

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА
НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2011

УСЛОВИЕ И ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ГРАФИЧЕСКОГО ЗАДАНИЯ

Условие графического задания: Построить третьи проекции заданных геометрических тел и линию их пересечения. Показать взаимную видимость геометрических тел. Построить развертки поверхности геометрических тел и нанести на них линию пересечения. Развертки тонировать.

Графическое задание “Пересечение геометрических тел” выполняют на листе формата А1 (594 × 841 мм). Внутри формата сплошной основной линией следует провести внутреннюю рамку на расстоянии 20 мм от левой стороны листа и на расстоянии 5 мм от остальных сторон. Чертёж выполняют карандашом с соблюдением стандартных типов линий по ГОСТ 2.303-68. Все надписи, отдельные обозначения букв или цифр наносят чертёжным шрифтом (размер шрифта 7) в соответствии с ГОСТ 2.304-81.

Вариант задания определяет преподаватель из Приложения 2 настоящих методических указаний. Основные размеры геометрических тел даны в задании. Размеры поверхностей, не указанные в задании, выбирают самостоятельно, исходя из условия сохранения общих пропорций заданных геометрических тел.

Порядок выполнения задания:

- 1) в левой части чертежного формата в масштабе 1:1 перерисовать индивидуальное задание с учетом наиболее равномерного размещения чертежа в пределах листа;
- 2) обозначить прописными латинскими буквами все характерные точки геометрических тел (вершины пирамид, призм, конусов, центры оснований конусов и цилиндров), а сами точки вычертить в виде окружностей диаметром 1,5-2 мм;
- 3) построить третьи проекции заданных геометрических тел (ось z задается вертикально в произвольном месте чертежа);
- 4) построить линию пересечения заданных геометрических тел (на всех трех проекциях) и обозначить характерные точки линии пересечения арабскими цифрами;
- 5) показать штриховой линией участки ребер, оснований, линий очерков, а также самой линии пересечения, которые закрываются от непосредственного обзора и считаются невидимыми, и, наоборот, выделить сплошной основной линией видимые участки геометрических тел и линии пересечения;
- 6) построить на свободном месте чертежного листа развертки заданных геометрических тел;
- 7) нанести на развертки все точки, лежащие на линии пересечения, и вычертить линию пересечения;
- 8) тонировать развертки цветными карандашами или акварельными красками;
- 9) вычертить в правом нижнем углу и заполнить основную надпись для первого листа чертежей и схем по форме 1 в соответствии с ГОСТ 2.104-68 по образцу, данному на рис. 1: в графу «Наименование изделия» вписывают название графического задания – «Пересечение геометрических тел»; в графу «Обозначение документа» – «НГ.00.ХХ.ТЧ», где НГ – название дисциплины (начертательная геометрия), ХХ – номер варианта, ТЧ – код документа (теоретический чертеж); подпись ставят шариковой или гелиевой ручкой.

Пример выполнения задания помещен в Приложении 1.

Способ построения линии пересечения определяется, прежде всего, видом пересекающихся поверхностей, поэтому ниже рассмотрим конкретные типы взаимного пересечения, а именно:

- 1) пересечение поверхностей многогранников;
- 2) пересечение поверхностей вращения и многогранника;
- 3) пересечение поверхностей вращения.

					НГ.00.08.Т4		
					Пересечение геометрических тел		
Изм.	Лист	№ документа	Подпись	Дата			
Разраб.	Иванов	ИФ-	08.12		У		1:1
Провер.	Петров						
Т.контр.					Лист	Листов	1
Утв.							

Рис. 1

1. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ МНОГОГРАННИКОВ

1.1 ПОСТРОЕНИЕ ТРЕТЬЕЙ ПРОЕКЦИИ

Предположим, что задание выглядит так, как показано на рис. 2, где два пересекающихся тела представляют собой треугольную пирамиду и прямую четырехугольную призму.

Обозначим вершины заданных многогранников, например, пирамиду как $SABC$, а призму – $D_1E_1F_1G_1D_2E_2F_2G_2$ (рис. 3). Проведем ось z и построим третьи проекции пирамиды и призмы по общим правилам построения эпюра, исходя из того, что геометрические тела находятся в I октанте (рис. 4). Построения на этом этапе выполняют в тонких линиях, так как еще не определены пределы взаимной видимости геометрических тел.

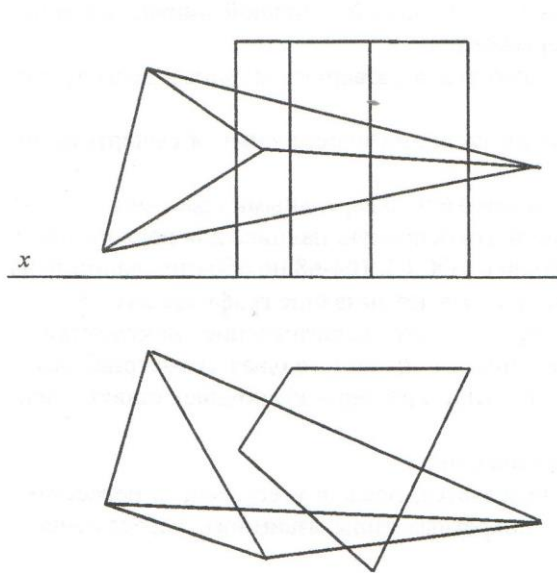


Рис. 2

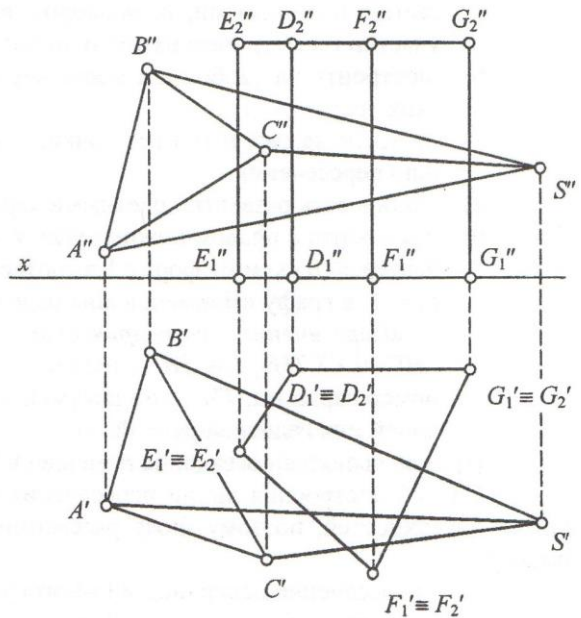


Рис. 3

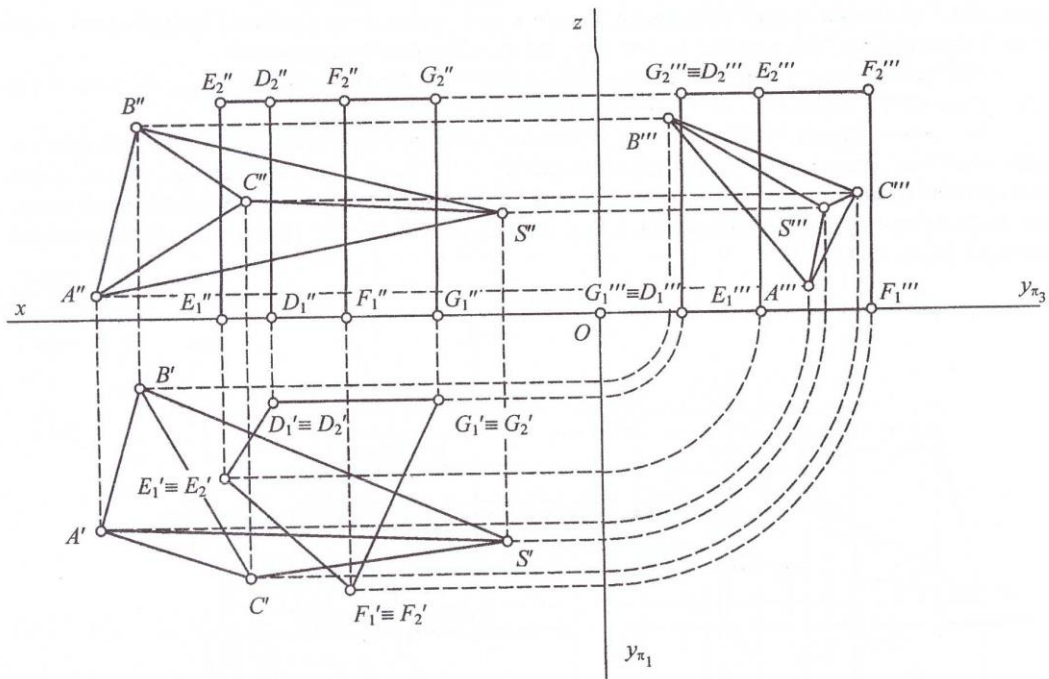


Рис. 4

1.2. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ

Линия пересечения поверхностей многогранников представляет собой одну или несколько ломаных линии, все точки которых являются общими для обеих поверхностей.

Как правило, для построения линии пересечения двух многогранников используют так называемый «способ ребер», когда на эюре определяют точки пересечения ребер первого многогранника с гранями второго и ребер второго многогранника с гранями первого

Решение сводится к многократному построению точек встречи прямых (ребер) с плоскостями, заданными гранями многогранника. Существуют следующие правила, которыми следует руководствоваться при построении линии пересечения:

- 1) если хотя бы одна проекция ребра многогранника не пересекает проекцию грани другого многогранника, то данное ребро не пересекает этой грани (однако пересечение всех проекций ребра одного многогранника со всеми одноименными проекциями граней другого многогранника не означает, что эти ребро и грань пересекаются);
- 2) проекции линии пересечения располагаются в пределах фигуры, образованной при наложении одноименных проекций двух многогранников;
- 3) все точки отрезка линии пересечения лежат в пределах одной грани как первого, так и второго многогранника (последовательность соединения линии пересечения определяется при помощи вспомогательных диаграмм или таблиц, например, при помощи так называемой «сетки» профессора Д.Г. Ананова);
- 4) отрезок линии пересечения является «видимым», если обе грани многогранников, в которых лежит этот отрезок, также «видимые».

Построим линию пересечения рассматриваемых пирамиды и призмы.

Проанализируем положение проекций ребер призмы относительно граней пирамиды. На фронтальной плоскости проекций ребра призмы, лежащие в обоих основаниях, не пересекают проекции граней пирамиды, следовательно, они не пересекают поверхность пирамиды. На горизонтальной плоскости проекций ребра D_1D_2 , G_1G_2 и F_1F_2 , спроецировавшиеся в точку, не

пересекают проекций граней пирамиды, поэтому они также не пересекают поверхности пирамиды. Только ребро E_1E_2 призмы может пересекать поверхность пирамиды.

Рассуждая аналогичным образом, можно прийти к выводу, что ребра SA , SB и SC пирамиды также могут пересекать поверхность призмы.

Поскольку грани призмы лежат в горизонтально-проецирующих плоскостях, положение горизонтальных проекций точек пересечения (точек $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, $5'$ и $6'$) ребер SA , SB и SC с гранями призмы очевидно (рис. 5). Фронтальные и профильные проекции этих точек лежат на пересечении линий проекционной связи, проведенных из найденных точек, и соответствующих проекций ребер пирамиды.

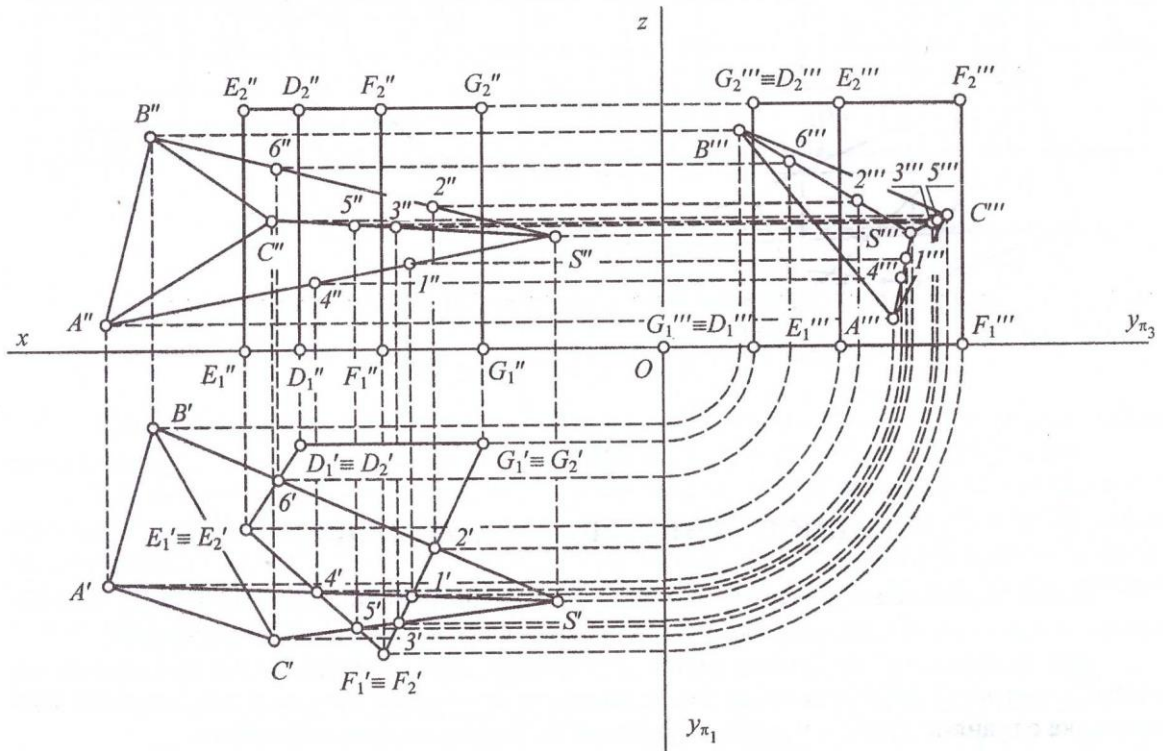


Рис. 5

Для нахождения точек пересечения ребра E_1E_2 призмы с поверхностью пирамиды через это ребро и вершину S пирамиды следует провести вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость α (рис. 6). В сечении этой плоскостью пирамиды образуется треугольник SL_1L_2 . В точках пересечения ребра E_1E_2 с контурами сечения образуются точки 7 и 8 – точки пересечения ребра E_1E_2 с поверхностью пирамиды. Эти точки легко найти на фронтальной плоскости проекций, а затем перенести на профильную плоскость – на проекцию ребра $E_1''E_2''$. На горизонтальной плоскости проекций ребро E_1E_2 спроецировалось в точку, и следовательно все точки, лежащие на этом ребре (в том числе и точки 7 и 8), находятся в этой выродившейся проекции: $E_1' \equiv E_2' \equiv 7' \equiv 8'$.

Последовательность соединения построенных точек определена при помощи «сетки» Д.Г. Ананова – таблицы, строки и столбцы которой имитируют грани многогранников, а сами линии – их ребра («сетку» Д.Г. Ананова необходимо поместить на любом свободном месте чертежа).

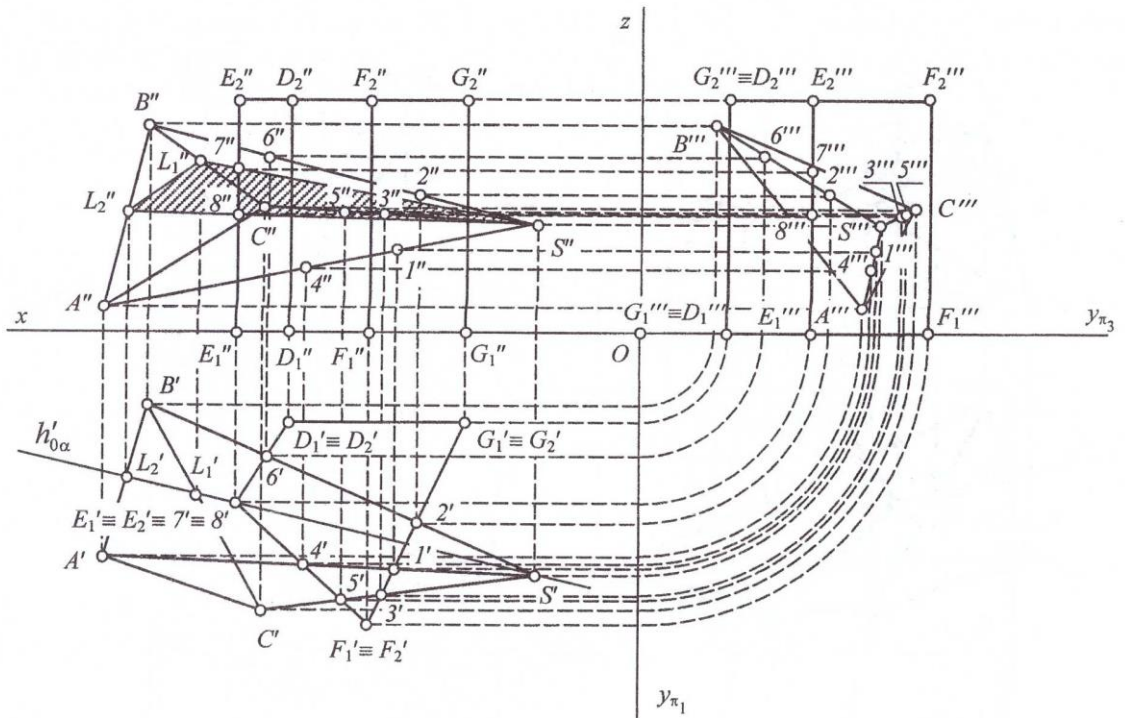


Рис. 6

На рис. 7 столбцы $D_1G_1G_2D_2$, $G_1F_1F_2G_2$ и т.д. отображают боковые грани призмы, а строки $ASSB$, $BSSC$, $CSSA$ – грани ASB , BSC , CSA пирамиды. На диаграмму наносят точки, принадлежащие линии пересечения. Например, точка 2 находится на ребре SB пирамиды и в грани $G_1F_1F_2G_2$ призмы, точка 6 – на этом же ребре пирамиды и в грани $E_1D_1D_2E_2$ призмы, точка 7 – на ребре E_1E_2 призмы и в грани SBC пирамиды и т.д. Построенные на «сетке» Д.Г. Ананова точки соединятся между собой по следующему правилу: можно соединить только те точки, которые лежат в пределах одной ячейки. Точку 1 можно соединить только с точками 2 и 3, точку 2 – только с точками 1 и 3 и т.д.

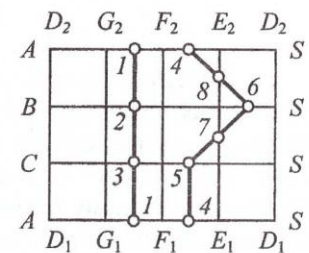


Рис. 7

Таким образом, линия пересечения заданных многогранников распалась на две линии: треугольник 123 и пространственную замкнутую ломаную линию 457684 . При помощи алгоритма, найденного по «сетке» Д.Г. Ананова, фронтальные и профильные проекции вершин этих фигур следует соединить отрезками прямых с соблюдением правил обозначения взаимной видимости.

В направлении на плоскость π_2 в призме «видимыми» будут грани $E_1F_1F_2E_2$ и $F_1G_1G_2F_2$, в пирамиде – грани SBC и SCA . Одновременно этим граням принадлежат отрезки 13 , 32 , 45 и 57 , следовательно, они считаются видимыми; остальные отрезки закрываются от непосредственного обзора поверхностями многогранников. В направлении на плоскость π_3 все отрезки линии пересечения (как треугольника 123 , так и ломаной 457684) будут невидимыми.

Завершаем построения, обозначив невидимые ребра (или участки ребер) многогранников штриховой линией, а видимые – сплошной основной линией.

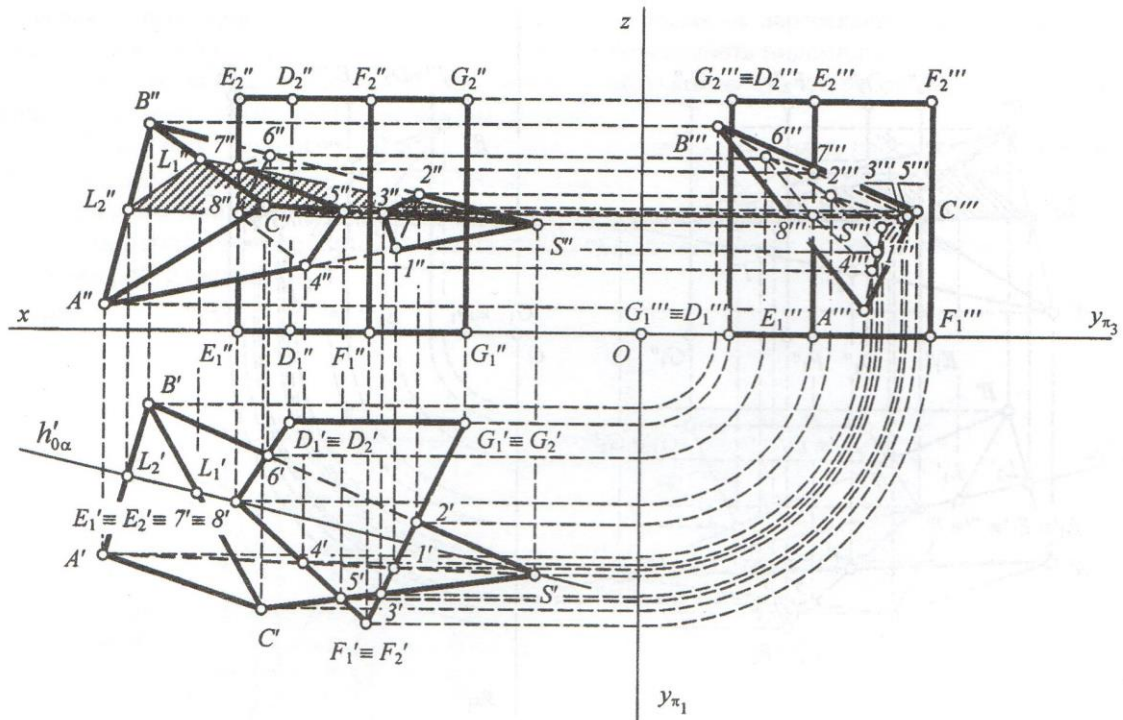


Рис. 8

1.3. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТОК

1.3.1. Развертка поверхности пирамиды

Развертка полной поверхности n -угольной пирамиды состоит из n треугольников, составляющих грани пирамиды, и n -угольника, лежащего в ее основании. Развертку пирамиды вычерчивают при помощи так называемого метода треугольников, который сводится к определению натурального вида треугольников, являющихся гранями пирамиды. Эти треугольники строят по известному правилу школьного курса геометрического черчения – по трем сторонам. Поэтому для того, чтобы приступить к построению такой развертки, следует предварительно определить натуральные величины всех ребер пирамиды.

В примере, рассмотренном выше, ребра пирамиды на всех трех проекциях спроецированы с искажением. Натуральные величины ребер пирамиды SA , SB и SC определим способом вращения вокруг оси i , перпендикулярной плоскости π_1 и проходящей через вершину S пирамиды (рис. 9, на этом рисунке для удобства построений убраны профильные проекции пересечаемых геометрических тел). Рассмотрим определение натуральных величин боковых ребер на примере ребра SA .

Ребро SA вращается вокруг оси i до положения, параллельного плоскости π_2 . При этом горизонтальная проекция этого ребра вращается вокруг точки i' до положения, параллельного оси x . Из нового положения точки A (точки A') проводим линию проекционной связи до пересечения с фронтальным следом плоскости вращения, проведенным из точки A'' перпендикулярно i'' . Образованная в пересечении точка A''' является фронтальной проекцией нового положения точки A , а отрезок $S''A'''$ – натуральной величиной ребра SA . Аналогично построены отрезки $S''B'''$ и $S''C'''$, являющиеся истинными величинами ребер SB и SC .

Перенесем на истинные величины ребер также и точки их пересечения с поверхностью призмы. Для этого из фронтальных проекций $1''$, $2''$, $4''$ и $6''$ проведем следы плоскости вращения этих точек (следы будут параллельны оси x) до пересечения с соответствующими ребрами.

То же можно сделать и с точками 3 и 5. Однако с учетом того, что проекция $S''C''$ почти горизонтальна, построения оказались бы крайне неточными. Поэтому в этом случае лучше воспользоваться горизонтальной проекцией: перенести точки $3'$ и $5'$ на $S'C'$, а затем – на $S''C''$.

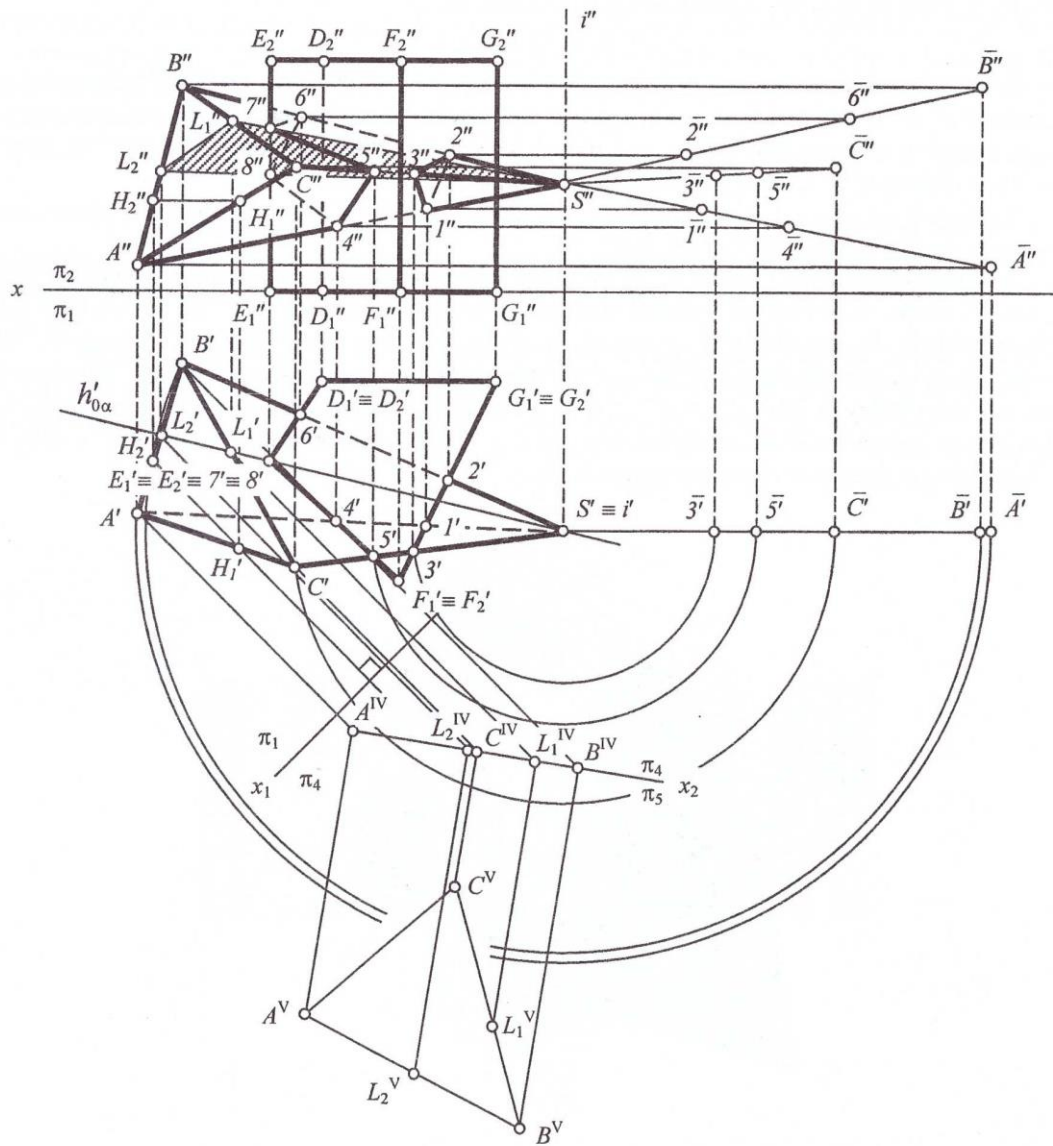


Рис. 9

Истинную величину основания пирамиды определим методом перемены плоскостей проекций. Сначала перейдем от системы π_1/π_2 к системе π_1/π_4 таким образом, чтобы плоскость треугольника ABC стала перпендикулярной вводимой плоскости π_4 . Вводим дополнительную плоскость проекций π_4 по следующей схеме:

$$\pi_4 \perp \pi_1; \pi_4 \perp (\Delta ABC).$$

Для этого в плоскости треугольника проводим горизонталь H_1H_2 ($H_1''H_2'' \parallel x$), и в любом месте чертежа строим новую ось проекций π_1/π_4 так, чтобы она оказалась перпендикулярной горизонтальной проекции горизонтали:

$$\pi_1/\pi_4 \perp H_1'H_2'.$$

Так как плоскость треугольника ABC перпендикулярна π_4 , то он спроецируется на эту плоскость в виде отрезка прямой линии ($A^{IV}B^{IV}$).

Теперь вводим вторую дополнительную плоскость проекций π_5 , перпендикулярную плоскости π_4 и параллельную плоскости треугольника ABC :

$$\pi_5 \perp \pi_4; \pi_5 \parallel (\Delta ABC).$$

Ось проекций π_4/π_5 проводим так, чтобы она совпала $A^{IV}B^{IV}$ (можно провести эту ось и параллельно $A^{IV}B^{IV}$). Строим проекции вершин треугольника на плоскости π_5 . Так как плоскость проекций π_5 параллельна плоскости треугольника, то на нее он спроецируется без искажения. Треугольник $A^V B^V C^V$ – есть истинная величина основания пирамиды.

Построим также на плоскостях π_4 и π_5 проекции точек L_1 и L_2 , которые понадобятся для нанесения на развертку линии пересечения.

На чертеже выбираем точку S_0 , из которой в произвольном направлении проводим луч S_0C_0 (рис. 10, точки на развертке принято обозначать теми же буквами, что и на эюре, но с добавлением индекса 0, что означает проекцию на плоскость чертежа – нулевую плоскость). На этом луче откладываем натуральную величину отрезка SC , т.е. расстояние $a = S''C''$, и методом засечек находим точку A_0 ($R_1 = C^V A^V$ и $R_2 = S'' A''$). Далее к стороне S_0A_0 пристраиваем треугольник $S_0A_0B_0$, две другие стороны которого определены следующим образом: $S_0B_0 = S''B''$ и $A_0B_0 = A^V B^V$. Аналогично построен и третий треугольник $S_0B_0C_0$.

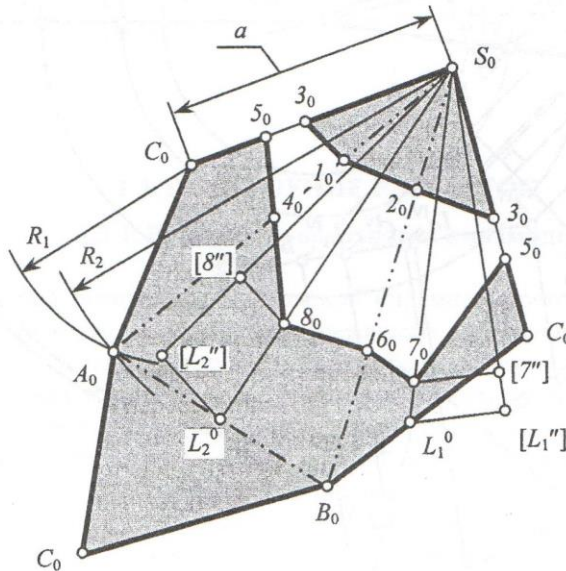


Рис. 10

Построенную развертку боковой поверхности пирамиды дополняем основанием – треугольником $A_0B_0C_0$. При этом длины его сторон могут быть определены или по проекции на плоскости π_5 , где треугольник $A^V B^V C^V$ есть истинная величина основания пирамиды, или по сторонам C_0A_0 , A_0B_0 , B_0C_0 , уже имеющимся на развертке.

На развертку наносим точки пресечения ребер пирамиды с поверхностью призмы 3_0 , 5_0 , 1_0 , 4_0 , 2_0 и 6_0 . Для этого из вершины S_0 откладываем расстояния $S_03_0 = S''3''$, $S_05_0 = S''5''$, $S_01_0 = S''1''$ и т.д.

На развернутое основание пирамиды наносим точки L_1^0 и L_2^0 ($B_0L_1^0 = B^V L_1^V$ и $B_0L_2^0 = B^V L_2^V$) и соединяем их с S_0 . Положение точек 7_0 и 8_0 можно найти, определив натуральные величины расстояний от вершины S до точек 7 и 8 методом вращения или методом перемены плоскостей проекций. Однако можно воспользоваться и методом пропорционального деления отрезка. Проведем из точки S_0 в любом направлении отрезок $S_0[L_1''] = S''L_1''$ и нанесем на него

точку $[7'']$ ($S_0[7''] = S''7''$). Соединим L_1^0 и $[L_1'']$. Из точки $[7'']$ параллельно этому отрезку проведем луч, и в пересечении с $S_0L_1^0$ отметим искомую точку 7_0 . Аналогично на отрезке $S_0L_2^0$ найдем положение точки 8_0 .

Пользуясь «сеткой» Д.Г. Ананова, на развертке пирамиды соединим 123 и 457684 . Контуры развертки и линию пересечения выделим сплошной основной линией, линии сгиба – штрихпунктирной с двумя точками. Вспомогательные построения оставим в виде тонких линий. Часть развертки поверхности пирамиды, находящейся вне зоны взаимного наложения пересекającychся геометрических тел, тонируем.

1.3.2. Развертка поверхности призмы

Развертка поверхности прямой призмы строится весьма просто¹: развертка ее боковой поверхности представляет собой ряд прямоугольников с общими сторонами. В этом случае построение развертки сводится к определению натуральных величин основания призмы и одного ребра.

Истинная величина ребер рассматриваемой призмы имеется как на фронтальной, так и на профильной плоскостях проекций (например, $F_1''F_2''$ или $F_1'''F_2'''$), а истинная величина основания (четыреугольник $F_1'G_1'D_1'E_1'$) – на горизонтальной плоскости проекций.

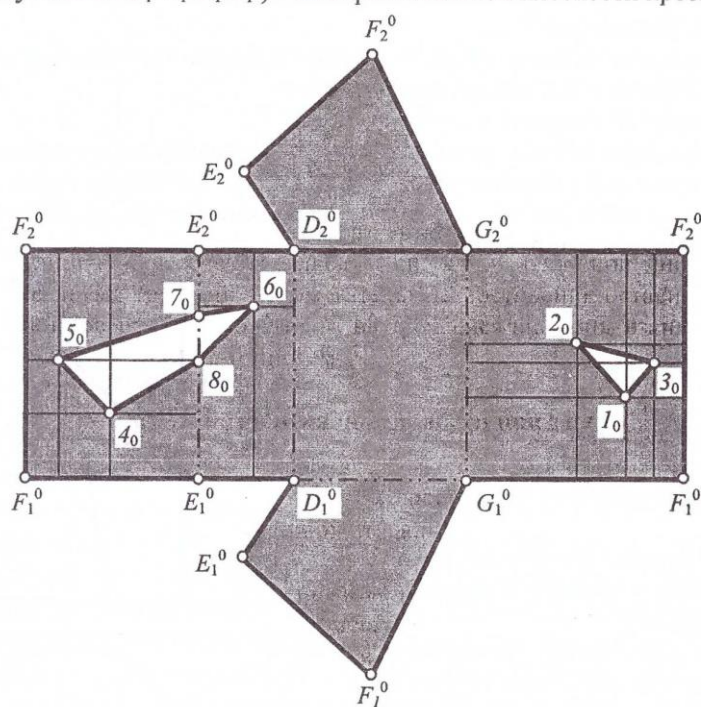


Рис. 11

Затем на развертку наносим точки пересечения. Точки 7_0 и 8_0 просто наносим на ребро $E_1^0E_2^0$, взяв соответствующие расстояния с фронтальной или профильной плоскостей проекций.

Для нанесения остальных точек в гранях, где лежат точки пересечения, необходимо соорудить своеобразную координатную сетку. Расстояния по горизонтали берутся с горизонтальной проекции призмы, а по вертикали – с фронтальной или профильной. Например, чтобы построить точку 3_0 , проводим вертикальную линию на расстоянии $3'F_1'$ от ребра $F_1^0F_2^0$, а горизонтальную линию на расстоянии $x3''$ от $G_1^0F_1^0$. Чтобы построить точку 1_0 , проводим вертикаль-

¹ Правила построения развертки поверхности наклонной призмы подробно изложены в учебных пособиях [1, 2, 3].

ную линию на расстоянии $l'F_1'$ от ребра $F_1^0F_2^0$, а горизонтальную линию на расстоянии $x1''$ от $G_1^0F_1^0$, и так далее.

Пользуясь «сеткой» Д.Г. Ананова, на развертке призмы соединим 123 и 457684. Контур развертки и линию пересечения выделим сплошной основной линией, линии сгиба – штрихпунктирной с двумя точками. Вспомогательные построения оставим в виде тонких линий. Часть развертки поверхности призмы, находящейся вне зоны взаимного наложения пересекающихся геометрических тел, тонируем.

2. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ И МНОГОГРАННИКА

2.1. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ

Линия пересечения таких поверхностей представляет собой одну или несколько плоских кривых линий, являющихся пересечением отдельных граней многогранника с заданным телом вращения. Точки излома кривой линии (если они имеются) соответствуют точкам пересечения ребер многогранника с поверхностью вращения.

В общем случае для построения линии пересечения необходимо найти ряд точек, принадлежащих обеим поверхностям, и соединить их замкнутой кривой линией. Эти точки могут быть найдены путем проведения:

- 1) вспомогательных прямых линий, принадлежащих граням многогранника;
- 2) вспомогательных образующих тела вращения;
- 3) вспомогательных секущих плоскостей.

Как правило, общие точки определяют путем комбинации перечисленных выше способов с учетом упрощения или уточнения построений. Построение линии пересечения начинают с определения характерных точек, т.е. точек, занимающих особое расположение по отношению к плоскости проекций или к самой линии пересечения.

К характерным точкам относятся:

- 1) точки излома кривой линии;
- 2) наиболее удаленная и наиболее близкая точки к плоскостям проекций (экстремальные точки);
- 3) точки, делящие кривую на видимую и невидимую части (точки видимости);
- 4) точки наибольшей или наименьшей ширины кривой.

Рассмотрим пример построения линии пересечения треугольной пирамиды и прямого кругового цилиндра (рис. 12).

Сначала построим третьи проекции заданных геометрических тел, обозначим вершины пирамиды и центры оснований цилиндра (рис. 13).

Характерные точки 1, 2 и 3, являющиеся точками встречи ребер пирамиды с поверхностью цилиндра, определены по пересечению горизонтальных проекций ребер с проекцией поверхности цилиндра (на горизонтальной плоскости проекций она спроецировалась в окружность).

Характерные точки 4, 5 и 6, наиболее близкие к плоскости проекций π_1 , находятся в месте пересечения линий ската, проведенных из вершины S в каждой грани пирамиды, с проекцией поверхности цилиндра на горизонтальной плоскости проекций.

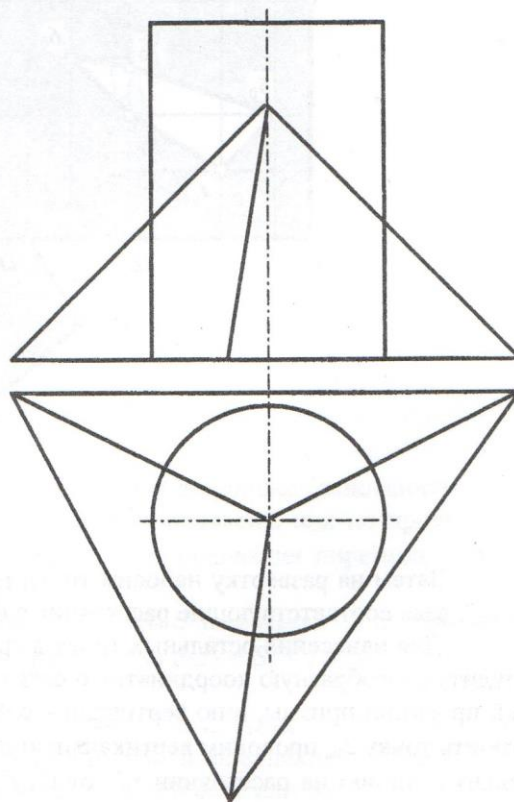


Рис. 12

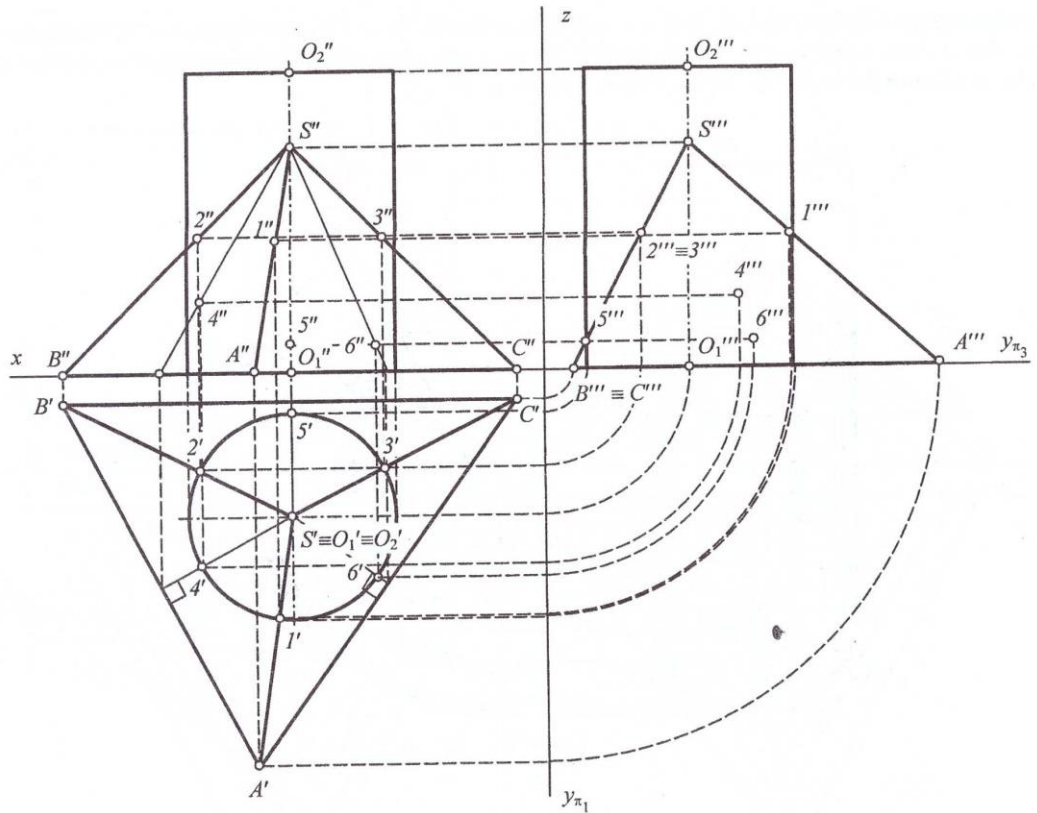


Рис. 13

Дополнительные точки определены при помощи вспомогательных секущих плоскостей α и β , параллельных плоскости π_1 (рис. 14). В сечении цилиндра эти плоскости дают окружности, совпадающие на горизонтальной плоскости проекций с основанием цилиндра, а в сечении пирамиды – треугольники. Точки взаимного пересечения этих сечений принадлежат одновременно поверхности пирамиды и поверхности цилиндра. Положение этих точек (точек 7', 8', 9', 10' и т.д.) очевидно на горизонтальной плоскости проекций: они лежат в пересечении треугольников, образующихся в сечении пирамиды плоскостями α и β , с очерком цилиндра.

В процессе построения выявилась необходимость построения точек 11 и 14, которые на плоскости π_2 делят кривую на видимую и невидимую части. Для этого в гранях пирамиды SAB и SAC проведены вспомогательные отрезки, параллельные фронтальной плоскости проекций. В пересечении этих прямых с проекцией цилиндра на горизонтальной плоскости проекций определено положение точек 11' и 14', которые затем перенесены на фронтальную и профильную плоскости проекций.

Построенные точки последовательно соединяют замкнутой кривой линией. Линия пересечения представляет собой три дуги эллипсов, соединяющихся между собой в точках пересечения ребер пирамиды с поверхностью цилиндра.

Определим видимость как линии пересечения, так и самих геометрических тел (рис. 15). Видимые части геометрических тел и линии пересечения следует выделить сплошной основной линией, а невидимые – штриховой.

На плоскости π_1 линия пересечения совпала с очерком цилиндра, и обозначать ее видимость здесь не имеет смысла. На плоскости π_2 видимой будет часть линии пересечения 11-4-13-1-15-17-6-18-14, а невидимой 14-16-3-8-10-5-9-7-2-12-11. На плоскости π_3 ветка линии пересечения 3-8-10-5-9-7-2 совпала с проекцией грани пирамиды SBC . Видимой частью здесь будет

считаться дуга 2-12-11-4-13-1 (строго говоря, еще будет виден маленький кусочек третьей дуги от точки 1 до точки видимости, находящейся на направляющей цилиндра между точками 1 и 15), остальная часть линии пересечения невидима.

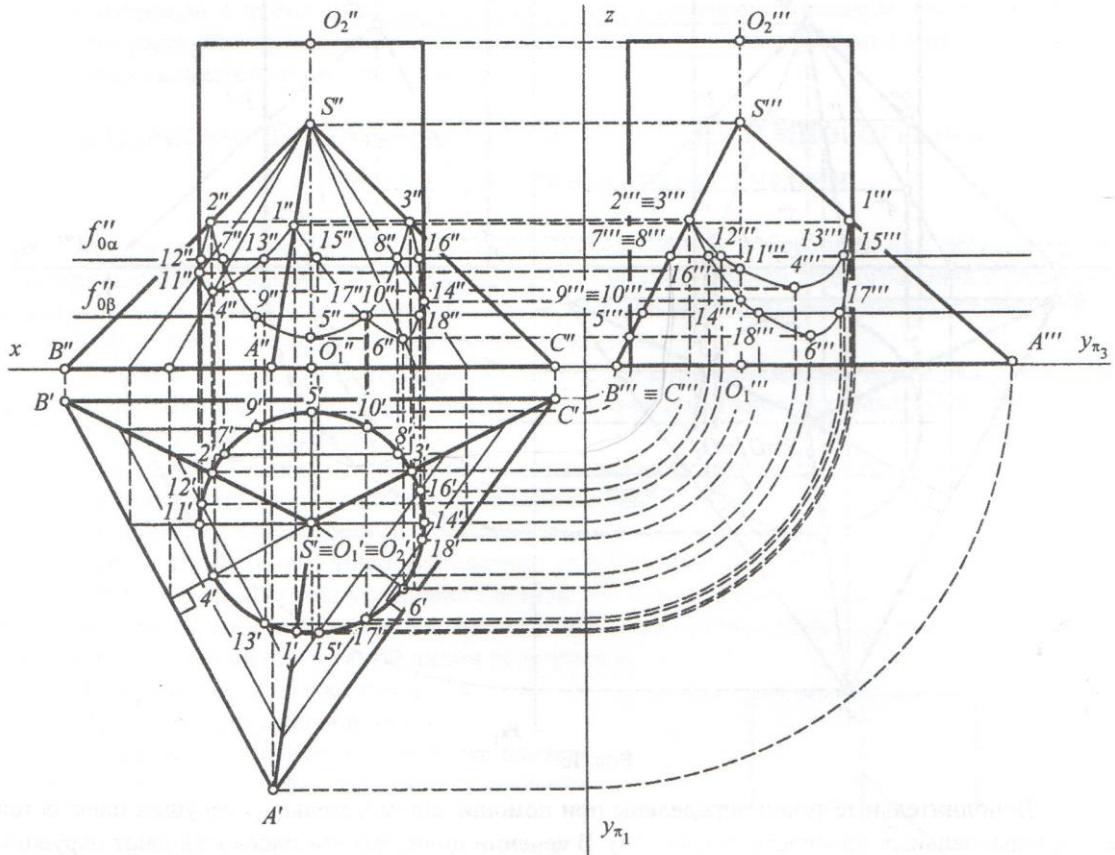


Рис. 14

Верхняя часть пирамиды, ограниченная линией пересечения, считается невидимой, т.к. она находится внутри цилиндра и закрывается от непосредственного обзора его поверхностью. Нижняя часть цилиндра также будет невидимой.

2.2. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТОК

2.2.1. Развертка поверхности пирамиды

Для построения развертки пирамиды методом треугольников предварительно необходимо определить натуральные величины ребер пирамиды и его основания. Основание ABC пирамиды лежит в горизонтальной плоскости проекций и, следовательно, проецируется на нее в натуральную величину. Ребра пирамиды SA , SB и SC спроецированы с искажением. Их натуральные величины определим способом вращения вокруг оси i , перпендикулярной плоскости π_1 и проходящей через вершину S пирамиды (рис. 16, на рисунке для облегчения его чтения убраны профильные проекции пересекаемых геометрических тел).

Строим развертку заданной пирамиды методом треугольников (рис. 17). На чертеже произвольно выбираем точку S_0 , из которой в любом направлении проводим луч S_0A_0 . На этом луче откладываем натуральную величину отрезка SA , равную $S'A''$. Из точки A_0 проводим дугу радиусом $R_1 = A'B'$, из точки A_0 – радиусом $R_2 = S'B''$, и в пересечении дуг получаем точку B_0 . Да-

лее к стороне S_0B_0 пристраиваем треугольник $S_0B_0C_0$, две другие стороны которого определены следующим образом:

$$|B_0C_0| = |B'C'| \text{ и } |S_0C_0| = |S''C''|.$$

Аналогично построен и третий треугольник $S_0C_0A_0$.

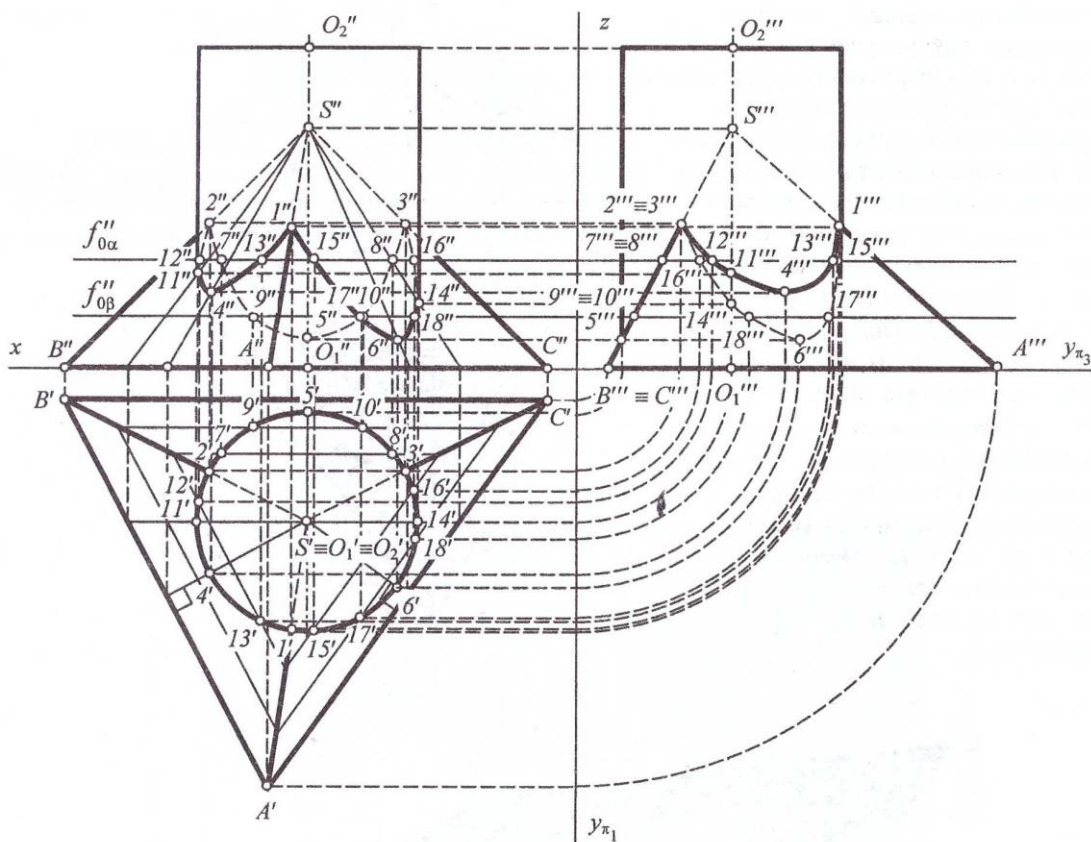


Рис. 15

Построенную развертку поверхности пирамиды дополняем основанием – треугольником $B_0C_0A_0$. При этом длины его сторон могут быть определены по сторонам A_0C_0 , C_0A_0 , B_0A_0 , уже имеющимся на развертке.

Далее на развертку наносим линию пересечения. Сначала на горизонтальной проекции проводим вспомогательные отрезки через все точки линии пересечения, исходящие из вершины пирамиды S до пересечения основания в точках D_1' , D_2' , D_3' , D_4' и т.д. Так как эти точки делят основание на плоскости π_1 в натуральную величину, их легко перенести на развернутое основание по принципу $|A_0D_1^0| = |A'D_1'|$, $|A_0D_2^0| = |A'D_2'|$ и т.д. Соединяем точки D_1^0 , D_2^0 , D_3^0 , D_4^0 и т.д. с вершиной S_0 . Теперь необходимо на отрезки $S_0D_1^0$, $S_0D_2^0$, $S_0D_3^0$, $S_0D_4^0$ и т.д. нанести точки I_0 , I_3 , I_4 , I_{10} и т.д.

Расстояния от вершины S до точек линии пересечения на всех плоскостях проекций получилось с искажением, за исключением расстояний до точек I_5 , I_{11} и I_{14} . Истинную величину расстояния $S I_5$ можно взять с профильной плоскости проекций ($S''I_5''$), так как это отрезок профильной прямой, параллельной плоскости π_3 , а расстояний от $S I_{11}$ и $S I_{14}$ – с фронтальной плоскости проекций ($S''I_{11}''$ и $S''I_{14}''$), так как это отрезки фронталей, параллельных плоскости π_2 . Эти отрезки можно сразу отложить на развертке от вершины S_0 на соответствующих вспомогательных отрезках, и отметить точки I_{50} , I_{110} и I_{140} .

Чтобы на развертку нанести другие точки надо предварительно найти истинные величины расстояний от вершины S до этих точек (это целесообразно сделать методом вращения вокруг уже введенной оси i). Продемонстрируем этот шаг на примере определения истинной величины отрезка SI . На горизонтальной плоскости проекций вращаем отрезок $S'I'$ вокруг $i' \equiv S'$ пока он не займет положение, параллельное оси x . Новое положение точки I' окажется в I_4' (на рисунке не показана). Затем из нее проводим вертикальную линию, а из I'' – горизонтальную линию. В пересечении получаем I'' . Расстояние $|S''I''|$ – есть истинная величина расстояния от вершины S до точки I . Измерив это расстояние и отложив его от S_0 на отрезке S_0A_0 , построим на развертке I_0 .

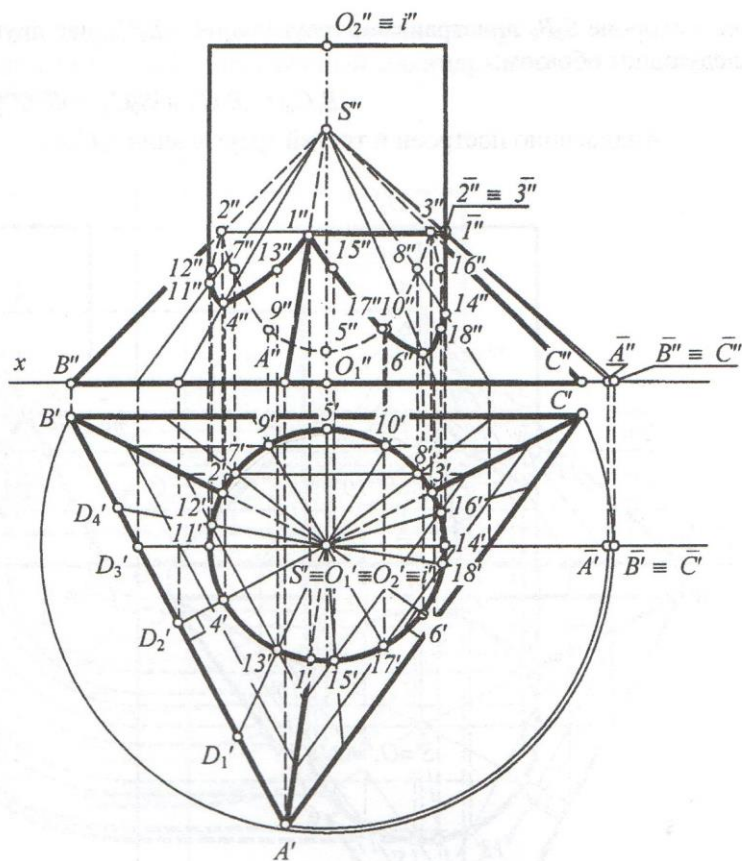


Рис. 16

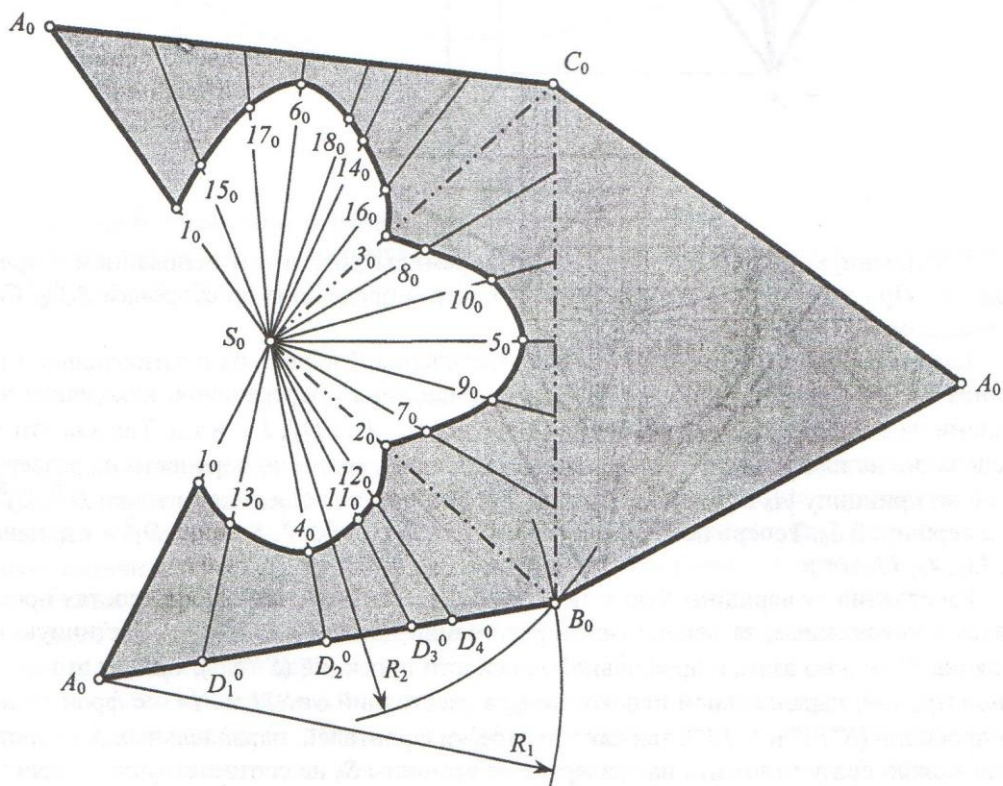


Рис. 17

Аналогично найдем истинные величины других отрезков и нанесем их на развертку. Соединим построенные точки плавной кривой линией. Контуры развертки и линию пересечения выделим сплошной основной линией, линии сгиба – штрихпунктирной с двумя точками. Вспомогательные построения оставим в виде тонких линий. Часть развертки поверхности пирамиды, находящейся вне зоны взаимного наложения пересекающихся геометрических тел, тонируем.

2.2.2. Развертка поверхности цилиндра

Фигура, образуемая при разворачивании боковой поверхности цилиндра, представляет собой отпечаток, полученный при качении цилиндра по плоскости чертежа. Если цилиндр – прямой¹, то эта фигура является прямоугольником, ширина которого равна длине образующей цилиндра h , а длина равна $2\pi R$, где R – радиус основания цилиндра (рис. 18).

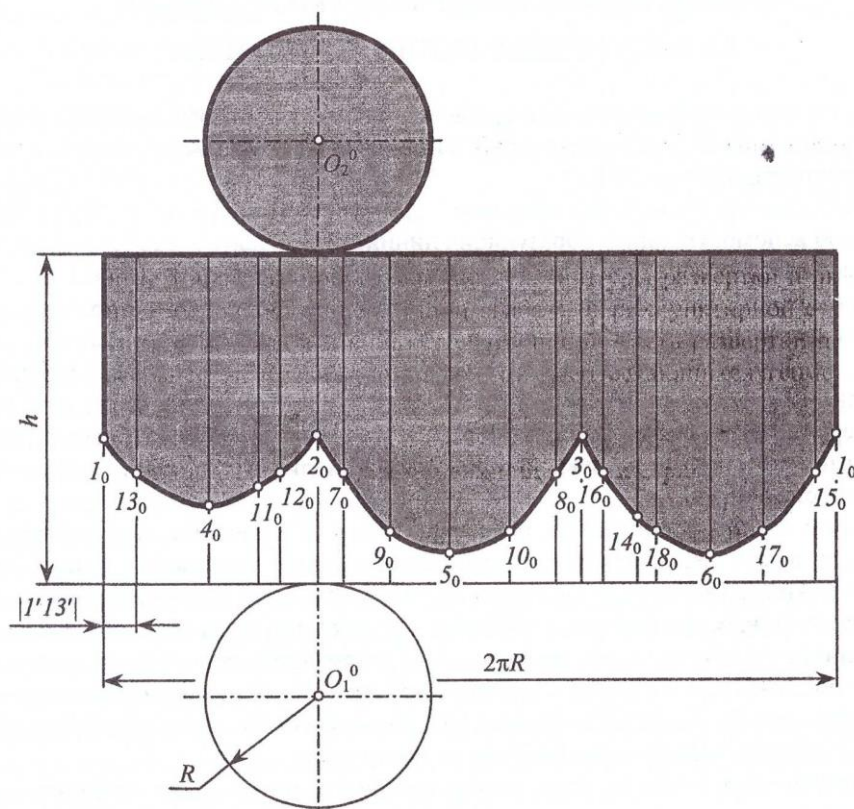


Рис. 18

Для нанесения линии пересечения на поверхность цилиндра используется метод аппроксимации, когда длина дуги основания принимается равной ее хорде (чем меньше хорда, тем точнее аппроксимация).

Начнем построения, к примеру, с точки I_0 . На фронтальной плоскости проекций образующие цилиндра проецируются без искажения, поэтому достаточно измерить расстояние от нижнего основания до точки I'' и отложить его на первой образующей развертки.

Чтобы нанести следующую образующую, проходящую через точку 13 , измеряем длину хорды $I'13'$ на горизонтальной плоскости проекций и откладываем его от первой образующей

¹ Правила построения развертки поверхности наклонного цилиндра подробно изложены в учебных пособиях [1, 2, 3].

на развернутом основании. Из конца отрезка вертикально проводим образующую, и на ней откладываем расстояние от нижнего основания до $13''$ (как уже отмечалось, на плоскости π_2 этот отрезок проецируется в натуральную величину).

Дальше построения повторяются до тех пор, пока на крайней справа образующей не появится снова точка I_0 . Следует иметь в виду, что основание, построенное методом нанесения на него хорд, может оказаться чуть меньше длины, равной $2\pi R$, так как хорды короче аппроксимируемых дуг. Здесь предпочтение надо отдать геометрическим построениям.

Соединим построенные точки плавной кривой линией. Дополним развертку основаниями, при этом радиус основания возьмем с горизонтальной проекции цилиндра.

Контуры развертки и линию пересечения выделим сплошной основной линией. Вспомогательные построения следует оставить в виде тонких линий. Часть развертки поверхности цилиндра, находящейся вне пирамиды, тонируем.

3. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ

3.1. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ

Линия пересечения поверхностей вращения является пространственной кривой линией (или кривыми линиями). Однако в некоторых частных случаях она может быть и плоской – окружностью, эллипсом, прямой и т.д.

Для определения общих точек применяют два способа:

- 1) способ вспомогательных образующих линий;
- 2) способ вспомогательных секущих поверхностей.

В первом случае определяют точки, в которых образующая одной поверхности вращения пересекает другую поверхность. Повторяя этот прием для нескольких образующих, находят ряд точек, необходимых для построения линии пересечения. Этот способ рационально использовать при построении линии пересечения поверхностей вращения, если хотя бы одна из заданных поверхностей является линейчатой (т.е. поверхностью, которая может быть образована движением прямой линии), и точки пересечения прямолинейных образующих с контурами второй поверхности очевидны.

Во втором случае заданные тела пересекают третьей поверхностью (как правило, плоскостью), которая дает в пересечении с ними простейшие для построения линии (прямые или окружности). Точки взаимного пересечения этих линий лежат как в секущей поверхности, так и на поверхности заданных тел вращения. Проведя ряд секущих поверхностей, можно найти необходимое количество общих точек, через которые затем проводят искомую линию пересечения. Способ вспомогательных секущих поверхностей является более универсальным.

Иногда целесообразно комбинировать различные способы построения. Линия пересечения тем точнее, чем больше точек найдено для ее построения.

Существуют следующие правила, которыми следует руководствоваться при построении линии пересечения:

- 1) проекции линии пересечения образуются в пределах наложения проекций заданных поверхностей;
- 2) при общем расположении поверхностей вращения для упрощения и уточнения построений их положение необходимо преобразовать в частное;
- 3) построение линии пересечения начинают с определения ее характерных точек.

Рассмотрим построение линии пересечения прямых круговых конуса и цилиндра с параллельными осями (рис. 19). В общем, принципы построения здесь во многом схожи с принципами, рассмотренного выше примера взаимного пересечения поверхностей вращения и многогранника.

В любом месте чертежа вводим ось z , и строим третьи проекции заданных геометрических тел. Обозначим вершину конуса, центр его основания и центры оснований цилиндра (рис. 20).

Определяем характерные точки линии пересечения. В пересечении видимой образующей конуса с поверхностью цилиндра находим точку I , наивысшую точку по отношению к плоскости π_1 . В пересечении основания конуса с нижним основанием цилиндра (основания лежат в плоскости π_1) отмечаем общие точки 2 и 3 , также лежащие в горизонтальной плоскости проекций.

Таким образом, на фронтальной и профильной плоскостях проекций все точки линии пересечения должны находиться между точками I и 2 (3). Заданные геометрические тела рассекаем вспомогательными горизонтальными плоскостями $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ и α_4 . В сечении конуса и цилиндра образуются окружности.

Рассмотрим построение общих точек на примере точек 4 и 5 . В сечении цилиндра плоскостью α_1 образуется окружность радиуса r , горизонтальная проекция которой совпадает с контуром цилиндра. В сечении конуса этой же плоскостью получается окружность радиуса R_1 . В пересечении этих окружностей находим горизонтальные проекции $4'$ и $5'$, а их фронтальные проекции определим по линиям проекционной связи, проведенным до пересечения со следом вспомогательной плоскости $f''_{0\alpha_1}$.

По двум известным проекциям найдем профильные проекции $4'''$ и $5'''$.

Аналогично находим ряд точек $6, 7, 8, \dots$, необходимых для построения линии пересечения – замкнутой кривой линии, имеющей две точки излома 2 и 3 . Построенные точки последовательно соединяем кривой линией. Вспомогательные построения оставляем на чертеже в виде сплошных тонких линий для контроля правильности построений.

На горизонтальной плоскости проекций линия пересечения представляет собой две дуги окружностей радиусами r и R , соединяющиеся в точках $2'$ и $3'$; на фронтальной плоскости проекций – дугу $1''-2''(3'')$; на профильной – параболу $2'''-1'''-3'''$.

Определим видимость как линии пересечения, так и самих геометрических тел. Видимые части геометрических тел и линии пересечения следует выделить сплошной основной линией, а невидимые – штриховой.

На плоскости π_1 линия пересечения совпала с очерком цилиндра, и обозначать ее видимость здесь не имеет смысла. На плоскости π_2 видимая часть линии пересечения $1-4-6-8-10-2$ совпала с невидимой $1-5-7-9-11-3$. На плоскости π_3 вся линия пересечения – парабола $3-11-9-7-5-1-4-6-10-12-2$ будет закрыта от непосредственного обзора телом цилиндра.

На плоскости π_1 часть основания конуса закрывается цилиндром. На плоскости π_2 части образующих конуса и цилиндра находятся как бы внутри пересекаемых геометрических тел, и следовательно их необходимо показать штриховой линией. На плоскости π_3 верхняя часть конуса, ограниченная контуром цилиндра, будет невидимой.

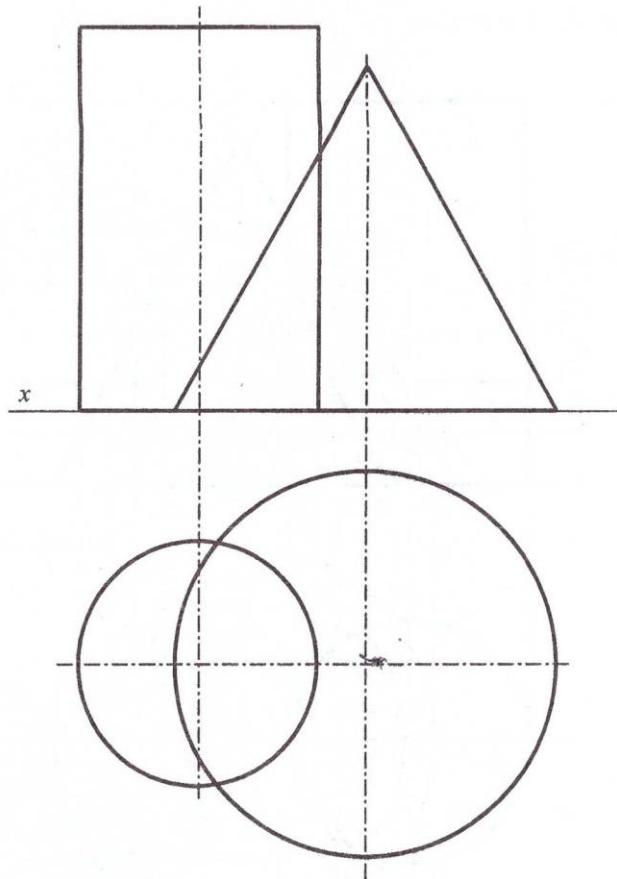


Рис. 19

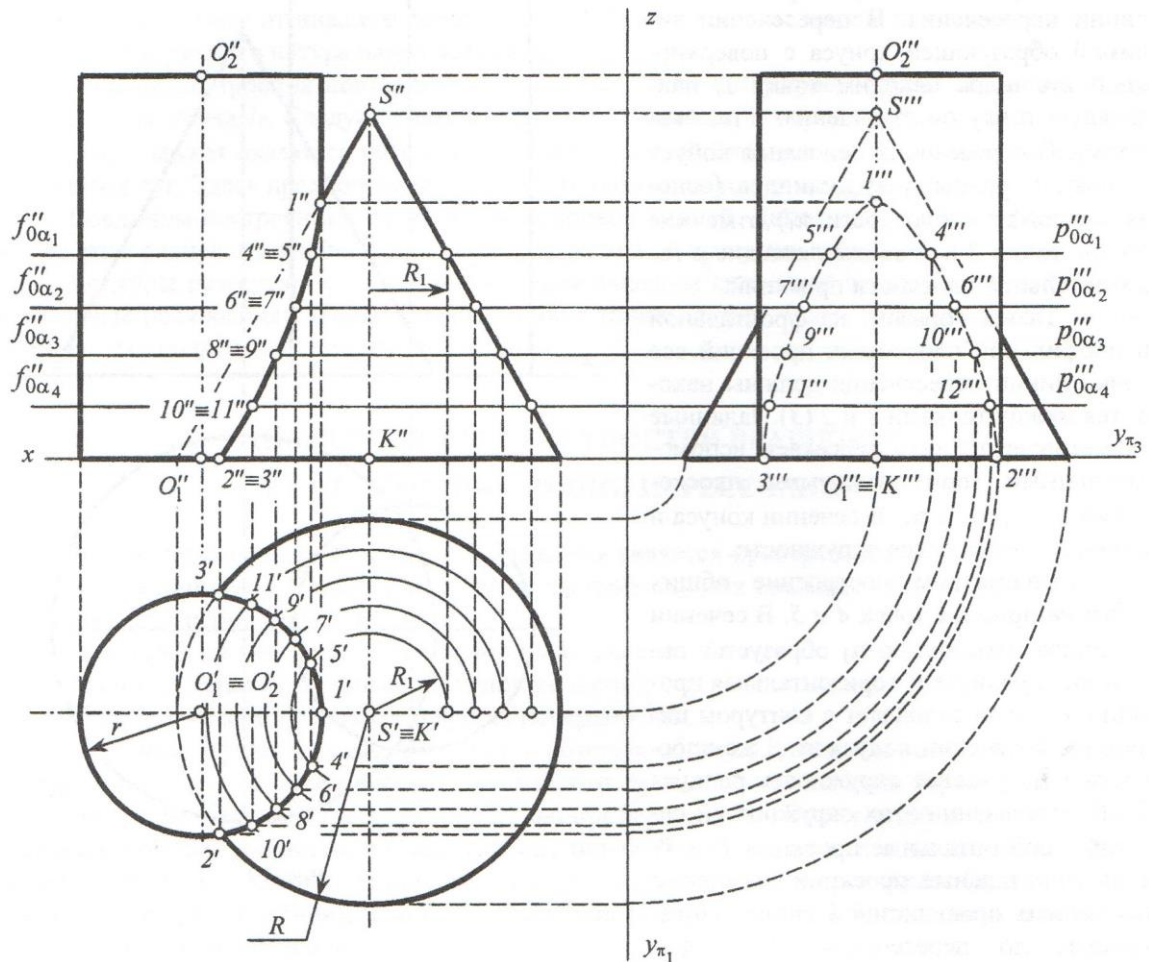


Рис. 20

3.2. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТОК

3.2.1. Развертка поверхности конуса

Разверткой боковой поверхности прямого кругового конуса¹ является сектор (рис. 21), радиус которого равен длине образующей конуса L , а угол сектора равен

$$\varphi = \frac{360^\circ R}{L}, \quad (1)$$

где R – радиус основания конуса.

Для получения полной развертки поверхности конуса развертку боковой поверхности дополняем основанием, которое представляет собой окружность радиуса R . Основание конуса лежит в горизонтальной плоскости проекций, следовательно проецируется на эту плоскость проекций без искажения. На основание также переносим дугу радиуса r – часть основания цилиндра, пересекающегося с основанием конуса.

Затем на развертку наносим линию пересечения. Для этого на горизонтальной проекции конуса (рис. 22) через вершину конуса S и точки $1, 5, 7, \dots$, лежащие на линии пересечения,

¹ Правила построения развертки поверхности наклонного конуса подробно изложены в учебных пособиях [1, 2, 3].

проводим образующие. Отмечаем точки пересечения этих образующих с основанием E, D_1, D_2 и т.д.

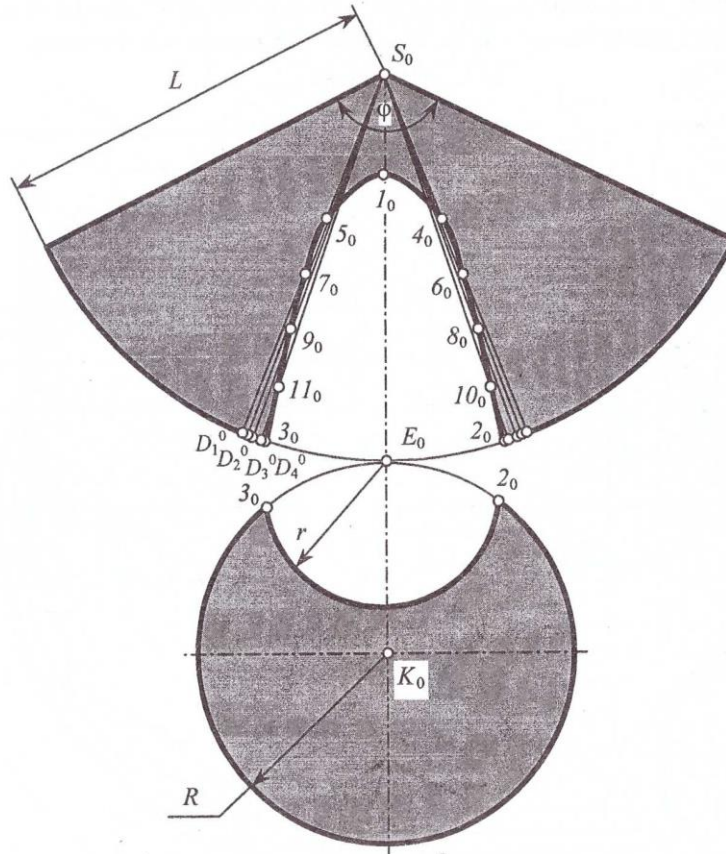


Рис. 21

Определяем истинные величины расстояний от вершины S до точек линии пересечения. Проще всего определить эти расстояния методом вращения вокруг оси i , проходящей через вершину конуса S и перпендикулярную плоскости π_1 .

Для примера покажем, как определить истинную величину расстояния от вершины S до точки 5. На горизонтальной плоскости проекций вращаем отрезок $S'I'$ вокруг $i' \equiv S'$ пока он не займет положение, параллельное оси x , и горизонтальная проекция точки $5'$ займет положение в $\bar{5}'$. Затем из нее проводим вертикальную линию, а из $5''$ – горизонтальную линию. В пересечении получаем $\bar{5}''$. Расстояние $|S''\bar{5}''|$ – есть истинная величина расстояния от вершины S до точки 5.

Таким образом можно найти истинные величины расстояний от вершины S до остальных точек, лежащих на линии пересечения. Обратим внимание, что при вращении точек на фронтальной плоскости проекций их новые положения будут находиться на видимой образующей конуса. Поэтому вращать точки на плоскости π_1 не обязательно. Можно просто провести следы плоскости вращения через точки $6'', 8'', \dots$ параллельно оси x до пересечения с образующей конуса.

Вернемся к развертке (см. рис. 21). На развернутом основании конуса в любом месте обозначим точку E_0 . Измерим расстояние $E'D_4'$ на эюре (на горизонтальной плоскости проекций эта хорда получится в натуральную величину), и отложим его на развертку. Отметим точку D_4^0 и соединим ее с вершиной S_0 . Далее измерим расстояние $D_4'D_3'$, и также отложим его на

развертку, построив точку D_3^0 . Соединяем ее с S_0 . И так далее аналогично наносим на развертку точки D_2^0 и D_1^0 .

Таким образом, аппроксимируем хорды дуги окружности радиуса R хордами дуги окружности радиуса L на развертке (чем короче хорды, тем точнее построения).

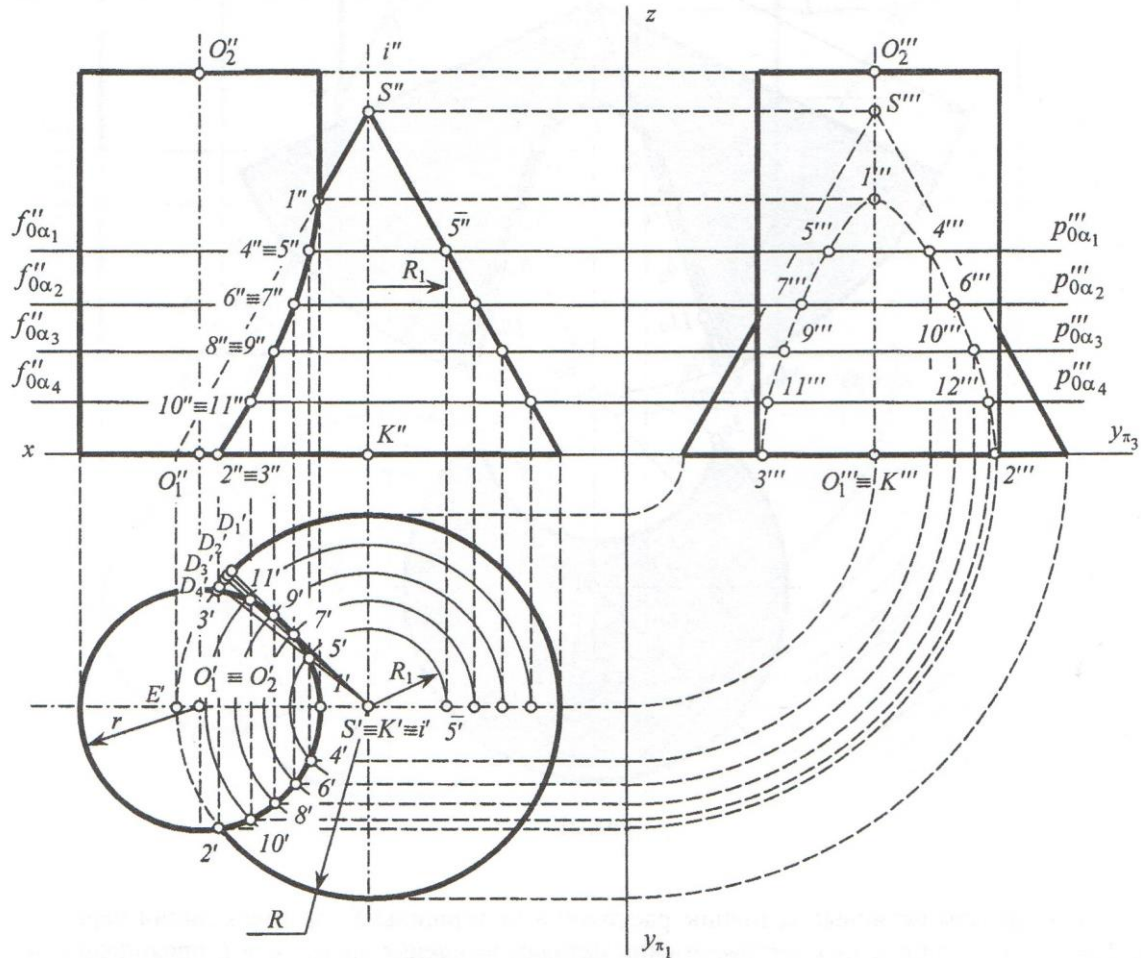


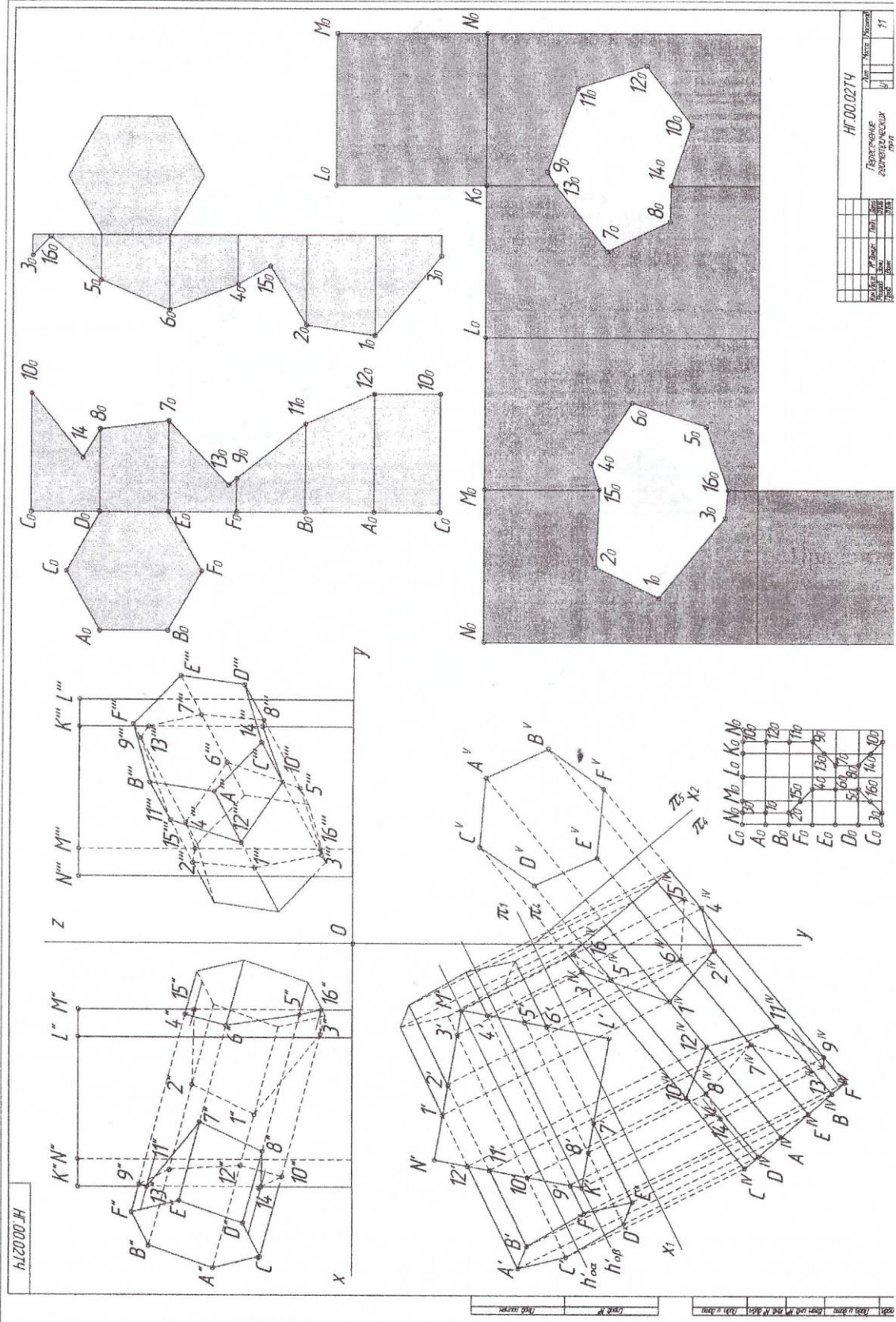
Рис. 22

Измерив истинную величину расстояния от вершины S до точки 5 (отрезок $|S''\bar{5}''|$) и отложив его от S_0 на образующей $S_0D_1^0$, построим на развертке точку 5_0 . Аналогично наносим другие точки $7_0, 9_0, \dots$ линии пересечения на развертку.

Соединяем построенные точки плавной кривой линией. Контуры развертки и линию пересечения выделим сплошной основной линией. Вспомогательные построения оставим в виде тонких линий. Развертку тонируем.

3.2.2. Развертка поверхности цилиндра

В рассматриваемом примере также как и в предыдущем, одно из пересекаемых геометрических тел – прямой круговой цилиндр. Правила построения развертки такого цилиндра подробно даны в разделе 2.2.2. Развертка боковой поверхности является прямоугольником (рис. 23). Дополняем ее основаниями, и наносим линию пересечения. Контуры развертки и линию пересечения выделяем сплошной основной линией. Вспомогательные построения не стираем, а наоборот, прочерчиваем тонкими линиями. Развертку тонируем.



HF 00.0274

№ п/п	№ листа	№ документа	№ чертежа	№ детали	№ сборки	№ материала
1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1	1
14	1	1	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1	1
21	1	1	1	1	1	1
22	1	1	1	1	1	1
23	1	1	1	1	1	1
24	1	1	1	1	1	1
25	1	1	1	1	1	1
26	1	1	1	1	1	1
27	1	1	1	1	1	1
28	1	1	1	1	1	1
29	1	1	1	1	1	1
30	1	1	1	1	1	1
31	1	1	1	1	1	1

HF 00.0274
 Лист 1 из 1
 / Лист 1 из 1 /
 / Лист 1 из 1 /

HF 00.0274

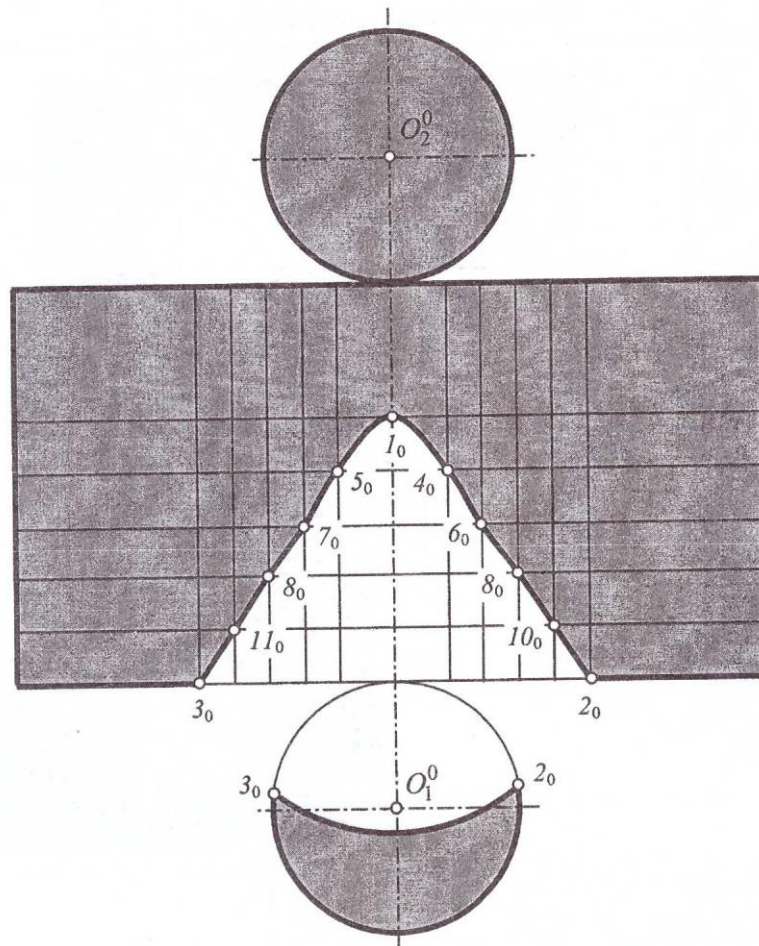
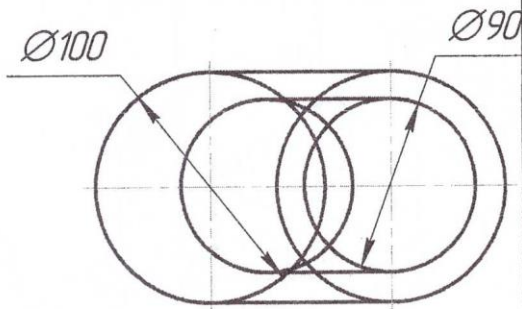
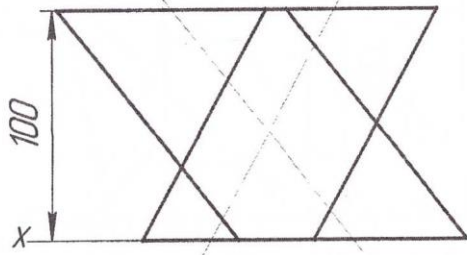


Рис. 23

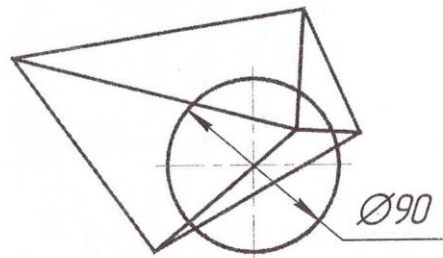
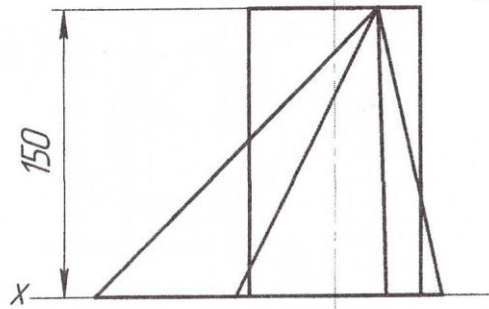
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бобин Н.Е. Основы начертательной геометрии, черчения и компьютерной графики: Учебное пособие/ Н.Е. Бобин, П.Г. Талалай, С.С. Галушкин и др. – СПб: СПГТИ, 2002. – 94 с.
2. Бобин Н.Е. Инженерная графика. Начертательная геометрия: Учебное пособие по решению контрольных задач/ Н.Е. Бобин, П.Г. Талалай, Ю.А. Эйст – СПб: СПГТИ, 2003. – 73 с.
3. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии: Учеб пособие/ В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский. – 24-е изд., перераб. – М.: Высшая школа, 2000. – 272 с.

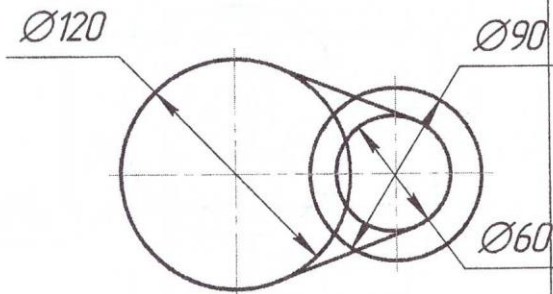
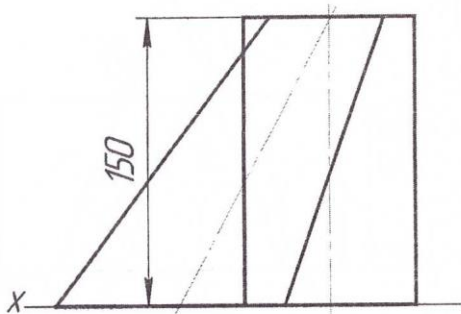
1



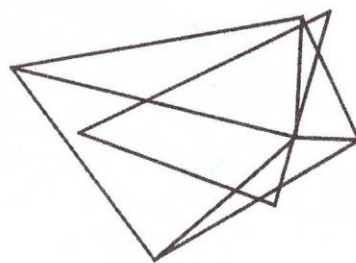
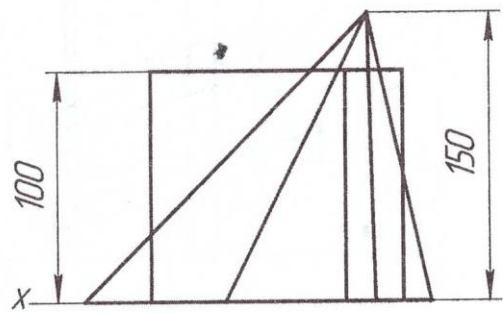
2



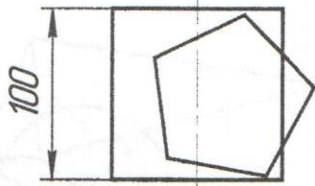
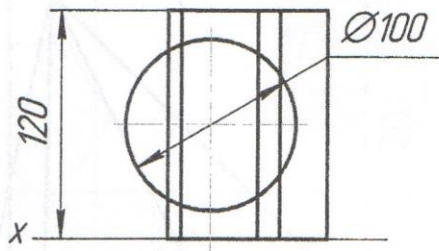
3



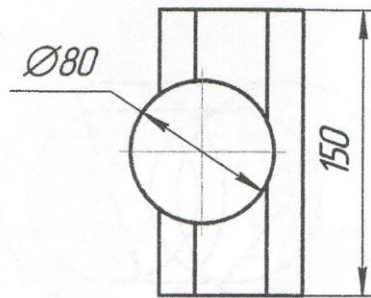
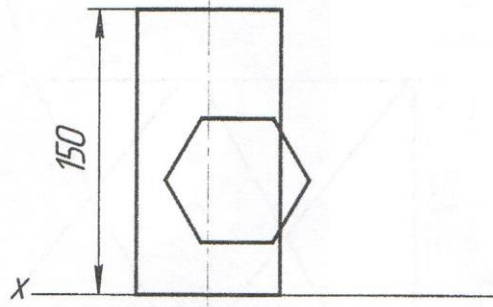
4



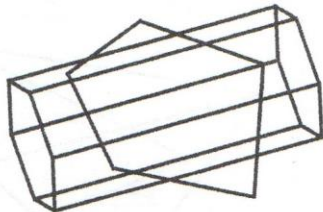
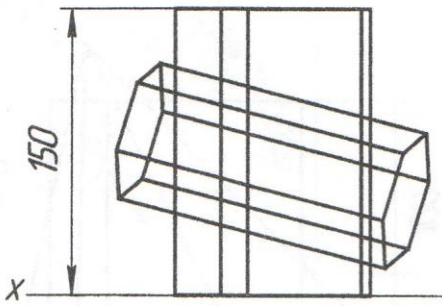
5



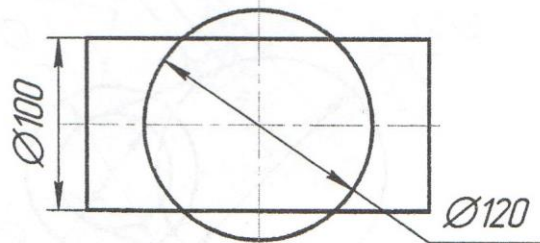
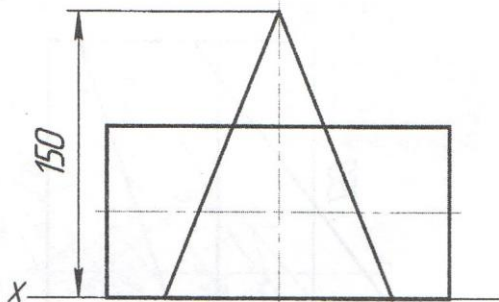
6



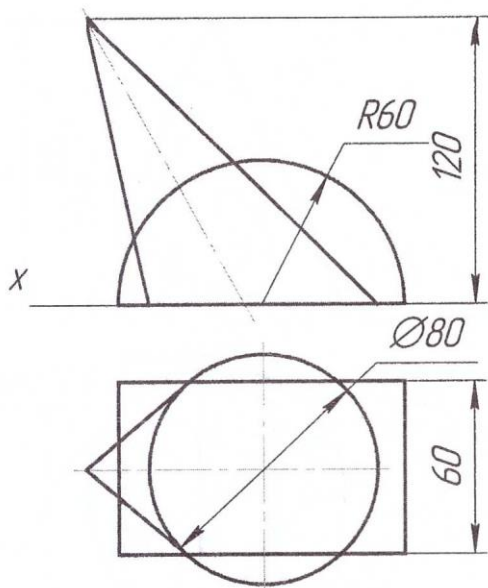
7



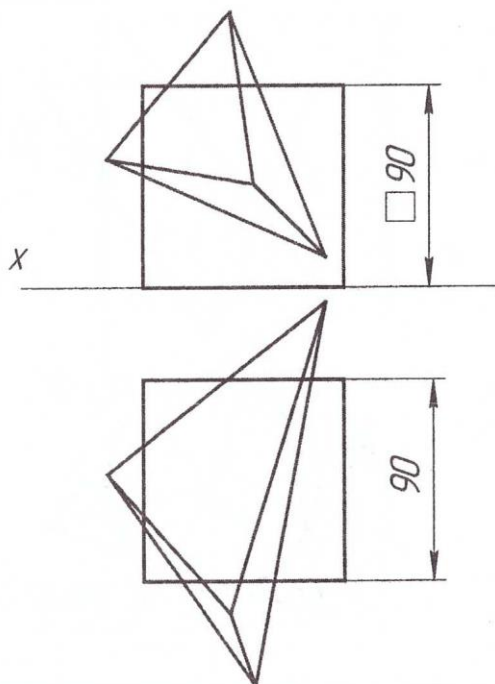
8



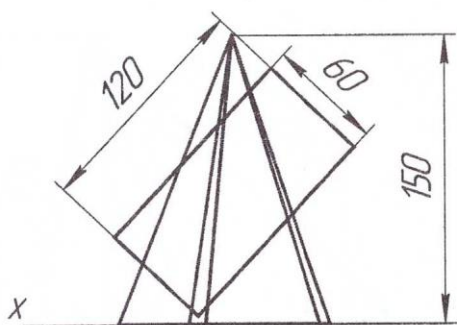
9



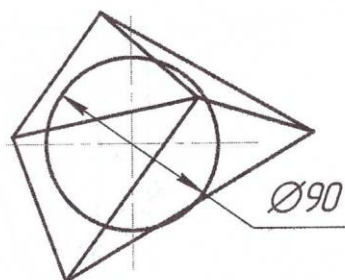
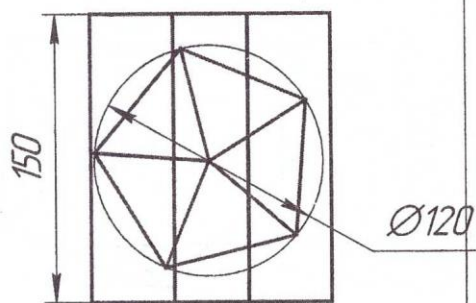
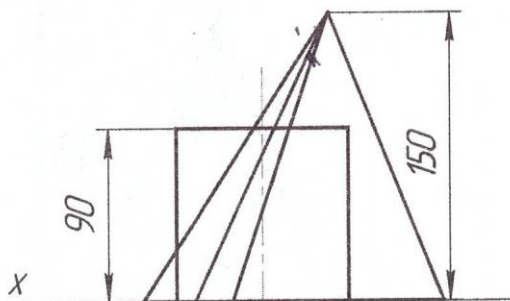
10



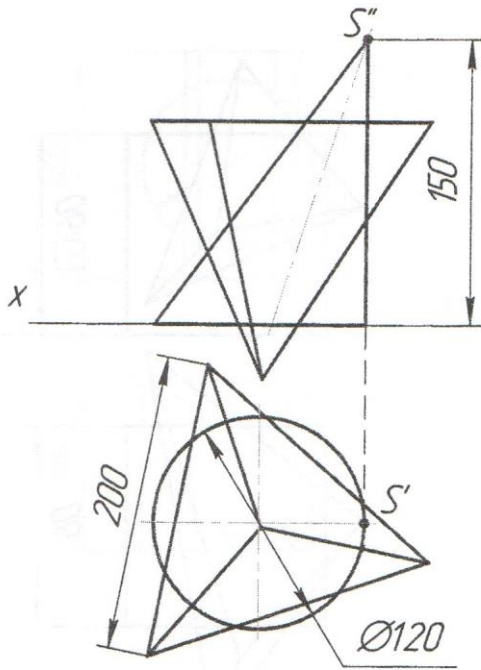
11



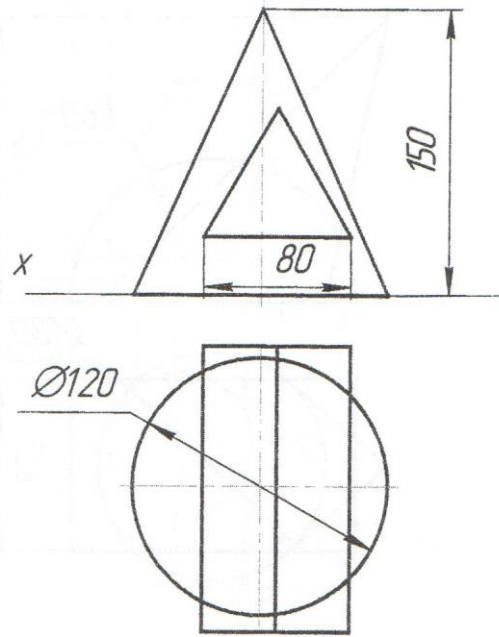
12



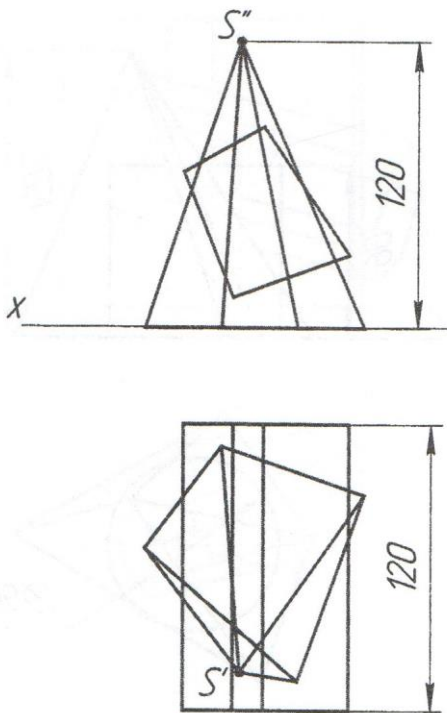
13



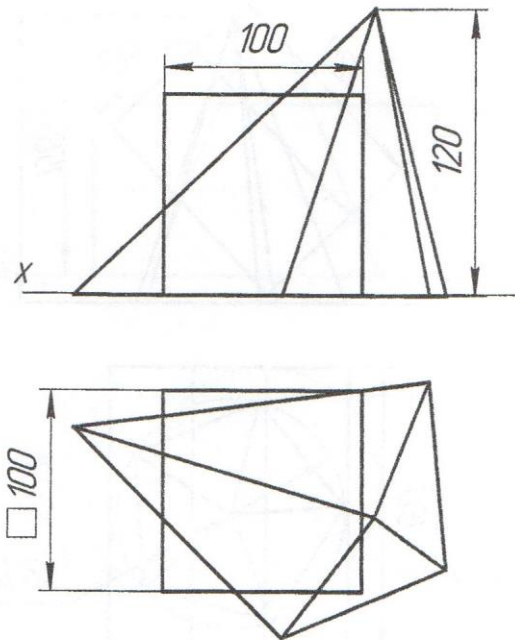
14



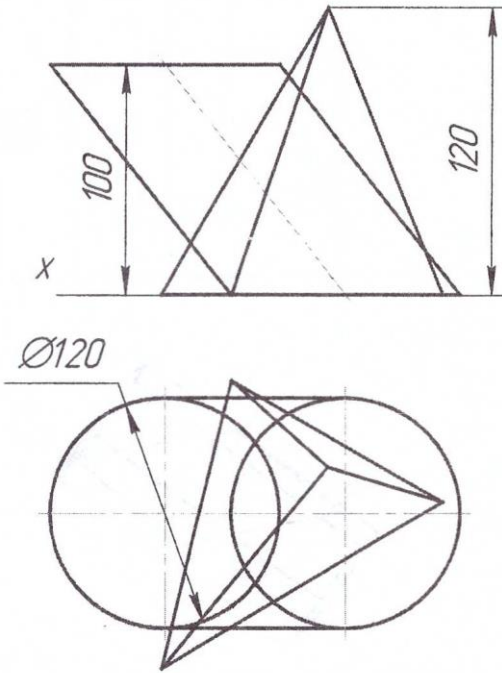
15



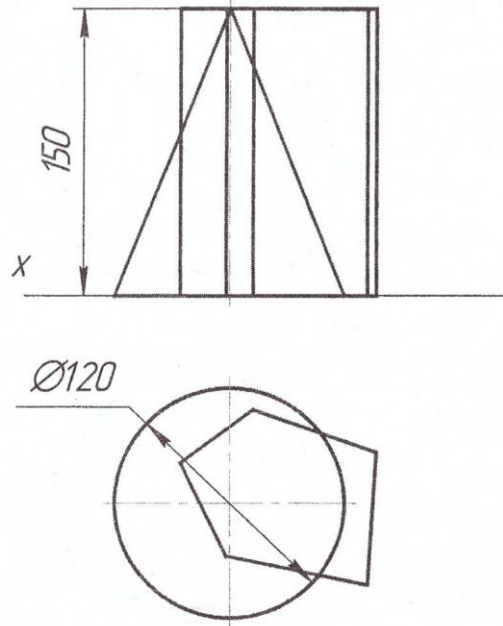
16



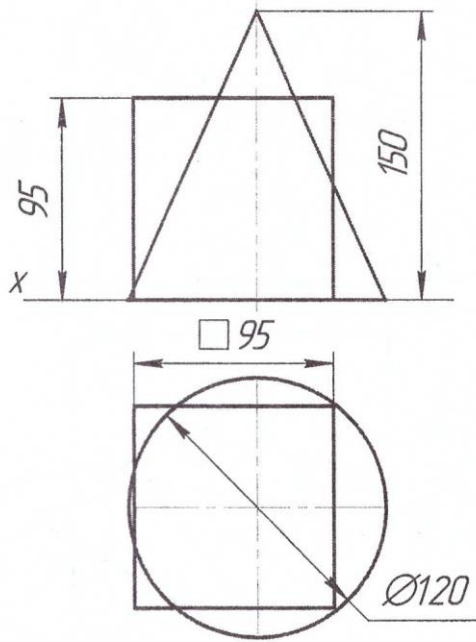
17



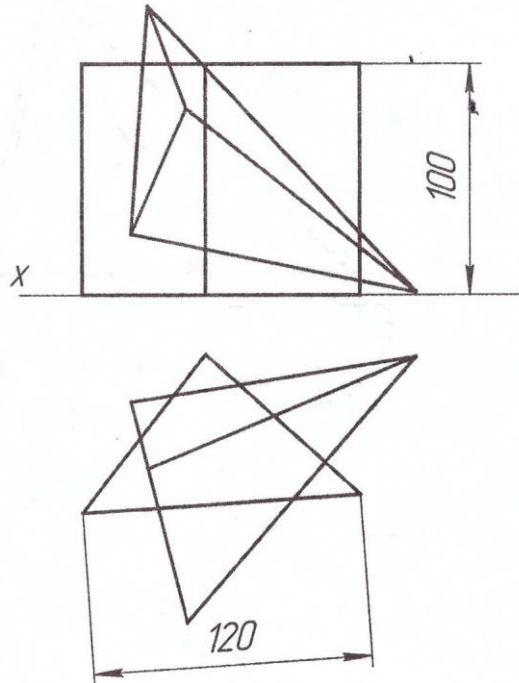
18



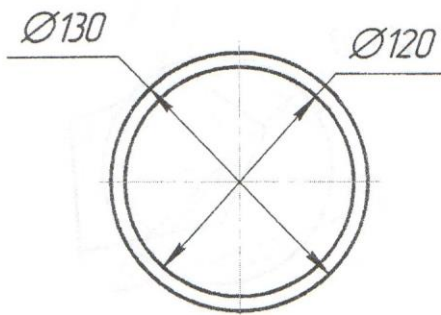
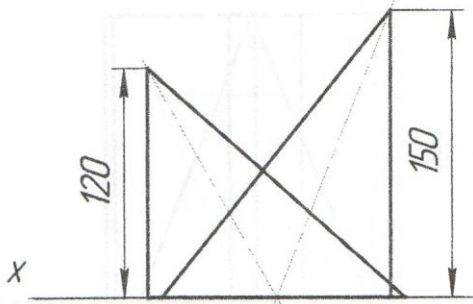
19



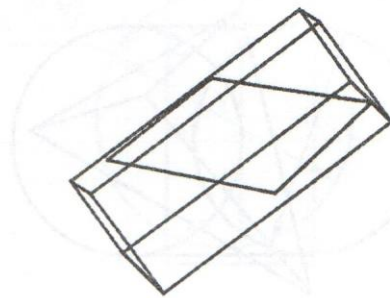
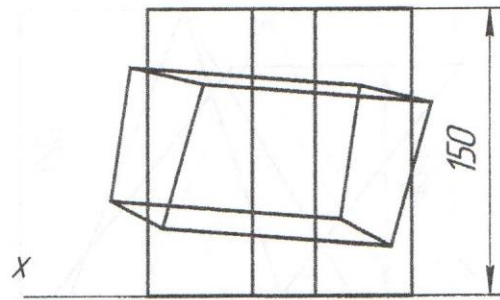
20



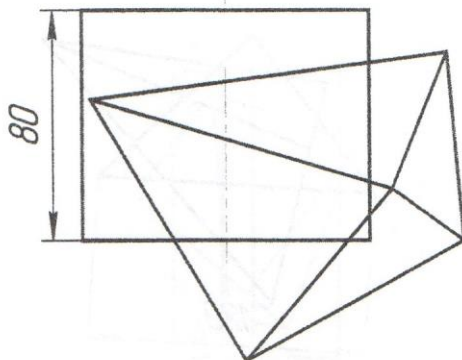
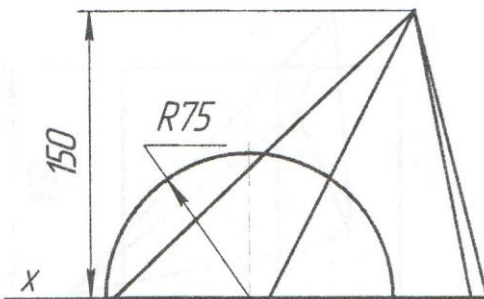
21



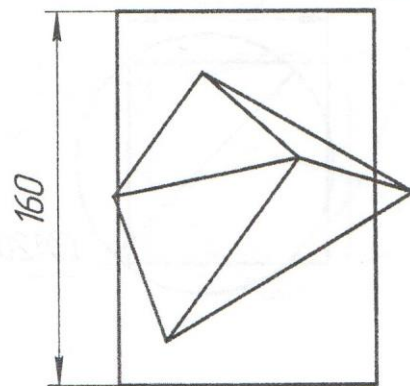
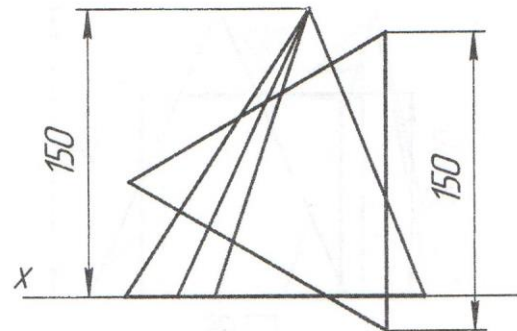
22



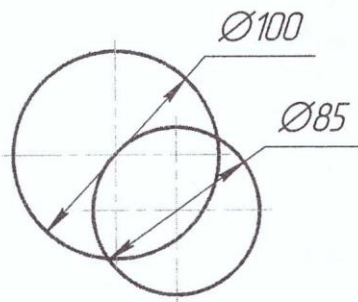
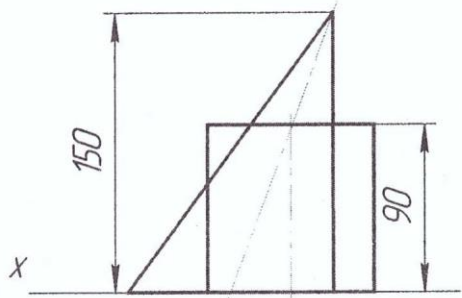
23



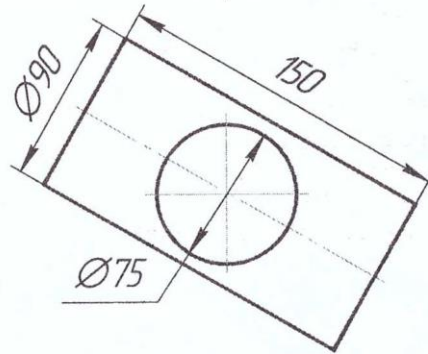
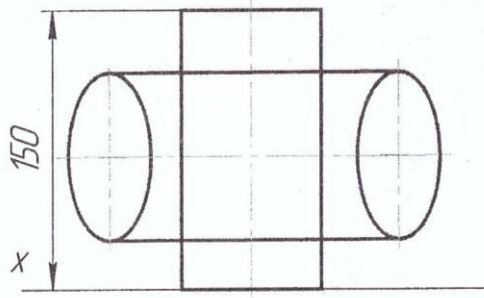
24



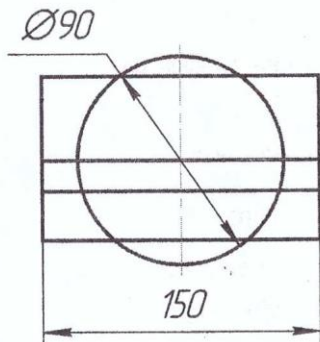
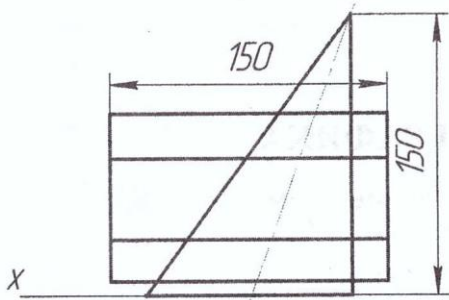
25



26



27



28

