122,	152,	177	
Вариант 18.	Задачи	21,	36,	63,	82,	108,	124,	153,	178	
Вариант 19.	Задачи	20,	38,	64,	87,	109,	135,	154,	179	
Вариант 20.	Задачи	3,	39,	65,	89,	110,	134,	155,	180	
Вариант 21.	Задачи	13,	40,	66,	74,	111,	116,	156,	139	
Вариант 22.	Задачи	19,	41,	67,	90,	112,	128,	157,	140	
Вариант 23.	Задачи	15,	42,	68,	83,	113,	93,	158,	141	
Вариант 24.	Задачи	7,	43,	69,	81,	114,	92,	159,	138	
Вариант 25.	Задачи	~~18~~,	~~44~~,	70,	80,	~~115~~,	~~94~~,	~~160~~,	~~147~~	

СОДЕРЖАНИЕ