Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени С. М. Кирова»

Кафедра физики

ФИЗИКА

Методические указания и контрольные задания
для студентов всех направлений подготовки
заочной формы обучения

Санкт-Петербург
2018

Рассмотрены и рекомендованы к изданию
Отделением естественнонаучного и гуманитарного образования
Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета
20 сентября 2018 г.

С о с т а в и т е л и :
кандидат физико-математических наук, доцент **А. Б. Былев**,
кандидат физико-математических наук, доцент **А. М. Анненкова,**
кандидат физико-математических наук, доцент **Е. Е. Мацкевич**,
кандидат физико-математических наук, доцент **Г. И. Полищук**,
кандидат физико-математических наук, доцент **Л. П. Казакова**

О т в . р е д а к т о р
кандидат физико-математических наук, доцент **А. Б. Былев**

Р е ц е н з е н т
кафедра физики СПбГЛТУ

Физика: методические указания и контрольные задания для студентов всех направлений подготовки заочной формы обучения / сост.: А. Б. Былев [и др.]. – СПб.: СПбГЛТУ, 2018. – 52 с.

Данное издание содержит методические указания и контрольные задания по физике для студентов заочной формы обучения всех направлений подготовки. Методические указания состоят из девяти разделов и охватывают весь стандартный курс физики для вузов. Каждый раздел начинается введением в основные представления и законы рассматриваемого круга явлений, за которым следует подробный разбор задач из этого раздела физики.

Составители методических указаний кандидаты физико-математических наук, доценты: А. Б. Былев (разд. 1 и 2), А. М. Анненкова (разд. 3 и 4), Е. Е. Мацкевич (разд. 5 и 6), Г. И. Полищук (разд. 7), Л. П. Казакова (разд. 8 и 9).

Темплан 2018 г. Изд. № 187.

Введение

Данные методические указания и контрольные задания по физике предназначены для студентов заочной формы обучения всех направлений подготовки. Пособие состоит из девяти разделов и охватывает весь стандартный курс физики для вузов. Каждый раздел начинается введением в основные представления и законы рассматриваемого круга явлений, за которым следует подробный разбор задач из этого раздела физики. Студенту предлагается ознакомиться и выучить приведенный материал и представить на проверку подробное решение со всеми выкладками и расчетами таких же по формулировке задач, но с индивидуальными для каждого студента числовыми данными. Эти числовые данные приведены в таблицах в конце каждого раздела по вариантам. Номер варианта соответствует последней цифре в номере зачетки студента. Студенту следует подготовиться к ответу по каждой задаче со всеми необходимыми пояснениями.

1. Механика. Динамика

Введение. Движение тел в механике Ньютона описывается двумя группами уравнений. Одна группа уравнений описывает движение центра масс тела. Вторая группа уравнений описывает движение частей тела относительно центра масс.

Напомним, что *движение* любой точки *характеризуют* скоростью, т. е. перемещением точки за единицу времени,

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \tag{1.1}$$

и ускорением, т. е. изменением скорости за единицу времени

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \tag{1.2}$$

Здесь $d\vec{r}$ – перемещение точки за время dt, $\vec{v}$ – скорость; $d\vec{v}$ – изменение скорости за время dt; $\vec{a}$ – ускорение.

Движение центра масс тела, как показывает опыт, *определяется* действующими на тело внешними силами. Часть из них обусловлена действием других тел – силы взаимодействия $\vec{F}^{\text{взаимодействия}}$. Другая часть сил обусловлена выбором системы отсчета, т. е. выбором тела, относительно которого рассматривается движение. Это силы инерции $\vec{F}^{\text{инерции}}$.

Уравнение движения центра масс имеет вид

$$m\vec{a} = \vec{F}^{взаимодействия} + \vec{F}^{инерции} \qquad (1.3)$$

где $\vec{a}$ – ускорение центра масс тела, а m – масса тела. Предполагается, что масса тела не меняется. Уравнение (1.3) выражает *второй закон Ньютона*.

Уравнение (1.3) – векторное, оно эквивалентно трем числовым уравнениям для проекций векторов на оси выбранной декартовой системы координат. Напомним, что проекцией вектора на ось называется произведение длины вектора на косинус угла между направлением вектора и направлением оси.

Опыт показывает, что существует система отсчета, для которой силы инерции отсутствуют. Это утверждение есть ничто иное как *первый закон Ньютона*. Такая система отсчета называется инерциальной. Система отсчета, связанная с Землей, инерциальной не является, как в силу движения Земли вокруг Солнца, так и в силу вращения Земли вокруг своей оси.

Будем рассматривать движение тела относительно Земли.На тело действует притяжение Земли, направленное к центру Земли. Эту силу складывают с центробежной силой инерции, обусловленной вращением Земли и направленной перпендикулярно земной оси вращения. Эта суммарная сила называется силой тяжести. По линии действия силы тяжести вытянута нить, к которой прикреплено неподвижно висящее тело. Другими словами, сила тяжести направлена вертикально вниз. Силу тяжести записывают в виде $m\vec{g}$, поскольку величина силы пропорциональна массе тела. Притяжение тела Солнцем учитывать не надо, поскольку эта сила компенсируется силой инерции, обусловленной движением Земли вокруг Солнца. С вращением Земли вокруг своей оси связана также сила инерции, получившая название силы Кориолиса $\vec{F}^{\text{кор}}$. Ее характерная особенность состоит в том, что она направлена перпендикулярно скорости движения тела и пропорциональна ей по величине. Величина силы Кориолиса, как правило, незначительна, и ею часто можно пренебречь. Действие остальных тел, не конкретизируя, обозначим $\vec{F}$. Таким образом, в земной системе отсчета уравнение движения центра масс тела принимает вид

$$m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}^{\text{кор}}. \qquad (1.4)$$

Движение частей тела относительно центра масс *определяется* моментами действующих на него внешних сил относительно центра масс. Момент силы является величиной векторной, т. е. направленной. Поскольку при решении задач всё равно переходят от векторных величин к числовым – проекциям векторов на оси координат, то определим сразу проекцию момента силы на ось. Проекцию момента силы на ось называют мо-

ментом силы относительно оси. В общем случае сила направлена под углом к оси. Разложим силу на две взаимно перпендикулярные составляющие: направленную вдоль оси и перпендикулярно оси $\vec{F} = \vec{F}_{\parallel} + \vec{F}_{\perp}$. Моментом силы относительно оси называют взятое с надлежащим знаком произведение перпендикулярной составляющей силы на плечо силы. Плечо силы – это кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью. Итак,

$$M = \pm F_{\perp} \cdot l. \qquad (1.5)$$

Здесь M – момент силы; l – плечо силы. Знак момента силы определяется тем, в какую сторону (против часовой стрелки или по часовой стрелке) начнет поворачиваться тело вокруг оси под действием этой силы.

Сила тяжести действует на все части тела, и при вычислении момента силы тяжести для всего тела складываем моменты сил тяжести, действующих на отдельные его части. Такой же рецепт применяем для всех распределенных сил. Для силы тяжести результат получается следующий: при вычислении момента силы тяжести можно считать, что вся сила тяжести приложена к центру масс тела. Отсюда следует, что момент силы тяжести относительно оси, проходящей через центр масс тела, равен нулю.

Движение частей тела относительно его центра масс *характеризуют* моментом импульса тела относительно центра масс. Определим эту величину. Рассмотрим небольшую часть тела. Пусть m_i – её масса, $\vec{v}_i$ – её скорость. Произведение $\vec{p}_i = m_i\vec{v}_i$ называется импульсом. Момент импульса относительно оси определяется точно так же, как и момент силы относительно оси, нужно только вместо силы $F_{\perp}$ в определение момента подставить импульс $p_{i\perp}$: момент импульса относительно оси равен взятому с надлежащим знаком произведению перпендикулярной составляющей импульса на плечо импульса, плечо импульса есть кратчайшее расстояние от оси до линии импульса. Момент импульса всего тела относительно оси равен сумме моментов импульсов отдельных его частей. Легко убедиться (для этого потребуются несложные алгебраические преобразования, дополненные определением центра масс), что если все части тела движутся с одной и той же скоростью, т. е. тело движется поступательно, то момент импульса тела относительно оси, проходящей через его центр масс, будет равен нулю. Так что, момент импульса действительно характеризует движение частей тела относительно центра масс.

Момент импульса и момент силы связаны соотношением: сумма моментов внешних сил, действующих на тело относительно оси, проходящей через центр масс тела, равна изменению за единицу времени момента импульса тела относительно той же оси. Момент импульса тела относительно

оси будем обозначать L. Пусть dL – изменение момента импульса тела за время dt, тогда можем записать

$$\frac{dL}{dt} = \sum M^{\text{внешних сил}}. \qquad (1.6)$$

Уравнение (1.6) называют *уравнением моментов*. Уравнение (1.6) следует из второго и третьего законов Ньютона. Отметим, что уравнение моментов (1.6) будет иметь место не только относительно оси, проходящей через центр масс тела, но и относительно любой неподвижной в данной системе отсчета оси.

Рассмотрим применение этих уравнений движения на примере следующей задачи.

Задача. Автомобиль движется со скоростью v_0 по горизонтальной дороге. На какой угол наклонится автомобиль при резком торможении и каким будет его тормозной путь? Коэффициент трения скольжения μ. Центр масс автомобиля O расположен на равном расстоянии от передних и задних колес на высоте h над поверхностью земли. Расстояние между осями автомобиля l. Упругость всех пружин подвески одинакова и такова, что у неподвижного автомобиля на горизонтальной площадке их прогиб равен Δ. Рассмотреть разные варианты торможения: только передними колесами, только задними колесами, всеми четырьмя колесами.

Решение

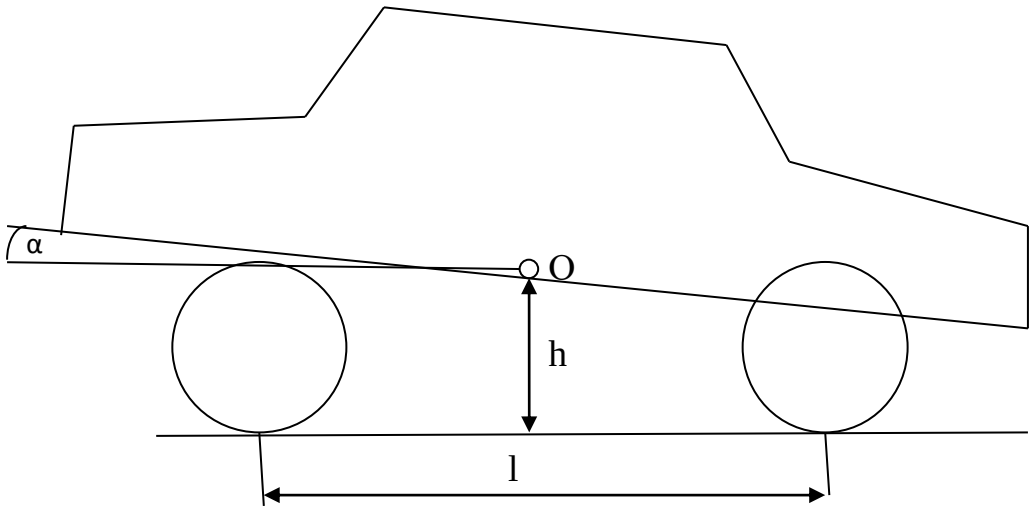


Рис. 1.1. Схематичное изображение автомобиля
и заданных условием задачи геометрических параметров

На рис. 1.1 и 1.2 показаны заданные по условию параметры автомобиля и действующие на него внешние силы. Это, во-первых, сила тяжести $m\vec{g}$. Она приложена к центру масс автомобиля O. Действие полотна дороги представляется силами $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{тр}}$, на переднюю ось и на заднюю. Силой Ко-

риолиса пренебрегаем. Силой сопротивления, действующей со стороны воздуха, также пренебрегаем. Если торможение осуществляется только одной парой колес, то отсутствует либо $\vec{F}_{\text{тр1}}$, либо $\vec{F}_{\text{тр2}}$.

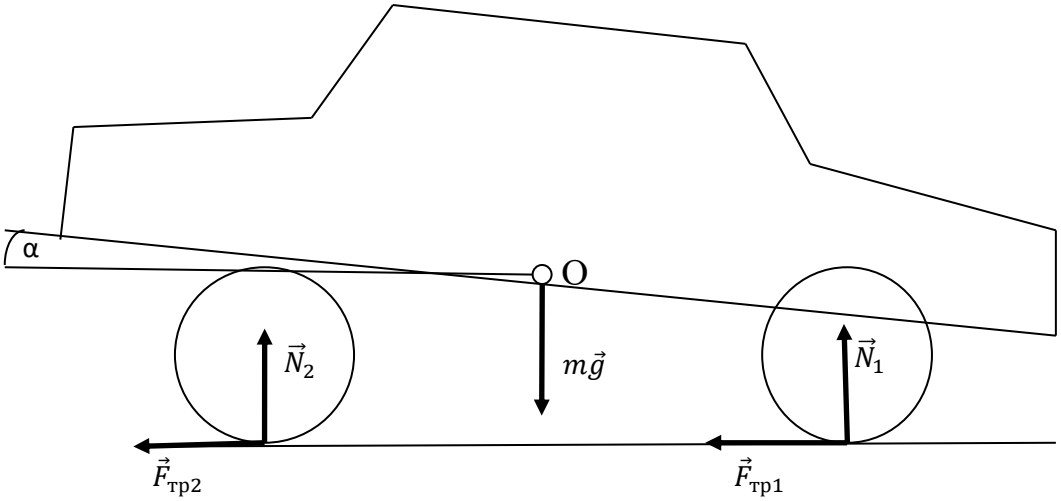


Рис. 1.2. Схематичное изображение автомобиля и действующих на него сил

Отметим, что если мы найдем ускорение центра масс автомобиля, то с помощью соотношения (1.2) сможем найти скорость автомобиля, а затем с помощью соотношения (1.1) и перемещение автомобиля, т. е. тормозной путь. Так что для ответа на вопрос о тормозном пути надо найти ускорение центра масс автомобиля.

Чтобы ответить на вопрос, на какой угол наклонится автомобиль, нам нужно сравнить силы реакции полотна дороги $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$. В самом деле, на колесо в вертикальном направлении действуют пружина подвески и полотно дороги. В вертикальном направлении колесо не движется, и эти силы в соответствии с уравнением (1.4) равны друг другу по величине. Как показывает опыт, сила упругости пружин пропорциональна величине их сжатия. Этот результат называется законом Гука. При торможении сжатие пружин передней подвески увеличится на какую-то величину δ, а сжатие пружин задней подвески уменьшится на такую же величину. Так что в соответствии с законом Гука можно записать

$$N_1 = k(\Delta + \delta), \qquad N_2 = k(\Delta - \delta). \tag{1.7}$$

Здесь Δ – сжатие пружин подвески неподвижного или равномерно едущего автомобиля, а k – коэффициент жесткости пружин.

Из рис. 1 видно, что $\delta = \frac{l}{2}\operatorname{tg}\alpha$ (это формула из геометрии прямоугольного треугольника, устанавливающая связь между катетами треугольника и углом при вершине). Определив $(N_1 - N_2)$, найдем δ, а затем и α:

$$N_1 - N_2 = 2k\delta, \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{N_1 - N_2}{kl}. \tag{1.8}$$

Перейдем к определению ускорения центра масс a и сил $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$. Для этого запишем уравнение движения центра масс автомобиля

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{\text{тр1}} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{\text{тр2}}. \tag{1.9}$$

Ось X направим горизонтально по движению автомобиля, ось Y – вертикально вверх. В проекциях на эти оси уравнение (1.9) примет вид

$$ma_x = -F_{\text{тр1}} - F_{\text{тр2}}; \tag{1.10}$$

$$ma_y = -mg + N_1 + N_2\,. \tag{1.11}$$

Дальнейшее рассмотрение проведем для случая, когда торможение осуществляется только передними колесами и соответственно

$$F_{\text{тр2}} = 0. \tag{1.12}$$

Учтем, что центр масс автомобиля движется горизонтально и

$$a_y = 0. \tag{1.13}$$

По закону трения скольжения

$$F_{\text{тр1}} = \mu N_1. \tag{1.14}$$

Из уравнений (1.10) – (1.14) находим:

$$ma_x = -\mu N_1; \tag{1.15}$$

$$mg = N_1 + N_2. \tag{1.16}$$

Уравнения (1.15) и (1.16) содержат три неизвестные величины. Поэтому дополним эти уравнениеще одним уравнением, а именно уравнением моментов. Поскольку все силы направлены в плоскости рисунка, в качестве оси для определения моментов выберем ось, перпендикулярную плоскости рисунка. В соответствии с определением момента силы относительно оси получаем

$$\frac{dL}{dt} = N_1\frac{l}{2} - F_{\text{тр1}}h - N_2\frac{l}{2}. \tag{1.17}$$

(Напомним, что моменты вычисляются относительно оси, проходящей через центр масс.)

В первое мгновение после торможения автомобиль наклоняется и скользит дальше в таком виде поступательно. Поэтому

$$\frac{dL}{dt} = 0, \tag{1.18}$$

и с учетом соотношения (1.14) из уравнения (1.17) следует, что

$$N_1\left(\frac{l}{2} - \mu h\right) = N_2\frac{l}{2}. \tag{1.19}$$

Подставляя это соотношение в уравнение (1.16), находим

$$N_1 = \frac{mg}{2\left(1 - \frac{\mu h}{l}\right)}, \tag{1.20}$$

$$N_2 = \frac{mg}{2\left(1 - \frac{\mu h}{l}\right)}\left(1 - \frac{2\mu h}{l}\right), \tag{1.21}$$

откуда получаем:

$$a_x = -\frac{\mu g}{2\left(1 - \frac{\mu h}{l}\right)}; \tag{1.22}$$

$$N_1 - N_2 = \frac{\mu mgh}{l - \mu h}. \tag{1.23}$$

Выразим теперь тормозной путь через заданную по условию начальную скорость v_0 и найденное ускорение a. Напомним еще раз определения скорости (1.1) и ускорения (1.2), но запишем их для проекций векторов на ось *X*.

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad a_x = \frac{dv_x}{dt}. \tag{1.24}$$

Исключим из этих уравнений время, разделив уравнения друг на друга:

$$\frac{a_x}{v_x} = \frac{dv_x}{dx}$$

или

$$a_x dx = v_x dv_x.$$

Поскольку $a_x = \text{const}$, как это видно из (1.22), то $a_x dx = d(a_x x)$ и

$$d(a_x x) = d\left(\frac{v_x^2}{2}\right),$$

т. е. изменение функций $a_x x$ и $\frac{v_x^2}{2}$ одинаково, что дает

$$a_x(x - x_0) = \frac{v_x^2}{2} - \frac{v_{0x}^2}{2}.$$

С учетом того, что автомобиль в результате торможения останавливается, т. е. $v_x = 0$, находим величину тормозного пути

$$s = x - x_0 = -\frac{v_{0x}^2}{2a_x}.$$

Подставляя в это соотношение выражение (1.22) для ускорения, окончательно находим

$$s = \frac{v_0^2}{2\mu g}\left(1 - \frac{\mu h}{l}\right). \tag{1.25}$$

Для угла наклона автомобиля согласно соотношениям (1.8) и (1.23) получаем

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\mu m g h}{k l (l - \mu h)}.$$

У неподвижно стоящего на горизонтальной площадке автомобиля $\delta = 0$ и в силу (1.7) и (1.16)

$$mg = 2k\Delta,$$

что ведет к следующему окончательному выражению для угла наклона автомобиля:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\mu h \Delta}{l(l - \mu h)}. \qquad (1.26)$$

З а д а н и е

1. Выучить материал, изложенный во введении к разд. 1.
2. Разобраться в решении приведенной в разделе задачи.
3. Решить ту же задачу со всеми расчетами в соответствии с данными табл. 1. На проверку представить подробное решение задачи.

Т а б л и ц а 1. 1

Номер варианта	Способ торможения	Начальная скорость v_0, км/ч	Коэффициент трения μ	Высота центра масс h, см	Расстояние между осями l, м	Прогиб пружин подвески Δ, см
1	Только задними колесами	72	0,8	40	2	10
2	Только задними колесами	54	0,8	50	2,5	10
3	Всеми 4 колесами	72	0,8	40	1,6	10
4	Всеми 4 колесами	54	0,8	50	2	10
5	Только задними колесами	36	0,8	40	2,5	10
6	Только задними колесами	90	0,8	50	1,6	10
7	Всеми 4 колесами	36	0,8	40	2	10
8	Всеми 4 колесами	90	0,8	50	2,5	10
9	Всеми 4 колесами	18	0,8	40	1,6	10
0	Только задними колесами	18	0,8	50	2	10

2. Механика. Законы сохранения

Введение. Все процессы в любых системах можно описать следующим образом: изменение энергии системы равно работе внешних сил:

$$E_2 - E_1 = A. \tag{2.1}$$

Чтобы лучше понять это утверждение, рассмотрим простейший процесс – механическое движение. Уравнение (1.3), описывающее движение центра масс тела, можно представить (после несложных алгебраических преобразований) в виде

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = (F_s)_{\text{среднее}}\, s, \tag{2.2}$$

где $F_s = F\cos\alpha$ – проекция внешней силы, действующей на тело, на направление движения центра масс, (F – величина силы, а α – угол между направлением силы и направлением движения); $(F_s)_{\text{среднее}}$ – её среднее значение на всём пути; s – путь, проходимый центром масс тела; v_1, v_2 – скорости центра масс в начале и конце пути. Величину

$$E^{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} \tag{2.3}$$

называют кинетической энергией поступательного движения тела, а величину

$$A = (F_s)_{\text{среднее}}\, s \tag{2.4}$$

работой силы F на пути s.

В общем случае сила, действующая на тело, представляется в виде суммы сил. Из определения работы (2.4) сразу следует, что работа суммы сил равна сумме работ этих сил.

Соотношение (2.2) можно с учетом введенных обозначений записать в виде

$$E_{c2}^{\text{кин}} - E_{c1}^{\text{кин}} = \sum A_c^{\text{внеш}}. \tag{2.5}$$

Соотношением (2.5) описывается движение центра масс тела, и внешние силы считаются приложенными к центру масс (на это указывает индекс «*c*» в формуле).

Соотношение (2.5) допускает естественное обобщение, если мы хотим учесть, что разные части тела могут двигаться с различными скоростями. Представим тело состоящим из столь малых частей, что каждая часть движется почти поступательно. Записав для каждой такой части соотношение (2.5) и сложив их, приходим к результату: изменение суммарной кинетической энергии всех частей тела равно сумме работ всех сил, действующих на эти части тела.

$$E_2^{\text{кин}} - E_1^{\text{кин}} = \sum A_{\text{сил}}^{\text{всех}}. \tag{2.6}$$

В качестве таких частей можно взять и, например, атомы и молекулы, из которых состоит тело. Тогда получаем, что изменение суммарной кинетической энергии всех частиц, составляющих тело, равно сумме работ всех сил, действующих на все частицы этого тела.

Для работы сил взаимодействия оказывается верным следующий важный результат, который мы поясним на примере работы силы гравитационного притяжения двух тел, размерами которых можно пренебречь по сравнению с расстоянием между ними (материальные точки). Согласно закону всемирного тяготения сила взаимодействия двух материальных точек направлена вдоль прямой соединяющей точки и является силой притяжения, (рис. 2.1) а ее величина определяется соотношением

$$F_1 = F_2 = G\frac{m_1 m_2}{r^2}. \qquad (2.7)$$

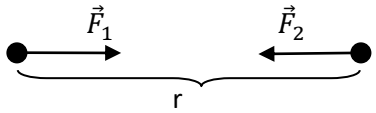


Рис. 2.1. К закону тяготения

Подставляя выражение (2.7) в формулу для работы (2.4) (после небольших алгебраических преобразований), находим, что работа сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ при перемещении тел зависит только начального и конечного расположения тел и совсем не зависит от того, как именно тела перемещались в пространстве. А именно:

$$A = A_1 + A_2 = \left(-G\frac{m_1 m_2}{r_1}\right) - \left(-G\frac{m_1 m_2}{r_2}\right). \qquad (2.8)$$

Это соотношение обычно записывают в виде

$$A = E_1^{\text{пот}} - E_2^{\text{пот}}, \qquad (2.9)$$

где $E^{\text{пот}} = -G\frac{m_1 m_2}{r}$ – функция только расположения взаимодействующих тел. Ее называют потенциальной энергий, в данном случае потенциальной энергией гравитационного притяжения двух материальных точек.

Опыт показывает, что на уровне атомов и молекул все силы взаимодействия носят такой же характер, что и сила гравитационного взаимодействия, т. е. работа этих сил может быть записана в виде убыли функции только расположения частиц – убыли их потенциальной энергии. Конкретный же вид зависимости потенциальной энергии от расположения частиц определяется характером их взаимодействия.

С учетом этого соотношение (2.6) можно переписать, разбивая силы на силы взаимодействия частиц тела друг с другом и внешние силы, в виде

$$E_2^{\text{кин}} - E_1^{\text{кин}} = A^{\text{внутр. вз.}} + A^{\text{внеш}},$$

$$A^{\text{внутр. вз.}} = E_1^{\text{пот}} - E_2^{\text{пот}}.$$

Что в итоге и дает

$$E_2 - E_1 = A^{\text{внеш}}, \tag{2.10}$$

$$E = E^{\text{кин}} + E^{\text{пот}}, \tag{2.11}$$

где $E^{\text{кин}}$ – суммарная кинетическая энергия частиц, составляющих тело, а $E^{\text{пот}}$ – потенциальная энергия их взаимодействия.

Для замкнутой системы ($\vec{F}^{\text{внеш}} = 0$ и $A^{\text{внеш}} = 0$) полная энергия не меняется со временем. Это утверждение называют законом сохранения энергии. Опыт показывает, что этот закон носит общефизический характер, т. е. он выполняется для любой замкнутой системы, какой бы характер ни носили процессы в ней. Нужно только соответствующим образом определить энергию системы.

При решении задач, включающих несколько тел, удобным оказывается еще один вид записи уравнения движения центра масс (1.3). Вводя импульс тела соотношением $\vec{p} = m\vec{v}$, где $\vec{v}$ – скорость центра масс тела, и замечая, что согласно определению ускорения (1.3) $m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, получаемвместо (1.3)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \overrightarrow{F}. \tag{2.12}$$

Записывая теперь это соотношение для каждого из рассматриваемых тел и складывая их, приходим к такому же по виду соотношению, что и (2.12), но в котором под $\vec{p}$ надо понимать суммарный импульс тел, а под $\vec{F}$ – сумму всех внешних сил, действующих на тела системы. Действие тел друг на друга в этой сумме учитывать не надо в силу равенства действия и противодействия (т. е. в силу третьего закона Ньютона).

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}^{\text{внеш}}. \tag{2.13}$$

Из этого соотношения следует, что

если $$\sum F_x^{\text{внеш}} = 0, \text{ то } \quad p_x = \text{const}, \tag{2.14}$$

т. е. если найдется такое направление *Ox*, что все внешние силы перпендикулярны к нему, то проекция суммарного импульса тел на это направление не меняется со временем.

Соотношение (2.13) также означает, что импульс замкнутой системы ($\vec{F}^{\text{внеш}} = 0$) тел не меняется со временем. Это положение называют законом сохранения импульса. Опыт показывает, что этот закон носит общефизический характер, т. е. он выполняется для любой замкнутой системы,

какой бы характер ни носили процессы в ней. Нужно только соответствующим образом определить импульс системы.

Такая же ситуация имеет место и с моментом импульса (см. (1.6)). Для него также выполняется закон сохранения – закон сохранения момента импульса, носящий общефизический характер.

Перейдем теперь к разбору задачи, которуюпрощерешить с помощью введенных понятий энергии и импульса.

Задача. Небольшая шайба массой m без начальной скорости соскальзывает с гладкой горки высотой h и попадает на доску массой M, лежащую у основания горки на гладкой горизонтальной плоскости (рис. 2.2). Вследствие трения между шайбой и доской шайба тормозится и, начиная с некоторого момента, движется вместе с доской как единое целое. Найти суммарную работу сил трения в этом процессе.

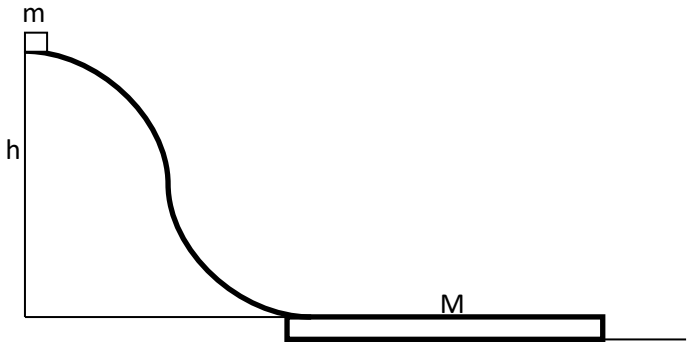


Рис. 2.2. К условию задачи

Решение. Шайба попадает на доску, имея какую-то скорость v. На шайбу действуют сила тяжести и сила со стороны доски, которая раскладывается на силу нормальной реакции, направленную перпендикулярно поверхности доски, и силу трения, направленную против движения шайбы. На доску действуют шайба с той же силой, что и доска на шайбу, но противоположного направления (действие – противодействие), сила тяжести и нормальная реакция плоскости, на которой лежит доска. Шайба и доска движутся горизонтально, поэтому работу совершают только силы трения (смотри определение работы (2.4)). Соответственно, согласно (2.6), получаем

$$\left(\frac{mV^2}{2}+\frac{MV^2}{2}\right)-\frac{mv^2}{2}=A_{\text{тр}}, \qquad (2.15)$$

где V – скорость, с которой будут в конце концов двигаться доска и шайба на ней.

Скорость v найдем, применив энергетические соображения к участку скатывания шайбы с горы. Начальная скорость шайбы равна 0, в конце спуска v, на шайбу действуют сила тяжести и сила нормальной реакции опоры, которая перпендикулярна скорости по направлению. Предполагая, что шайба не вращается, а соскальзывает поступательно, находим согласно (2.5)

$$\frac{mv^2}{2} = A_{\text{тяжести}}. \qquad (2.16)$$

Работу силы тяжести можно найти, воспользовавшись или определением (2.4), или результатом (2.8). Получаем

$$A_{\text{тяжести}} = mgh. \qquad (2.17)$$

Чтобы найти конечную скорость V, применим закон сохранения импульса (2.13), точнее, следствие из него (2.14). Внешние силы: сила тяжести и сила нормальной реакции, направлены вертикально. Их проекция на горизонтальное направление движения будет равна нулю, а потому горизонтальная составляющая импульса меняться не будет:

$$mv + M \cdot 0 = mV + MV.$$

Так что

$$V = \frac{mv}{m + M}. \qquad (2.18)$$

Подставляя (2.16), (2.17) и (2.18) в выражение (2.15), приходим к окончательному результату, который предлагается студенту вывести самостоятельно.

З а д а н и е

1. Выучить материал, изложенный во введении к разд. 2.

2. Разобраться в решении приведенной в разделе задачи.

3. Решить ту же задачу со всеми расчетами в соответствии с данными табл. 2. На проверку представить подробное решение задачи.

Т а б л и ц а 2.2

Номер варианта	Масса шайбы m, г	Масса доски M, кг	Высота горки h
1	100	500 г	100 см
2	150	850 г	150 см
3	200	1	200 см
4	250	1,75	150 см
5	500	4,5	4м
6	100	1,9	2 м
7	150	1,85	2,5 м
8	200	1,8	5 м
9	250	2,25	40 см
0	500	2,5	150 см

3. Молекулярно-кинетическая теория

Введение. Для исследования процессов в макроскопических системах, т. е. системах, состоящих из огромного количества микрочастиц, применяют два качественно различных и взаимно дополняющих друг друга метода: статистический (молекулярно-кинетический) и термодинамический. Первый лежит в основе молекулярной физики, другой – термодинамики. В молекулярно-кинетическом подходе мы используем законы механики для описания движения отдельных частиц, т. е. элементов микромира, а затем усредняем полученные результаты по всем молекулам системы. Эти усредненные значения мы связываем с макроскопическими параметрами системы – давлением, температурой и т. д. Таким образом, в нашем описании возникает мостик между микромиром и макромиром. Именно так, например, выводится основное уравнение молекулярно-кинетической теории для идеального газа: связь между давлением (макромир) и средней кинетической энергией поступательного движения одной молекулы (микромир).

$$p = \frac{2}{3} n \left\langle \frac{m_0 v^2}{2} \right\rangle. \qquad (3.1)$$

Здесь p – давление; m_0 – масса одной молекулы; v – скорость молекулы; $\left\langle \frac{m_0 v^2}{2} \right\rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы; n – концентрация молекул, т. е. среднее число молекул в единице объема.

В модели идеального газа предполагается, что можно пренебречь собственным объемом молекул по сравнению с объемом сосуда, а взаимодействуют молекулы друг с другом только во время столкновений, которые носят характер упругого удара.

В отличие от молекулярно-кинетической теории, термодинамика не рассматривает никакие величины, связанные с молекулярной структурой вещества (размеры молекул, их массу и т. д.), а устанавливает связи между непосредственно наблюдаемыми в макроскопических опытах величинами, такими как давление, объем, температура и т. д. Термодинамика базируется на двух началах.

Любая термодинамическая система, предоставленная самой себе, рано или поздно переходит в состояние термодинамического равновесия. В этом состоянии все макропараметры системы имеют определенное значение и перестают меняться с течением времени. При этом на уровне микромира продолжается бурная жизнь: молекулы сталкиваются друг с другом и со стенками сосуда, обмениваются энергией, меняются величины и

направления их скоростей и т. д. Главный параметр, который характеризует состояние термодинамического равновесия – температура. Это такой макропараметр, который обязан быть одинаковым для всех подсистем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия. Как связать этот макропараметр с микромиром? Опыт показывает, что в случае идеальных газов для всех подсистем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, одинаковы отношения давления к концентрации, т. е. $\frac{p}{n}$, а с учетом (3.1) это означает, что макропараметру «температура» соответствует микропараметр «кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы», усредненная по всему множеству молекул.

$$T \sim \langle \frac{m_0 v^2}{2} \rangle. \tag{3.2}$$

Для сохранения исторически сложившейся величины градуса принято следующее соотношение между температурой и средней кинетической энергией поступательного движения одной молекулы

$$E = \langle \frac{m_0 v^2}{2} \rangle = \frac{3}{2} kT. \tag{3.3}$$

Здесь k – постоянная Больцмана: $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Объединяя (3.1) и (3.3), получаем:

$$p = nkT. \tag{3.4}$$

Если V – объем газа, то концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V},$$

где N – число молекул, и

$$p = \frac{N}{V} kT = \frac{N}{N_A} k N_A \frac{T}{V} = \nu R \frac{T}{V}.$$

Здесь N_A – число Авогадро ($N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$); $\nu = \frac{N}{N_A}$ – количество молей газа; $R = N_A \cdot k = 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль·К}}$ – газовая постоянная.

В результате приходим к уравнению Менделеева–Клапейрона

$$pV = \nu RT. \tag{3.5}$$

Количество вещества в молях может быть найдено также через отношение массы газа m к его молярной массе M:

$$\nu = \frac{m}{M}.$$

Из соотношения (3.3) получаем среднеквадратичную скорость молекул газа:

$$v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \qquad (3.6)$$

Задача. В сосуде объемом 8 л находится 8 г кислорода (O_2) под давлением 1 атм. Считая газ идеальным, вычислить:

1) температуру газа в сосуде;

2) среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы газа;

3) среднюю квадратичную скорость молекулы газа;

4) какой станет температура газа в сосуде, если скорость каждой молекулы увеличится в 1,2 раза?

Решение

1. Используя уравнение Клапейрона–Менделеева (3.5), найдем температуру газа:

$$T = \frac{pV}{R}\frac{M}{m} = \frac{10^5 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{8{,}31 \cdot 8 \cdot 10^{-3}} = 385 \text{ К}.$$

2. Используя формулу (3.3), найдем среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы

$$E = \langle \frac{m_0 v^2}{2} \rangle = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 385 = 7{,}97 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

3. Средняя квадратичная скорость молекулы газа

$$v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 385}{0{,}032}} = 548 \text{ м/с}.$$

4. Из соотношения (3.6) $m_0 \langle \frac{v^2}{2} \rangle = \frac{3}{2} kT$. Для новой температуры T_1 и новых скоростей

$$m_0 \langle \frac{v_1^2}{2} \rangle = \frac{3}{2} kT_1.$$

Тогда получаем:

$$T_1 = T \cdot \frac{\langle v_1^2 \rangle}{\langle v^2 \rangle} = 385 \cdot \frac{\langle (1{,}2v)^2 \rangle}{\langle v^2 \rangle} = 385 \cdot 1{,}44 \frac{\langle v^2 \rangle}{\langle v^2 \rangle} = 385 \cdot 1{,}44 = 554 \text{ К}.$$

З а д а н и е

1. Выучить материал, изложенный во введении к разд. 3.

2. Разобраться в решении приведенной в разделе задачи.

3. Решить ту же задачу со всеми расчетами в соответствии с данными табл. 3.1. На проверку представить подробное решение задачи.

Таблица 3.1

Номер варианта	Тип газа	Объем газа V, л	Масса газа, г
1	Водород	4	20
2	Азот	10	56
3	Углекислый газ	20	44
4	Аргон	50	40
5	Кислород	100	32
6	Водород	4	10
7	Азот	10	28
8	Углекислый газ	20	88
9	Аргон	50	80
0	Кислород	100	16

4. Термодинамика

Введение. Любая изолированная макроскопическая система с течением времени приходит в состояние термодинамического равновесия, в котором, если отвлечься от флуктуаций, характеризующие ее макропараметры (давление p, объем V, температура T и т. д.) не меняются. Процесс перехода системы из неравновесного состояния в состояние равновесия называется релаксацией. Длительность этого процесса характеризуется временем релаксации. Тепловое равновесие с точки зрения молекулярно-кинетической теории представляет собой динамическое равновесие: механическое состояние системы вследствие теплового движения молекул непрерывно меняется, но термодинамическое состояние не меняется.

Если достаточно медленно изменять внешние условия так, чтобы при этом скорость протекающего в рассматриваемой системе процесса была значительно меньше скорости релаксации, то такой процесс будет фактически представлять собой цепочку близких друг к другу равновесных состояний. Поэтому такой процесс описывается теми же самыми макроскопическими параметрами, что и состояние равновесия. Эти медленные процессы называются равновесными или квазистатическими.

Ясно, что реальные процессы являются неравновесными и могут считаться равновесными только с большей или меньшей точностью.

Одной из самых важных величин, характеризующих физическую систему, является ее энергия. Наиболее фундаментальный закон, установленный на основании многочисленных экспериментальных фактов и наблюдений, – это закон сохранения энергии. Согласно этому закону энергия не возникает и не исчезает: энергия неуничтожима, в явлениях природы она только переходит из одной формы в другую или от одной физической системы к другой.

Изменить энергию выделенной физической системы можно, как показывает опыт, тремя различными способами.

1. Если внешнее воздействие на систему носит механический характер, то изменение ее энергии определяется работой A внешних сил, действующих на систему.

2. Возможно термическое внешнее воздействие, при котором изменение энергии системы происходит на молекулярном уровне без совершения макроскопической работы в результате хаотического теплового движения на границе рассматриваемой системы с другими телами.

(Механизм передачи энергии в «контактном» способе заключается в том, что частицы соприкасающихся тел при взаимных столкновениях обмениваются энергией, так что частицы сильнее нагретого тела теряют энергию, передавая ее частицам менее нагретого партнера). Количественной мерой изменения энергии при таком способе, называемом теплопередачей, является количество теплоты Q, переданное системе.

3. Наконец, изменить энергию системы можно, изменяя саму систему, например, добавляя к ней или удаляя от нее частицы, направляя на нее электромагнитное излучение и т. д.

В дальнейшем будем рассматривать только два первых способа изменения энергии системы.

Полная энергия системы состоит из механической энергии и внутренней. Механическая энергия связана с движением системы как целого (кинетическая энергия) и расположением системы как целого в потенциальном поле (потенциальная энергия). Внутренняя энергия системы U – это сумма потенциальных и кинетических энергий частиц системы.

В термодинамике обычно рассматривают покоящиеся тела, механическая энергия которых не меняется. В этом случае закон сохранения энергии можно сформулировать следующим образом: изменение внутренней энергии системы ΔU во время перехода из начального состояния в конечное равно сумме совершенной над системой внешними телами работы A и полученного системой количества теплоты Q.

$$\Delta U = A + Q. \qquad (4.1)$$

Заметим, что работа самой системы A' и работа, совершенная внешними силами над системой A, отличаются знаком: $A' = -A$.

Принцип сохранения энергии применительно к термодинамическим системам носит название *первого начала термодинамики*.

Выражение (4.1) для малых изменений состояния системы будет иметь вид

$$dU = dA + dQ, \qquad (4.2)$$

или в более корректной форме

$$dU = \delta A + \delta Q, \tag{4.3}$$

где dU – малое изменение внутренней энергии; δA – бесконечно малая работа; δQ – бесконечно малое количество теплоты. В этом выражении U является полным дифференциалом (так как U есть функция состояния), а δA и δQ таковыми не являются (так как A и Q – не функции состояния). В дальнейшем будем использовать более простое соотношение (4.2) вместо более точного и корректного соотношения (4.3).

Применим первое начало термодинамики к системе «идеальный газ».

В модели идеального газа предполагается, что 1) межмолекулярные силы на расстоянии отсутствуют; 2) собственный объем молекул пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда; 3) кратковременные столкновения молекул между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие.

Таким образом, внутренняя энергия U идеального газа представляет собой сумму только кинетических энергий отдельных молекул.

Как следует из молекулярно-кинетической теории, для идеального газа

$$U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} \cdot RT, \tag{4.4}$$

где m – масса газа; M – молярная масса газа; T – абсолютная температура; R – универсальная газовая постоянная; в системе СИ $R = 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль·К}}$, а i – *число степеней свободы* молекул газа, т. е. число независимых координат, которые необходимо ввести для однозначного определения положения системы в пространстве.

Для обычных, не слишком высоких и не слишком низких, температур для одноатомных газов $i = 3$, для двухатомных – $i = 5$, для трехатомных – $i = 6$.

Напомним уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона–Менделеева)

$$pV = \frac{m}{M} RT. \tag{4.5}$$

Пусть идеальный газ, масса которого m, занимает объем V. Что произойдет с газом, если к нему извне подвести некоторое количество тепла dQ? Согласно первому закону термодинамики это тепло может пойти на увеличение внутренней энергии молекул газа, и, кроме того, газ может расшириться, увеличив свой объем. При увеличении объема газ будет совершать работу против сил внешнего давления.

$$dQ = dA' + dU, \tag{4.6}$$

т. е. сообщенная газу теплота dQ вызвала увеличение внутренней энергии газа на dU, и газом была совершена работа dA', которая равна произведению давления на изменение объема:

$$dA' = p \cdot dV. \tag{4.7}$$

Для расчета количества теплоты используют понятие *теплоемкости* C системы. Теплоемкостью системы называется количество тепла, которое требуется подвести к системе для того, чтобы повысить ее температуру на один градус. Теплоемкость C системы может быть написана в форме

$$C = \frac{dQ}{dT}, \tag{4.8}$$

где dQ – количество тепла, сообщаемого газу; dT – изменение его температуры. Соответственно

$$dQ = CdT, \quad \text{или } Q = \int CdT.$$

Теплоемкость системы зависит от ее массы. Теплоемкость, отнесенная к единице массы вещества, называется *удельной теплоемкостью*. Теплоемкость, отнесенная к одному молю вещества, называется *молярной теплоемкостью*.

Удельная c и молярная C теплоемкости выражаются формулами:

$$c = \frac{dQ}{mdT}; \tag{4.9}$$

$$\hat{C} = \frac{dQ}{\frac{m}{M} \cdot dT}. \tag{4.10}$$

Связь между удельной и молярной теплоемкостями дается формулой

$$c = \hat{C}/M. \tag{4.11}$$

Обратимся к первому началу термодинамики и посмотрим, как, исходя из него, выражается молярная теплоемкость газа. Подставляя dQ в (4.10) из первого начала термодинамики (4.6), получаем:

$$\hat{C} = \frac{dQ}{\frac{m}{M} \cdot dT} = \frac{dU}{\frac{m}{M} \cdot dT} + \frac{dA'}{\frac{m}{M} \cdot dT}. \tag{4.12}$$

Поскольку при данном изменении температуры dT изменения внутренней энергии dU и работы dA' принимают значения в зависимости от условий нагревания, то отсюда видно, что молярная теплоемкость зависит не только от свойств данного газа, но и от условий его нагревания. Покажем это на ряде примеров.

П р и м е р № 1. Будем подводить к газу тепло при постоянном объеме газа (процесс изохорический); в этом случае

$$V = \text{const}; \quad dV = 0. \tag{4.13}$$

Тогда работа $dA' = pdV$ тоже будет равна 0 и все подведенное тепло идет на изменение внутренней энергии, т. е. на изменение кинетической энергии молекул газа.

Молярная теплоемкость при постоянном объеме $\hat{C}_V$ будет равна:

$$\hat{C}_V = \frac{dQ}{\frac{m}{M} \cdot dT} = \frac{dU}{\frac{m}{M} \cdot dT}. \tag{4.14}$$

Используя выражение (4.4) для внутренней энергии, получаем

$$\hat{C}_V = \frac{dU}{\frac{m}{M} \cdot dT} = \frac{\frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} \cdot RdT}{\frac{m}{M} \cdot dT} = \frac{i}{2} \cdot R. \tag{4.15}$$

Пример № 2. Будем подводить к газу тепло таким образом, чтобы давление газа оставалось постоянным (процесс изобарический):

$$p = \text{const}; \quad dp = 0.$$

В этом случае работа $dA' = pdV = \frac{m}{M} RdT$ (см. уравнение Менделеева–Клапейрона (4.5)). Подводимое тепло будет идти и на изменение внутренней энергии, и на совершение работы против внешнего давления.

Для молярной теплоемкости при постоянном давлении получаем

$$\hat{C}_p = \frac{dQ}{\frac{m}{M} \cdot dT} = \frac{dU + dA}{\frac{m}{M} \cdot dT} = \frac{\frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} \cdot RdT + \frac{m}{M} RdT}{\frac{m}{M} \cdot dT} = \frac{i}{2} \cdot R + R. \tag{4.16}$$

Пример № 3. При отсутствии теплообмена газа с окружающей средой реализуется адиабатический процесс. В этом случае $dQ = 0$, тогда

$$dA' = -dU, \tag{4.17}$$

т. е. работа газа совершается за счет его внутренней энергии.

Если же говорить о теплоемкости при адиабатическом процессе, то она равна 0, так как $dQ = 0$.

Сравнивая формулы (4.15) и (4.16), получаем связь между теплоемкостями $\hat{C}_p$ и $\hat{C}_V$, называемую уравнением Майера:

$$\hat{C}_p = \hat{C}_V + R. \tag{4.18}$$

Теплоемкость при постоянном давлении больше, чем при постоянном объеме, так как часть тепла идет на совершение работы и для нагревания системы до той же температуры нужно затратить больше тепла.

Из (4.16) и (4.15) получаем также отношение двух теплоемкостей:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}. \qquad (4.19)$$

γ для идеального газа полностью определяется числом степеней свободы. Для одноатомных газов число степеней свободы i = 3 и, следовательно, $\gamma = \frac{5}{3} = 1{,}67$; для двухатомных газов i = 5 и $\gamma = \frac{7}{5} = 1{,}4$; для трехатомных – $i = 6$, $\gamma = \frac{8}{6} = 1{,}33$.

Напомним теперь кратко второй закон термодинамики. Исторически открытие второго закона термодинамики было связано с изучением вопроса о максимальном коэффициенте полезного действия тепловых машин, проведенным французским ученым Сади Карно. Позднее Клаузиус и Томсон (лорд Кельвин) предложили различные по виду, но эквивалентные формулировки *второго начала термодинамики*.

Формулировка *Клаузиуса*: невозможен процесс, единственным результатом которого был бы переход теплоты от тела с более низкой температурой к телу с более высокой температурой.

Формулировка *Томсона*: невозможен периодический процесс, единственным результатом которого было бы совершение работы за счет теплоты, взятой от одного какого-то тела.

Выражение «единственным результатом» в этих формулировках означает, что никаких других изменений, кроме указанных, ни в рассматриваемых системах, ни в окружающих их телах не происходит.

На основе формулировок второго начала термодинамики можно получить результаты Карно для максимально возможного коэффициента полезного действия тепловых машин. Для тепловой машины, совершающей цикл между нагревателем с фиксированной температурой T_1 и холодильником с фиксированной температурой T_2, коэффициент полезного действия η не может превышать значения

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad (4.20)$$

Наибольшее значение η, определяемое формулой (4.20), достигается у тепловой машины, совершающей обратимый цикл Карно. Цикл Карно состоит из двух изотерм 1–2 и 3–4 и двух адиабат 2–3 и 4–1. На рис. 4.1 показан цикл Карно для идеального газа.

На участке 1–2 газ имеет температуру нагревателя T_1 и изотермически расширяется, получая теплоту Q_1от нагревателя. При этом газ совершает положительную работу A'_{12}, равную полученной теплоте: $A'_{12} = Q_1$.

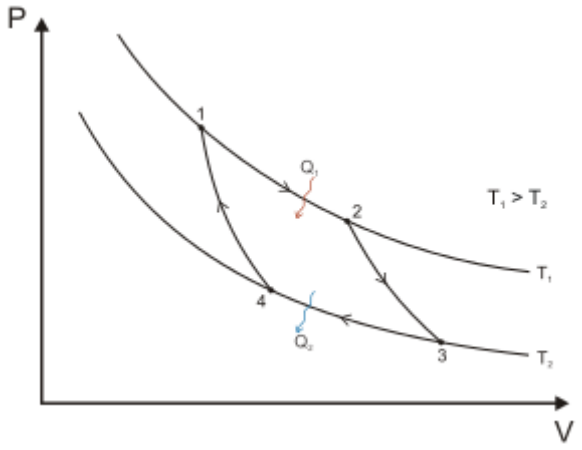


Рис. 4.1. Цикл Карно для идеального газа

На участке 2–3 газ адиабатически расширяется, и при этом его температура понижается от температуры T_1 до температуры холодильника T_2. Совершенная при этом газом работа равна убыли его внутренней энергии $A'_{23} = -\Delta U_{23}$.

На следующем участке 3–4 газ изотермически сжимают. При этом он отдает холодильнику количество теплоты Q_2, равное совершаемой над ним при сжатии работе: $A_{34} = -A'_{34} = Q_2$.

На участке 4–1 газ адиабатически сжимают до тех пор, пока его температура не повысится до значения T_1. Увеличение внутренней энергии при этом равно работе внешних сил по сжатию газа: $\Delta U_{41} = A_{41} = -A'_{41}$.

Задача. Один моль одноатомного идеального газа (γ=5/3) совершает в тепловой машине цикл Карно между тепловыми резервуарами с температурами t_1 = 127 ˚С и t_2 = 27 ˚С. Наименьший объем газа в ходе цикла V_1 = 5 л. Наибольший объем газа в ходе цикла V_3 = 20 л. Какую работу совершает эта машина на каждом участке цикла? Какую работуA' совершает эта машина за один цикл? Сколько тепла Q_1 берет она от высокотемпературного резервуара за один цикл? Сколько тепла Q_2 поступает за цикл в низкотемпературный резервуар? Вычислить коэффициент полезного действия тепловой машины.

Решение. Вычислим объемы V_2 и V_4, пользуясь уравнением адиабатического процесса

$$\mathrm{T} \cdot V^{\gamma-1} = \mathrm{const}.$$

Для процесса 2–3 получаем: $T_1 \cdot V_2^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_3^{\gamma-1}$.

Тогда

$$V_2 = V_3 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 20 \cdot \left(\frac{300}{400}\right)^{\frac{1}{\frac{5}{3}-1}} = 13 \text{ л},$$

где учтено, что

$$T_1 = 127 + 273 = 400 \text{ К},$$
$$T_2 = 27 + 273 = 300 \text{ К}.$$

Для процесса 4–1 имеем: $T_2 \cdot V_4^{\gamma-1} = T_1 \cdot V_1^{\gamma-1}$.

Тогда

$$V_4 = V_1 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 5 \cdot \left(\frac{400}{300}\right)^{\frac{1}{\frac{5}{3}-1}} = 7{,}7 \text{ л}.$$

Цикл Карно совершает газ, находящийся в цилиндре под поршнем. На изотермическом участке (1–2) газ приводится в тепловой контакт с горячим тепловым резервуаром (нагревателем), имеющим температуру T_1. Газ изотермически расширяется, совершая работу A'_{12}, при этом к газу подводится некоторое количество теплоты $Q_1 = A'_{12}$ (внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры и при изотермическом процессе не меняется).

$$A'_{12} = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} \nu RT_1 \frac{dV}{V} = \nu\, RT_1 \cdot ln\frac{V_2}{V_1} = 1 \cdot 8{,}31 \cdot 400 \cdot ln\frac{13}{5} = 3176 \text{ Дж}$$

и

$$Q_1 = A'_{12} = 3176 \text{ Дж}.$$

Далее на адиабатическом участке (2–3) газ помещается в адиабатическую оболочку и продолжает расширяться в отсутствие теплообмена. На этом участке газ совершает работу $A'_{23} > 0$. Температура газа при адиабатическом расширении падает до значения T_2.

$$A'_{23} = -\Delta U_{23} = -\nu \cdot \hat{C}_V \cdot (T_2 - T_1) = -\nu \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot (T_2 - T_1) =$$
$$= -\frac{3}{2} \cdot 8{,}31 \cdot (300 - 400) = 1246{,}5 \text{ Дж}.$$

На следующем изотермическом участке (3–4) газ приводится в тепловой контакт с холодным тепловым резервуаром (холодильником) при температуре $T_2 < T_1$. Происходит процесс изотермического сжатия. Газ совершает работу $A'_{34} < 0$ и отдает тепло $Q_2 > 0$, равное произведенной работе со знаком «минус»: $Q_2 = -A'_{34}$. Внутренняя энергия газа не изменяется.

$$A'_{34} = \int_{V_3}^{V_4} pdV = \int_{V_3}^{V_4} \nu RT_2 \frac{dV}{V} = \nu\, RT_2 \cdot ln\frac{V_4}{V_3} = 8{,}31 \cdot 300 \cdot ln\frac{7{,}7}{20} = -2381 \text{ Дж}$$

и

$$Q_2 = -A'_{34} = 2381 \text{ Дж}.$$

Наконец, на последнем участке адиабатического сжатия газ вновь помещается в адиабатическую оболочку. При сжатии температура газа повышается до значения T_1, газ совершает работу $A'_{41} < 0$.

$$A'_{41} = -\Delta U_{41} = -\nu \cdot \hat{C}_V \cdot (T_1 - T_2) = -\nu \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot (T_1 - T_2) =$$

$$= -\frac{3}{2} \cdot 8{,}31 \cdot (400 - 300) = -1246{,}5 \text{ Дж}.$$

Полная работа A', совершаемая газом за цикл, равна сумме работ на отдельных участках:

$$A' = A'_{12} + A'_{23} + A'_{34} + A'_{41} = 3176 + 1246{,}5 - 2381 - 1246{,}5 = 795 \text{ Дж}.$$

На диаграмме (p, V) эта работа равна площади цикла.

По определению, коэффициент полезного действия тепловой машины η есть

$$\eta = \frac{A'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{795}{3176} = 0{,}25 = 25\ \%.$$

С другой стороны, по формуле (4.20) получается такой же результат:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{400 - 300}{400} = \frac{100}{400} = 0{,}25 = 25\ \%.$$

З а д а н и е

1. Выучить материал, изложенный во введении к разделу.

2. Разобраться в решении приведенной в разделе задачи.

3. Решить ту же задачу со всеми расчетами в соответствии с данными табл. 4.1. На проверку представить подробное решение задачи.

Т а б л и ц а 4.1

Номер варианта	γ	Минимальный объем, л	Максимальный объем, л	Температура нагревателя, градусы Цельсия	Температура холодильника, градусы Цельсия
1	1,4	6	24	35	135
2	5/3	7	28	30	130
3	4/3	8	32	25	125
4	1,4	6	24	27	127
5	5/3	7	28	20	120
6	4/3	8	32	35	135
7	5/3	6	24	30	130
8	1,4	7	28	25	125
9	4/3	8	32	27	127
0	5/3	5	20	20	120

5. Электричество

Введение. Электрическим током называется упорядоченное движение заряженных частиц. Для того чтобы в веществе наблюдался ток, необходимо наличие свободных зарядов, которые могли бы перемещаться в этом веществе. Проводниками называются вещества, у которых есть свободные заряды. В металлах такими зарядами являются электроны.

Для токов в тонких проводах заряды в среднем движутся вдоль провода. Силой тока в проводе называется заряд, прошедший через поперечное сечение проводаза единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}, \tag{5.1}$$

где dq – заряд, переносимый через поперечное сечение за время dt; I – сила тока.

Если на проводник подать постоянное напряжение U, то по нему потечет ток, сила которого определяется законом Ома для участка цепи:

$$I = U/R \tag{5.2}$$

Здесь R – сопротивление проводника, величина, характеризующая способность проводника сопротивляться прохождению тока и зависящая от размеров, формы проводника и от материала, из которого сделан проводник. Величина, зависящая только от материала проводника, называется удельным сопротивлением ρ и связана с сопротивлением согласно формуле

$$R = \rho\frac{l}{S}, \tag{5.3}$$

где l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника.

Проводники можно соединять различным образом. В случае последовательного соединения двух проводников выполняются следующие соотношения:

$$I = I_1 = I_2; \tag{5.4}$$

$$U = U_1 + U_2; \tag{5.5}$$

$$R = R_1 + R_2. \tag{5.6}$$

В случае параллельного соединения:

$$I = I_1 + I_2; \tag{5.7}$$

$$U = U_1 = U_2; \tag{5.8}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \tag{5.9}$$

При прохождении тока в проводнике выделяется некоторое количество теплоты. Мощность тока вычисляется по формуле

$$P = IU = \frac{U^2}{R} = I^2R. \tag{5.10}$$

Для поддержания постоянного тока в замкнутой цепи должны действовать сторонние силы не электростатического происхождения. Эти силы могут быть обусловлены химическими процессами, меняющимися со временем магнитными полями. Сторонние силы можно охарактеризовать работой, которую они совершают по перемещению зарядов в цепи. Величина, равная работе сторонних сил по перемещению единичного заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС), действующей в цепи:

$$\varepsilon = A/q. \tag{5.11}$$

Закон Ома для замкнутой цепи имеет вид

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R}. \tag{5.12}$$

Здесь r – сопротивление источника тока.

Задача. В коридор квартиры подведено напряжение U. В середине коридора и в противоположном от ввода конце горят P-ваттные лампочки. От ввода до второй лампочки в конце коридора расстояние l. На сколько изменится потребляемая лампочками мощность, если на равном расстоянии между ними включить электроплитку, потребляющую ток I? Сечение провода S. Изменения сопротивлений лампочек можно не учитывать.

Решение. Найдем сопротивление лампочек, плитки и соединительных проводов:

$$L \equiv R_L = U^2/P; \tag{5.13}$$

$$Pl \equiv R_{Pl} = \frac{U}{I}; \tag{5.14}$$

$$r = \rho\frac{l}{2S}. \tag{5.15}$$

Рассмотрим сначала схему подключения без плитки (рис. 5.1). Найдем сопротивление R' участка цепи, включающего лампочки и соединительные провода между ними. Для этого воспользуемся свойствами последовательного и параллельного соединений:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{2r + L} + \frac{1}{L}; \tag{5.16}$$

$$R' = \frac{L(2r + L)}{2(r + L)}. \tag{5.17}$$

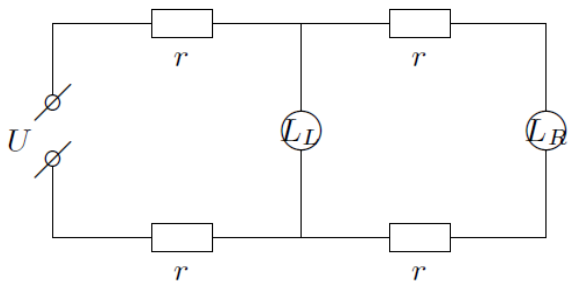


Рис. 5.1. Схема подключения лампочек в коридоре

Полное сопротивление всей цепи:

$$R_1 = 2r + R'. \tag{5.18}$$

Из свойств параллельного и последовательного соединений также следует распределение напряжений:

$$U = U'_{2r} + U_1^{L_L} = U_1^{L_L}\left(1 + \frac{2r}{R'}\right), \tag{5.19}$$

откуда

$$U_1^{L_L} = \frac{U}{1 + \frac{2r}{R\prime}}. \tag{5.20}$$

Аналогично, рассмотрев участок R', получим:

$$U_1^{L_L} = U''_{2r} + U_1^{L_R} = U_1^{L_R}\left(1 + \frac{2r}{L}\right); \tag{5.21}$$

$$U_1^{L_R} = \frac{U_1^{L_L}}{1 + \frac{2r}{L}} = \frac{U}{\left(1 + \frac{2r}{L}\right)\left(1 + \frac{2r}{R\prime}\right)}. \tag{5.22}$$

Здесь $U_1^{L_L}$ – напряжение на левой лампе; $U_1^{L_R}$ – на правой; U'_{2r} – падение напряжения на соединительных проводах левой части рисунка; U''_{2r} – правой.

Мощности, выделяющиеся на лампах:

$$P_1^{L_L} = \frac{\left(U_1^{L_L}\right)^2}{L} = \frac{U^2}{L\left(1 + \frac{2r}{R\prime}\right)^2}; \tag{5.23}$$

$$P_1^{L_R} = \frac{\left(U_1^{L_R}\right)^2}{L} = \frac{U^2}{L\left(1 + \frac{2r}{L}\right)^2\left(1 + \frac{2r}{R\prime}\right)^2}. \tag{5.24}$$

Теперь подключим плитку (рис. 5.2).

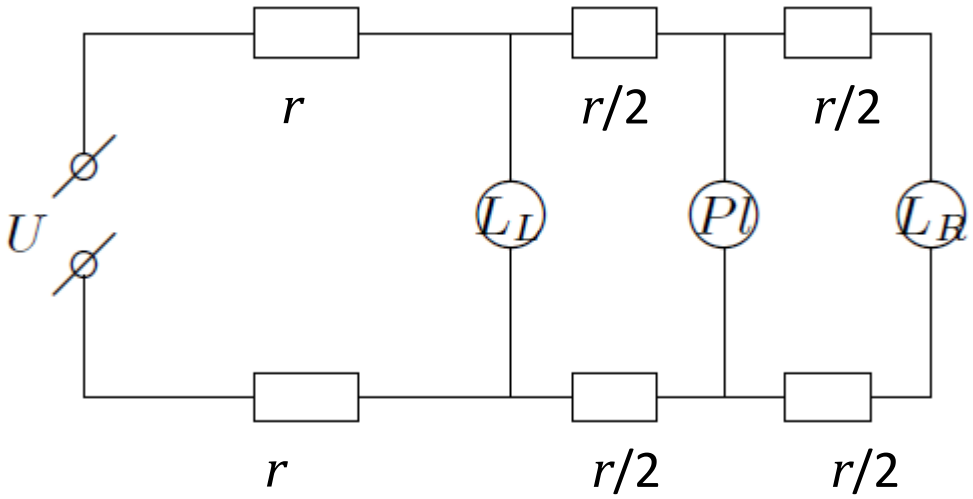


Рис. 5.2. Схема подключения лампочек и плитки

Сопротивление блока, содержащего правую лампу, плитку и соединительные провода между ними, равно

$$R' = \frac{Pl(r+L)}{Pl+r+L}. \tag{5.25}$$

Сопротивление блока, содержащего обе лампы, плитку и соединительные провода между ними,

$$R'' = \frac{L(r+R')}{L+r+R'}. \tag{5.26}$$

Полное сопротивление

$$R_2 = 2r + R''. \tag{5.27}$$

Воспользуемся свойствами последовательного и параллельного соединений:

$$U = U_{2r} + U_2^{L_L} = U_2^{L_L}\left(1+\frac{2r}{R''}\right). \tag{5.28}$$

Тогда

$$U_2^{L_L} = \frac{U}{1+\frac{2r}{R''}}. \tag{5.29}$$

Рассматривая блок R":

$$U_2^{L_L} = U''_r + U_{Pl} = U_{Pl}\left(1+\frac{r}{R'}\right); \tag{5.30}$$

$$U_{Pl} = \frac{U_2^{L_L}}{1+\frac{r}{R'}}. \tag{5.31}$$

Рассматривая блок R':

$$U_{Pl} = U'_r + U_2^{L_R} = U_2^{L_R}\left(1+\frac{r}{L}\right); \tag{5.32}$$

$$U_2^{L_R} = \frac{U_{Pl}}{1+\frac{r}{L}} = \frac{U_2^{L_L}}{\left(1+\frac{r}{L}\right)\left(1+\frac{r}{R'}\right)} = \frac{U}{\left(1+\frac{r}{L}\right)\left(1+\frac{r}{R'}\right)\left(1+\frac{2r}{R''}\right)}. \tag{5.33}$$

Мощности, выделяющиеся на лампах:

$$P_2^{L_L} = \frac{\left(U_2^{L_L}\right)^2}{L} = \frac{U^2}{L\left(1+\frac{2r}{R''}\right)^2}; \tag{5.34}$$

$$P_2^{L_R} = \frac{\left(U_2^{L_R}\right)^2}{L} = \frac{U^2}{L\left(1+\frac{r}{L}\right)^2\left(1+\frac{r}{R'}\right)^2\left(1+\frac{2r}{R''}\right)^2}. \tag{5.35}$$

Изменение мощности в лампах:

$$\Delta P^{L_L} = P_2^{L_L} - P_1^{L_L}, \tag{5.36}$$

$$\Delta P^{L_R} = P_2^{L_R} - P_1^{L_R}. \tag{5.37}$$

З а д а н и е

1. Выучить материал, изложенный во введении к разд. 5.

2. Разобраться в решении приведенной в разделе задачи.

3. Решить ту же задачу со всеми расчетами в соответствии с данными табл. 5.1. На проверку представить подробное решение задачи.

Т а б л и ц а 5.1

Номер варианта	Подаваемое напряжение *U*, В	Длина коридора *l*, м	Номинальная мощность лампочки *P*, Вт	Ток, потребляемый плиткой *I*, А	Площадь поперечного сечения провода *S*, мм^2	Удельное сопротивление провода ρ, Ом·мм^2/м
1	220	20	100	6	2	0,018
2	220	40	120	4	2	0,018
3	220	16	110	3	2	0,018
4	220	20	90	5	2	0,018
5	220	30	100	6	2	0,018
6	220	40	120	7	2	0,018
7	220	25	110	5	2	0,018
8	220	35	90	4	2	0,018
9	220	20	60	6	2	0,018
0	220	30	100	3	2	0,018

6. Электромагнитные явления

Введение. Любой движущийся электрический заряд, ток, текущий в проводнике, создает в пространстве вокруг себя магнитное поле. Это магнитное поле проявляет себя в воздействии на другие проводники с током и движущиеся электрические заряды.

Магнитное поле в вакууме характеризуется векторной физической величиной – вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

Магнитное поле, созданное бесконечно малым отрезком проводника *dl*, по которому течет ток силой *I*, может быть рассчитано по закону Био-Савара–Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\left[\vec{r} \times d\vec{l}\right]}{r^3}.$$

Здесь $\vec{r}$– радиус-вектор, проведенный из точки наблюдения к отрезку проводника; μ_0 – магнитная постоянная, равная в системе СИ $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; μ – магнитная проницаемость среды, характеризующая магнитные свойства среды.

Сила, с которой магнитное поле воздействует на проводник с током, – это сила Ампера:

$$\vec{F} = I\left[\vec{l} \times \vec{B}\right] \quad (6.1)$$

или в скалярном виде:

$$F = IlB\sin\alpha. \quad (6.2)$$

Здесь α – угол между направлением тока и направлением магнитного поля. Направление силы Ампера определяется согласно определению векторного произведения векторов.

Важнейшим для теории и практики явлением в электромагнетизме является явление электромагнитной индукции, которое заключается в возникновении ЭДС индукции в замкнутом контуре при любом изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур. Магнитным потоком, т. е. потоком магнитного поля через площадку, называется произведение модуля вектора магнитной индукции на площадь и на косинус угла между нормалью к площадке и направлением магнитного поля:

$$\Phi = BS\cos\alpha. \quad (6.3)$$

Закон Фарадея для явления электромагнитной индукции имеет вид:

$$\varepsilon = -d\Phi/dt. \quad (6.4)$$

Задача. По двум гладким вертикальным проводам, отстоящим друг от друга на расстояние l, скользит под действием силы тяжести проводник-перемычка массы m. Вверху провода замкнуты на сопротивление R. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B, перпендикулярном плоскости, в которой перемещается перемычка. Пренебрегая сопротивлением проводов, перемычки и скользящих контактов, а также магнитным полем индукционного тока, найти установившуюся скорость перемычки. Схема установки приведена на рис. 6.1.

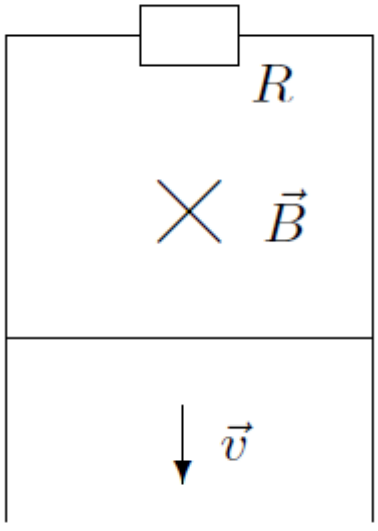


Рис. 6.1. Схема установки для опыта

Решение. Перемычка будет двигаться вниз под действием силы тяжести, при этом площадь, ограниченная проводящим контуром, будет увеличиваться. Поток магнитного поля через эту площадь будет увеличиваться, и в контуре вследствие явления электромагнитной индукции возникнет индукционный ток. Направление этого тока определяется правилом Ленца: ток должен быть направлен таким образом, чтобы создаваемое им магнитное поле препятствовало изменению потока магнитного поля, вызвавшего этот ток. В данном случае ток будет течь против часовой стрелки, такой ток, согласно правилу правого винта, будет создавать магнитное поле, направленное в сторону, противоположную первоначальному магнитному полу, таким образом компенсируя возрастающий магнитный поток этого поля.

На движущуюся перемычку действуют две силы – сила тяжести и сила Ампера, поскольку в ней течет ток (рис. 6.2). Сила Ампера направлена вверх по правилу векторного произведения. Эти силы равны по модулю и направлены противоположно, в этом случае перемычка будет двигаться с постоянной скоростью:

$$IlB = mg. \tag{6.5}$$

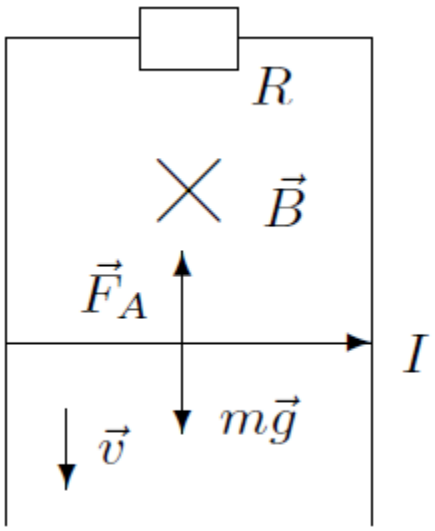


Рис. 6.2. Схематичное изображение сил, действующих на перемычку

Пусть за время dt перемычка переместилась вниз на расстояние dx. При этом площадь, ограниченная контуром, увеличилась на величину $dS = ldx$. Воспользуемся законом Фарадея:

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = B\frac{dS}{dt} = Bl\frac{dx}{dt} = Blv. \tag{6.6}$$

Здесь v – скорость движения перемычки. Воспользуемся законом Ома:

$$I = |\varepsilon|/R. \tag{6.7}$$

Объединяя полученные формулы, получим выражение для скорости перемычки:

$$v = \frac{mgR}{B^2 l^2}. \qquad (6.8)$$

Задание

1. Выучить материал, изложенный во введении к разд. 6.

2. Разобраться в решении приведенной в разделе задачи.

3. Решить ту же задачу со всеми расчетами в соответствии с данными табл. 6.1. На проверку представить подробное решение задачи.

Таблица 6.1

Номер варианта	Масса перемычки *m*, кг	Сопротивление *R*, Ом	Магнитная индукция *B*, Тл	Длина перемычки *l*, см
1	0,2	5	20	10
2	0,15	10	15	17
3	0,1	2	4	13
4	0,05	15	30	20
5	0,04	25	16	15
6	0,1	10	20	14
7	0,08	20	3	10
8	0,15	8	15	9
9	0,06	5	12	12
0	0,2	12	1	20

7. Механические колебания и волны

Введение. *Колебания* – процесс, характеризуемый той или иной степенью повторяемости во времени.

Объекты, в которых протекают колебания какой-либо физической величины, называют *колебательными системами* (пружинный и крутильный маятники, струна, *LC*-контур, антенна).

Возбуждение колебаний в системе происходит:

1) либо путём непосредственного внешнего воздействия на колебательную систему (принудительный вывод системы из равновесия);

2) либо путём периодического изменения параметров системы (параметрическое возбуждение);

3) либо в результате развития неустойчивости системы, приводящей к автоколебаниям.

Свободными, или *собственными*, называют колебания, протекающие в системе при отсутствии после её возбуждения внешнего воздействия. Соответствующие частоты колебаний называют *собственными*.

Системы с сосредоточенными (разделенными) параметрами обладают единственной собственной частотой (пружинный и крутильный маятники, *LC*- контур).

Системы с распределенными параметрами обладают бесконечным множеством собственных частот (струна, антенна).

Если некоторая физическая величина $y(t)$ с течением времени t изменяется по закону

$$y(t) = A\cos(\omega t + \varphi),$$

где A, ω, φ – постоянные величины, то говорят, что она совершает *гармонические колебания* с частотой

$$f = \omega/2\pi.$$

Величина $(\omega t + \varphi)$, называется *фазой*, A – *амплитудой*, а величина

$$T=2\pi/\omega$$

периодом гармонических колебаний.

Функция $y = A\cos(\omega t + \varphi)$, представляет собой решение *дифференциального уравнения гармонических колебаний*

$$y''(t) + \omega^2 y(t) = 0.$$

Колебания, описываемые уравнением

$$y(t)=A\exp(-at)\cos(\omega t+\varphi),$$

где a=const>0, называются *затухающими.*

При определённых допущениях можно считать, что гармонические колебания совершают:

1) пружинный маятник (поступательные колебания) с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m – масса подвеса; k – упругость пружины;

2) крутильный маятник (вращательные колебания) с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{I/C},$$

где I – момент инерции подвеса; C – коэффициент кручения упругой нити;

3) физический маятник (вращательные колебания) с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgR}},$$

где I – момент инерции маятника; m – масса маятника; R – расстояние от центра масс маятника до оси;

4) заряд в идеальном колебательном контуре с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где L – индуктивность, а C – электроёмкость контура.

Волна – процесс распространения в пространстве какого-либо возмущения (отклонения от равновесного состояния).

Примером волнового процесса служат волны на поверхности воды, звуковые волны, сейсмические волны, волна горения, транспортные волны.

Если обозначить *y(x,t)* величину возмущения в момент времени *t* в точке с координатой *x*, то общее уравнение плоской волны, распространяющейся без искажения вдоль оси *x* со скоростью *c*, будет иметь вид:

$$y(x,t)=f(x-ct).$$

В частности, уравнение *гармонической волны* (процесса распространения в пространстве гармонических колебаний с периодом *T*) имеет вид

$$y(x,t)=A\cos(k(x-ct)),$$

где $k=2\pi/\lambda$, а $\lambda=cT$ – длина волны.

Последнее уравнение может быть записано и так:

$$y(x,t)=A\cos(kx-\omega t).$$

В механике рассматриваются *волны смещения* – процесс распространения смещения в упругой и инерционной среде.

В электродинамике – *электромагнитные волны* (процесс распространения в пространстве совокупности двух взаимосвязанных полей – электрического и магнитного).

Примером электромагнитной волны служит плоская гармоническая волна, описываемая следующими уравнениями:

$$\begin{cases} E(x,t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \\ H(x,t) = H_0 \cos(\omega t - kx) \end{cases}'$$

где *E(x,t)* и *H(x,t)* – электрические и магнитные составляющие, а E_0 и H_0 – их амплитуды.

Электромагнитная волна распространяется в веществе со скоростью

$$c=c_0/n,$$

где $c_0= 3{,}0 \cdot 10^8$ м/с – скорость электромагнитной волны в вакууме; *n* – показатель преломления вещества.

Задача 1. Два однородных диска, центры которых соединены упругой пружиной, одеты на ось, пронизывающую пружину ипроходящую через центры дисков перпендикулярно плоскостям дисков. Диски могут поворачиваться на этой оси без трения. Определить период, с которым будут колебаться диски, если повернуть их на малые углы в противоположных направлениях, закручивая при этом пружину, и затем отпустить. Моменты инерции дисков I_1 и I_2 (кг·м^2), крутильная жесткость пружины *D*(Н ·м/ рад)

Задача 2. При интерференции двух гармонических волн, близких по частоте, возникают биения («группы волн») (рис. 7.1). С какой скоростью распространяются такие группы?

Задача 3. Колебательный контур радиоприёмника настроен на длину волны λ=2000 м. Индуктивность катушки контура L = 6 мкГн, а максимальный ток в ней I = 1,6 мА. В контуре используется плоский воздушный конденсатор, расстояние между пластинами которого d = 2 мм. Чему равно максимальное значение E напряжённости электрического поля в конденсаторе в процессе колебаний?

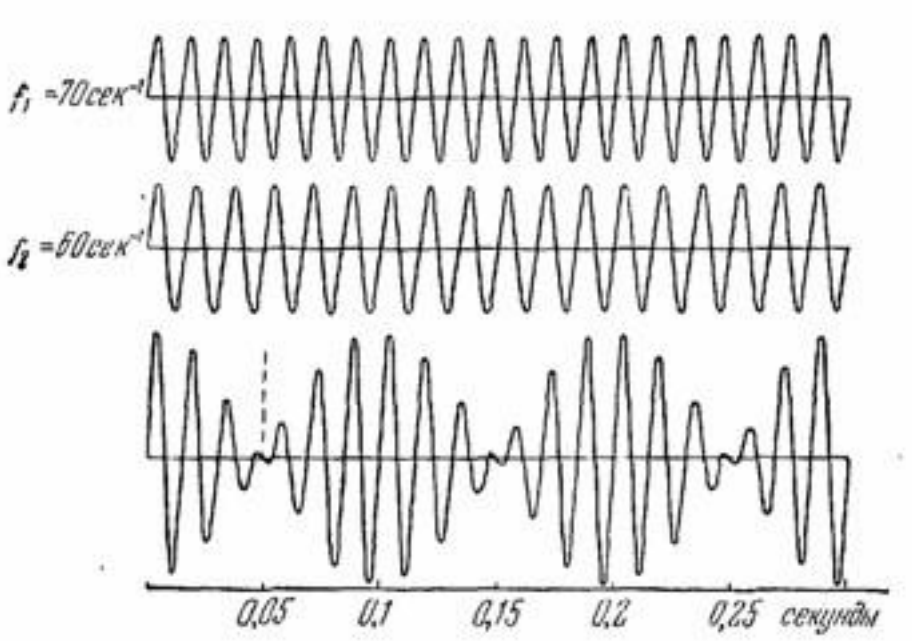


Рис. 7.1. Суперпозиция волн близких частот

Задача 4. Преломление радиоволн в ионосфере, в результате которого они возвращаются к Земле, упрощённо можно рассматривать как полное внутреннее отражение от резкой границы ионосферы. Найти зависимость показателя преломления ионосферы от частоты падающей на неё электромагнитной волны и, исходя из приведенного выше упрощенного представления, определить наиболее короткую волну, которая возвратится к Земле, если угол её падения на границу ионосферы α = 45°, а концентрация электронов в ионосфере $N = 10^{12}$ м$^{-3}$.

Решение задачи 1. Обозначим углы поворота дисков φ_1 и φ_2. Тогда угол φ, на который закручена пружина, будет равен сумме этих углов

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Ускорение ε, с которым будет раскручиваться пружина после того, как диски отпустят,

$$\varepsilon = \ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2,$$

где ε_1 и ε_2 – ускорения дисков. Они по основному закону динамики вращательного движения пропорциональны величине вращательного момента M,

действующего на каждый из дисков, и обратно пропорциональны их моментам инерции:

$$\varepsilon_1 = \frac{M}{I_1}, \qquad \varepsilon_2 = \frac{M}{I_2}.$$

Тогда

$$\varepsilon = \frac{M}{I_1} + \frac{M}{I_2} = M\frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2},$$

откуда получается следующее выражение для величины вращающего момента:

$$M = \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2}\varepsilon.$$

Обозначая

$$I = \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2}$$

и учитывая, что M при упругой деформации пропорционален φ, т. е.

$$M = -D\varphi,$$

получаем уравнение гармонических крутильных колебаний

$$-D\varphi = I\ddot{\varphi},$$

или

$$\ddot{\varphi} + \omega^2\varphi = 0,$$

где

$$\omega^2 = D/I.$$

Так как

$$T = 2\pi/\omega,$$

получаем величину искомого периода колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_1 I_2}{(I_1 + I_2)D}}.$$

Решение задачи 2. Рассмотрим наложение («суперпозицию») двух бегущих гармонических волн, немного различающихся по частоте и волновым числам, но имеющих одинаковые амплитуды:

$$y_1(x,t) = a\cos(kx - \omega t),$$
$$y_2(x,t) = a\cos((k + 2\Delta k)x - (\omega + 2\Delta\omega)t),$$

где $\Delta k \ll k,\ \Delta\omega \ll \omega$.

Первая из этих волн имеет длину $\lambda = 2\pi/k$, а вторая –$\lambda + \Delta\lambda = \frac{2\pi}{k+\Delta k}$.

В результате их сложения получается выражение для биений:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = A(x,t)\cos\big((k + \Delta k)x - (\omega + \Delta\omega)t\big),$$

где $A(x,t) = 2a(\Delta kx - \Delta\omega t)$.

Величина *A(x,t)* может рассматриваться как медленно меняющаяся амплитуда волны с волновым числом ($k+\Delta k$) и частотой ($\omega+\Delta\omega$). Эта амплитуда изменяется с периодом

$$T^* = 2\pi/\Delta\omega$$

и характеризуется длиной волны

$$\lambda^* = 2\pi/\Delta k,$$

определяемой как интервал между смежными пучностями. Так как $\Delta\omega$ и Δk малы, то T^* и λ^*– велики.

В результате интерференции графики функции *y(x,t)* как по временной, так и по пространственной осям представляются в виде ряда периодически повторяющихся групп, показанных на рис. 7.1. Каждая группа состоит из нескольких периодических процессов.

Поверхность, на которой амплитуда группы остаётся неизменной, определяется уравнением

$$\Delta kx - \Delta\omega t = \text{const}.$$

Дифференцирование этого выражения по времени даёт:

$$\Delta k\frac{dx}{dt} - \Delta\omega = 0.$$

Отсюда следует, что скорость перемещения группы *V* равна

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}.$$

При $\Delta\omega \to 0,\ \Delta k \to 0$ получаем:

$$V = \omega'(k),$$

где штрих означает дифференцирование по *k*.

Решение задачи 3. Если считать *LC*-контур идеальным, то из закона сохранения энергии следует, что максимальная энергия электрического поля в конденсаторе равна максимальной энергии магнитного поля в катушке:

$$\frac{CU^2}{2} = \frac{LI^2}{2}, \qquad (7.1)$$

где *U* – максимальное значение напряжения на конденсаторе.

Период электромагнитных колебаний в контуре *T* по формуле Томсона равен

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \qquad (7.2)$$

Решение системы уравнений (7.1) – (7.2) с учётом того, что

$$\lambda = cT,$$

где *c* – скорость электромагнитной волны ($c = 3{,}0\cdot 10^8$ м/с),
даёт

$$U = 2\pi\frac{cLI}{\lambda}.$$

Так как напряжённость электрического поля в конденсаторе и напряжение связаны соотношением

$$E = U/d,$$

получаем

$$E = 2\pi\frac{cLI}{\lambda d}.$$

Переводя все данные задачи в систему СИ и производя вычисления, получаем

$$E = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}0 \cdot 10^8 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \approx 4{,}5 \text{ В/м}.$$

Решение задачи 4. Сначала определим зависимость показателя преломления ионосферы *n* от частоты падающей на неё электромагнитной волны.

Влияние свободных электронов в слое ионосферы на скорость распространения волны можно определить, рассматривая смещения электронов *x(t)* под действием электрической составляющей *E(t)* приходящей волны как своеобразную «поляризацию» ионосферы, вследствие чего электрическая индукция *D(t)* в ионосфере равна

$$D(t) = \varepsilon_0 E(t) + P(t), \tag{7.3}$$

где ε_0 – электрическая постоянная, а *P(t)* – величина вектора поляризации:

$$P(t) = Nqx(t). \tag{7.4}$$

Здесь q – величина заряда электрона.

По второму закону Ньютона

$$m\ddot{x} = qE(t), \tag{7.5}$$

где m – масса электрона; $E(t)=E_0\sin(\omega t)$; ω – циклическая частота электромагнитной волны.

Решение уравнения (7.5) имеет вид

$$x(t) = -\frac{qE(t)}{m\omega^2}. \tag{7.6}$$

Подстановка (7.4) и (7.6) в формулу (7.3) даёт:

$$D(t) = \varepsilon_0 E(t)\left(1 - \frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m\omega^2}\right).$$

Так как $D(t) = \varepsilon_0 \varepsilon E(t)$, где ε – диэлектрическая проницаемость среды, получаем

$$\varepsilon = \frac{D}{\varepsilon_0 E} = 1 - \frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m\omega^2}.$$

Учитывая, что показатель преломления среды

$$n = \sqrt{\varepsilon},$$

приходим к следующему результату:

$$n = \sqrt{1 - \frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m\omega^2}}.$$

Теперь определим наиболее короткую волну, которая возвратится к Земле, если угол её падения на ионосферу α = 45 градусов.

Условие возникновения явления полного внутреннего отражения волны, распространяющейся в среде с коэффициентом преломления n_1 при падении под углом φ на границу среды с коэффициентом преломления $n<n_1$, имеет вид:

$$\sin\varphi \geq n/n_1 .$$

Так как для волны, распространяющейся от Земли к границе ионосферы $n_1 \approx 1$, то для предельного случая, когда ещё возможно полное отражение от границы ионосферы,

$$\sin\varphi = n,$$

т. е.

$$\sin\varphi = \sqrt{1 - \frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m\omega^2}}.$$

Выражая отсюда ω и учитывая, что длина волны

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega},$$

где c – скорость распространения электромагнитной волны в атмосфере, получаем

$$\lambda = \frac{2\pi c\cos\varphi}{q}\sqrt{\frac{\varepsilon_0 m}{N}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \sqrt{2}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2}\sqrt{\frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{10^{12}}} \approx 24 \text{ м}.$$

З а д а н и е

1. Выучить материал, изложенный во введении к разделу.

2. Разобраться в решении приведенных в разделе задач.

3. Решить задачи № 1 и 3 со всеми расчётами, используя данные, приведенные в табл. 7.1 и 7.2 соответственно. На проверку представить подробные решения задач.

Таблица 7.1

Номер варианта	Радиус первого диска R_1, см	Радиус второго диска R_2, см	Толщины дисков $H_1 = H_2$, см
1	10	5	1,0
2	15	30	1,5
3	20	10	2,0
4	25	15	3,0
5	5	15	4,0
6	10	10	2,0
7	15	10	2.5
8	20	10	5,0
9	25	20	4,0
0	15	5	1,0

Плотность материала, из которого изготовлены диски, 7 г/см^3, крутильная жёсткость пружины D = 20 Н·м/рад.

Таблица 7.2

Номер варианта	Длина катушки l, см	Площадь поперечного сечения катушки S, см^2	Число витков в катушке N
1	10	10	100
2	15	15	200
3	20	20	100
4	25	25	200
5	5	5	100
6	10	10	200
7	15	15	100
8	20	20	200
9	25	25	100
0	5	5	200

Считать, что катушка не содержит сердечника. Величину силы тока, длину волны и расстояние между обкладками конденсатора взять из условия задачи.

8. Оптика. Интерференция света. Тепловое излучение. Фотоэлектрический эффект

Введение. В настоящее время существует представление о том, что природа света двойственная (корпускулярно-волновой дуализм). В явлениях интерференции, дифракции и поляризации света проявляются волновые

свойства света. Явления излучения, поглощения и распространения света, фотоэлектрический эффект, эффект Комптона доказывают квантовые (корпускулярные) свойства света. Рассмотрим подробнее эти удивительные свойства света и вещества при решении задач данного раздела.

Интерференция света – это сложение электромагнитных волн, в результате которого происходит усиление или ослабление интенсивности света в зависимости от соотношения фаз складываемых световых волн. Необходимым условием для интерференции волн является их когерентность, т. е. у них должна быть одинаковая частота и постоянная во времени разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

При сложении двух когерентных волн с интенсивностями I_1 и I_2 согласно принципу суперпозиции интенсивность результирующей волны в данной точке пространства $-I$ рассчитывается по формуле:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{(I_1 I_2)} \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \qquad (8.1)$$

Из этой формулы видно, какую важную роль играет разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Если волны синфазны ($\varphi_2 = \varphi_1$) или отличаются на 2π, т.е. $\Delta\varphi = \pm 2\pi k$ ($k = 0,1,2,...$), то интенсивность I максимальна и происходит усиление света. Если волны противофазны, т. е. φ_1 и φ_2 отличаются на нечетное число π: $\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$ ($k = 0,1,2,...$), то интенсивность I минимальна, т. е. происходит взаимное гашение световых волн.

Так как разность фаз $\Delta\varphi$ возникает в результате прохождения волнами разного геометрического пути (S_1 и S_2) и, возможно, в разных средах (n_1 и n_2), то условия для интерференционных максимумов и минимумов можно выразить через оптическую разность хода ($\delta = S_1 n_1 - S_2 n_2$):

$$\delta_{max} = \pm k\lambda_0, \ (k = 0,1,2,...), \qquad (8.2)$$

$$\delta_{min} = \pm(2k+1)\,\lambda_0/2, \ (k = 0,1,2,...), \qquad (8.3)$$

где λ_0 – длина волны в вакууме.

Существуют различные методы наблюдения интерференции света. Один из них, использующий тонкую плоскопараллельную пластинку (пленку) для получения двух когерентных волн, рассмотрим при решении задачи.

Внешний фотоэффект состоит в вырывании электронов из вещества под действием электромагнитного излучения (света). Это явление описывается уравнением Эйнштейна:

$$\varepsilon_ф = A + W_к, \qquad (8.4)$$

где $\varepsilon_ф$ – энергия фотона; A – работа выхода электрона из вещества; $W_к$ – кинетическая энергия вылетевшего фотоэлектрона.

Поскольку работа выхода – это наименьшая энергия, необходимая для фотоэффекта, то, используя формулу Планка для $\varepsilon_ф$:

$$\varepsilon_ф = h\nu, \qquad (8.5)$$

где h – постоянная Планка; ν – частота электромагнитного излучения, и используя формулу $\nu = c/\lambda$, где c – скорость света, получим, что красная

граница фотоэффекта λ_0 связана с работой выхода следующим соотношением:

$$A = hc / \lambda_0. \quad (8.6)$$

Тепловое излучение – электромагнитное излучение, испускаемое нагретыми телами, находящимися в термодинамическом равновесии.

Абсолютно черное тело (АЧТ) – это тело, поглощающее все падающие на него электромагнитныеволны.

Суммарную энергию всех длин волн, излучаемых АЧТ с единицы площади поверхности в единицу времени, называют энергетической светимостью *R*.

Установлено, что энергетическая светимость *R* абсолютно черного тела описывается законом Стефана–Больцмана:

$$R = \sigma \cdot T^4, \quad (8.7)$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт·м $^{-2}$·К$^{-4}$ – постоянная Стефана–Больцмана.

Распределение энергии в спектре излучения, т. е. зависимость энергетической светимости $R(\lambda, T)$ абсолютно черного тела от длины волны излучения λ, представляет собой кривую с максимумом (рис. 8.1).

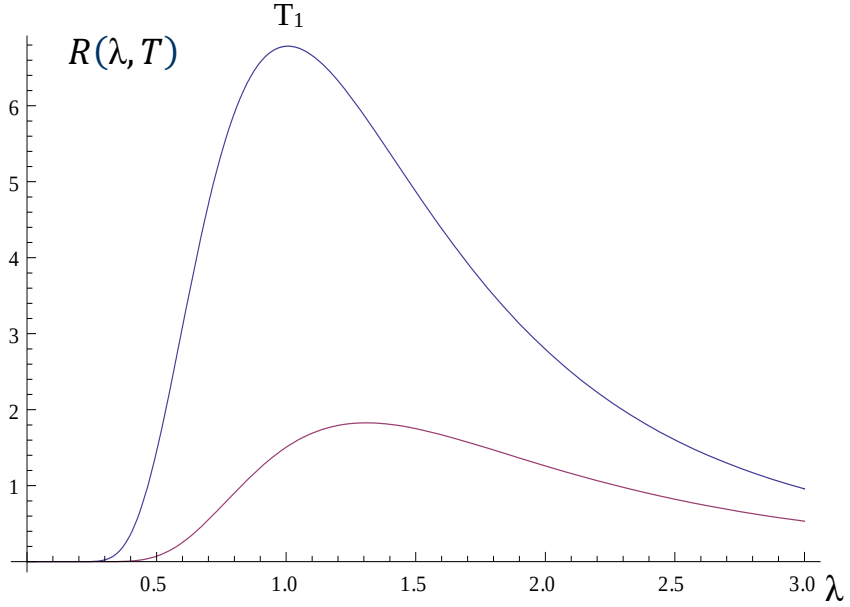


Рис. 8.1. Зависимость энергетической светимости $R(\lambda, T)$ абсолютно черного тела от длины волны излучения λ при разных температурах ($T_1 > T_2$)

Из рисунка видно, что длина волны, соответствующая максимуму энергии излучения λ_{max}, смещается с увеличением температуры в область коротких длин волн. Ее значение определяется из закона смещения Вина:

$$\lambda_{max} = b / T, \quad (8.8)$$

где $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м·К – постоянная Вина.

Задача. Параллельный пучок белого света, полученный от лампы накаливания с вольфрамовой нитью, нагретой до температуры T, падает на находящуюся в воздухе тонкую пленку с показателем преломления n под углом i. Испытывающий при этом максимальное отражение от поверхности пленки свет с длиной волны λ направляется на поверхность металла с красной границей фотоэффекта – λ_0. Определить минимальную толщину пленки – d, работу выхода электрона из металла – A и долю энергии фотона – $\varepsilon_ф$, расходуемую на сообщение электрону кинетической энергии – $W_к$. Определить энергетическую светимость – R вольфрамовой нити лампы накаливания (считая ее абсолютно черным телом – АЧТ) и длину волны, соответствующую максимуму ее энергии излучения, – λ_{max}.

Решение. Из условия задачи следует, для световых волн с длиной волны λ происходит максимальное усиление отраженного от поверхности пленки света, т. е. выполняется условие для наблюдения интерференционного максимума. Как это происходит, рассмотрим на примере рис. 8.2

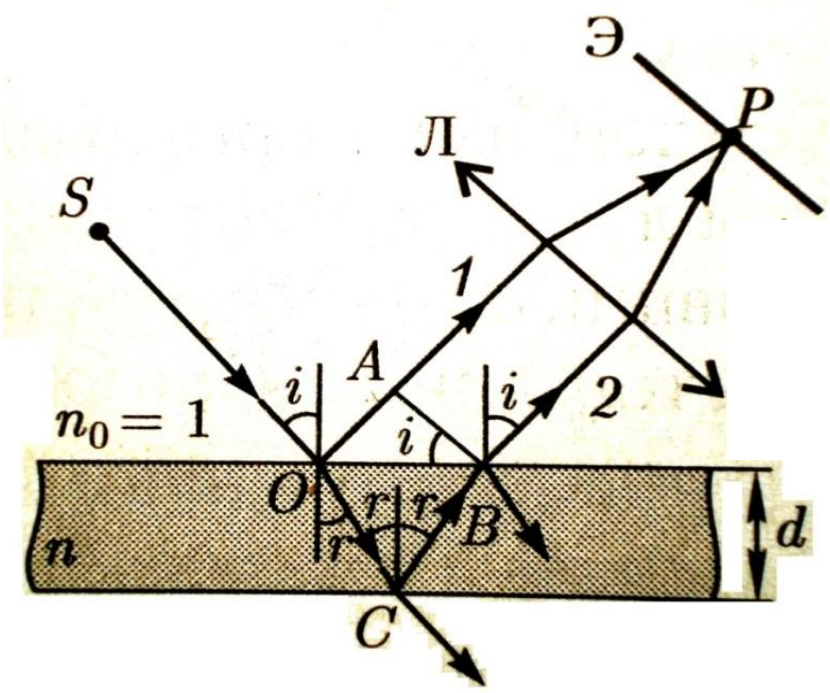


Рис. 8.2. Интерференция света на плоскопараллельной пластинке

Как видно из рис. 8.2, исходящий из источника S луч (плоская монохроматическая волна) на поверхности пленки в точке падения O делится на два луча: 1 – отраженный от верхней поверхности пленки и преломленный, который дойдет до точки C, здесь частично преломится в воздух, а частично отразится от нижней поверхности пленки и пойдет к точке B, где пре-

ломится, выходя в воздух, – луч 2. С помощью собирающей линзы (Л) лучи *1* и *2* сойдутся в одной точке *P* на экране Э. В результате возникает интерференционная картина, которая определяется оптической разностью хода (δ) между лучами *1* и *2*. Определяя значение δ, необходимо учесть, что при отражении света на границе раздела от среды с большим показателем преломления происходит потеря λ/2. Так как $n > n_0$ ($n_0 = 1$), то потеря λ/2 произойдет в точке падения *O*, таким образом, $\delta = n\,(OC+CB) - OA - \lambda/2$. Учитывая геометрию рисунка, получим, что $\delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \lambda/2$.

Таким образом, в соответствии с формулой (8.2), для пленки, находящейся в воздухе, условие интерференционного максимума имеет вид: $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \mathrm{i}} = \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2}$. Из этого соотношения при $k = 0$ найдем минимальное значение

$$d = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 \mathrm{i}}}. \qquad (8.9)$$

Работа выхода электрона из металла *A* определяется по формуле (8.6), известной для фотоэффекта: $A = hc/\lambda_0$, где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Долю энергии фотона – $\varepsilon_ф$, расходуемой на сообщение электрону кинетической энергии – $W_к$, определим из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта (8.4): $\varepsilon_ф = A + W_к$. Из него следует, что $W_к = \varepsilon_ф - A$. Разделив это уравнение на $\varepsilon_ф$ и затем используя для $\varepsilon_ф$ формулу (8.5) и для *A* формулу (8.6), получаем выражение для вычисления доли энергии фотона, расходуемой на сообщение электрону кинетической энергии:

$$W_к/\varepsilon_ф = 1 - A/\varepsilon_ф = 1 - \lambda/\lambda_o. \qquad (8.10)$$

Энергетическая светимость *R* вольфрамовой нити лампы накаливания определяется из закона Стефана–Больцмана для абсолютно черного тела (8.7): $R = \sigma \cdot T^4$; ($\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^2·К^4).

Длина волны, соответствующая максимуму энергии излучения вольфрамовой нити лампы, определяется из закона смещения Вина (8.8):

$$\lambda_{max} = b/T; \qquad (b = 2{,}9 \cdot 10^{-3} \text{м·К}).$$

З а д а н и е

1. Выучить материал, изложенный во введении к разд. 8.

2. Разобраться в решении приведенной в разделе задачи.

3. Решить ту же задачу со всеми расчетами в соответствии с данными табл. 8.1. На проверку представить подробное решение задачи.

Таблица 8.1

Номер варианта	Температура вольфрамовой нити лампы накаливания T, К	Показатель преломления пленки n	Угол падения света на пленку φ, град	Длина волны света, падающего на пленку, λ, мкм	Красная граница фотоэффекта для металла λ_0, мкм
1	3600	1,33	52	0,59	0,69
2	3650	1,35	48	0,52	0,70
3	3550	1,33	50	0,62	0,72
4	3400	1,35	55	0,55	0,62
5	3300	1,33	45	0,58	0,68
6	3200	1,36	53	0,60	0,66
7	3100	1,33	44	0,56	0,67
8	3000	1,34	42	0,65	0,71
9	2900	1,32	40	0,70	0,79
0	2800	1,35	58	0,64	0,76

9. Оптика. Дифракция света. Квантовая природа излучения

Введение. В данном разделе мы продолжим рассмотрение явлений, подтверждающих представление о двойственности природы света (корпускулярно-волновой дуализм). Будут рассмотрены дифракция света, обусловленная волновыми свойствами света, а также явления излучения и распространения света, доказывающие квантовые (корпускулярные) свойства света.

Дифракция света – явление огибания светом малых препятствий, т. е. отклонения от законов геометрической оптики. Дифракция света наблюдается при распространении света в среде с резко выраженными неоднородностями, например, при прохождении через отверстия в непрозрачных экранах.

Рассмотрим дифракцию света на одномерной дифракционной решетке, которая представляет собой систему из N одинаковых параллельных щелей равной ширины (a) в плоском непрозрачном экране, расположенных на равных расстояниях (b) друг от друга. Таким образом, величина $d = a + b$ есть постоянная (период) дифракционной решетки и число штрихов, нанесенных на единицу длины дифракционной решетки, определяется соотношением

$$N = 1/d. \qquad (9.1)$$

Пусть свет падает на решетку нормально к ее плоскости (рис. 9.1), тогда согласно принципу Гюйгенса–Френеля, объясняющему явление дифракции света, каждая щель дифракционной решетки ведет себя как точечный источник вторичных волн. В этом случае дифракционная решетка

представляет собой набор точечных, когерентных источников (*S*), расположенных в щелях решетки и испускающих световые колебания во всех направлениях. В результате дифракции падающий на дифракционную решетку параллельный пучок лучей меняет свою структуру. После решетки отклонение лучей от первоначального направления составляет угол (φ) от 0 до 90°, вправо и влево.

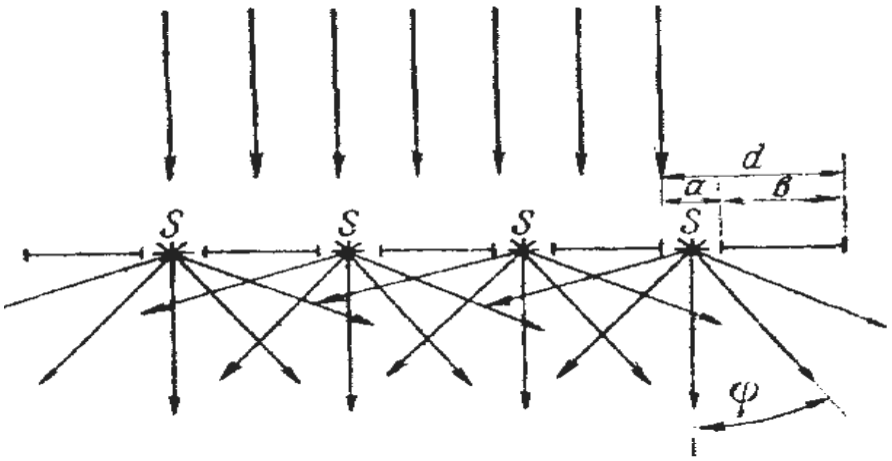


Рис. 9.1. Дифракционная решетка

Если за дифракционной решеткой поместить собирающую линзу, то в фокальной плоскости линзы можно наблюдать дифракционную картину, являющуюся результатом двух процессов: дифракции света от каждой щели решетки и многолучевой интерференции света от всех щелей. Помещенная за решеткой собирающая линза фокусирует волны, падающие на нее под одним и тем же углом φ, в одной точке на фокальной плоскости, где они, складываясь, усиливают или ослабляют друг друга, т. е. дифракционная картина представляет собой чередование темных и светлых полос.

Условие для наблюдения максимумов интенсивности света под углами φ имеет вид:

$$d\sin\varphi = k\lambda, \qquad (9.2)$$

где k – *порядок спектра* и $k = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ Эти максимумы называются главными.

Из условия (9.2) следует, что при $k = 0$ $\sin\varphi = 0$. В фокальной плоскости линзы в направлении неотклоненных волн наблюдается максимум, называемый нулевым, он является центром дифракционной картины.

При освещении дифракционной решетки немонохроматическим светом в фокальной плоскости линзы вместо светлых полос будут видны спектры, разделенные темными промежутками. Каждый максимум будет

представлять собой спектр монохроматических составляющих падающего на решетку сложного (белого) света, расположенных в определенной последовательности.

Спектры располагаются по обе стороны от центрального нулевого максимума, цвет которого определяется цветом источника, так как при $k = 0$ в направлении $\varphi = 0$ наблюдается максимум для всех длин волн, излучаемых источником.

Согласно гипотезе Планка, позволившей получить согласующуюся с опытом функцию распределения энергии теплового излучения абсолютно черного тела по длинам волн, электромагнитное излучение испускается и поглощается дискретными порциями – *квантами энергии*, величина которых пропорциональна частоте излучения $\varepsilon = h\nu$, где ν – частота колебаний в световой волне.

В дальнейшем было установлено, что гипотеза Планка о дискретности энергии на самом деле отражает фундаментальное свойство электромагнитных волн: они могут вести себя как частицы (*фотоны),* а фотоны обладают волновыми свойствами, что проявляется в явлениях дифракции и интерференции.

Таким образом, свет можно рассматривать как поток частиц – фотонов, которые обладают энергией ($\varepsilon_ф$), импульсом ($p_ф$) и массой ($m_ф$). Согласно Планку

$$\varepsilon_ф = h\nu. \qquad (9.3)$$

Поскольку взаимосвязь массы и энергии релятивистской (движущейся со скоростью света – c) частицы выражается формулой Эйнштейна $\varepsilon = mc^2$, то, используя ее в формуле (9.3), получим

$$m_ф = h\nu/c^2. \qquad (9.4)$$

Так как импульс фотона $p_ф = m_ф c$, то, используя формулу (9.4), получаем

$$p_ф = h\nu/c. \qquad (9.5)$$

Задача. На дифракционную решетку нормально падает пучок света, полученный от лампы накаливания, вольфрамовая нить которой нагрета до температуры T. Чему равна постоянная дифракционной решетки d, если спектральная линия с длиной волны λ в спектре k-го порядка видна в зрительной трубе, установленной под углом φ к оси коллиматора? Какое число штрихов (N) нанесено на 1 см длины этой решетки? На какую длину волны приходится максимум энергии излучения вольфрамовой нити лампы накаливания (λ_{max})? Чему равна энергия фотонов $\varepsilon_ф$, соответствующих λ_{max} излучения вольфрамовой нити, чему равны масса ($m_ф$) и импульс ($p_ф$) этих фотонов?

Решение. Из условия для главных дифракционных максимумов (9.2): $d\sin\varphi = \pm k\lambda$, получаем

$$d = \frac{k\lambda}{\sin\varphi}. \qquad (9.6)$$

Число штрихов, нанесенных на 1 см длины дифракционной решетки, определяется по формуле (9.1):

$$N = 1/d.$$

Длина волны, соответствующая максимуму энергии излучениявольфрамовой нити лампы, определяется из закона смещения Вина (8.8):

$$\lambda_{max} = b/T; \qquad (b = 2{,}9\cdot10^{-3}\ \text{м}\cdot\text{К}).$$

Для определения энергии фотонов соответствующих λ_{max} излучения вольфрамовой нити, используем формулу (9.3). Подставив в нее соотношение $\nu = c/\lambda$, получаем

$$\varepsilon_ф = h\nu = hc/\lambda_{max}. \qquad (9.7)$$

($h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж ·с – постоянная Планка; $c = 3\cdot10^8$ м/с – скорость света).

Массу этих фотонов определяем по формуле (9.4), подставив в нее соотношение $\nu = \frac{c}{\lambda}$:

$$m_ф = h\nu/c^2 = h/c\lambda_{max}. \qquad (9.8)$$

Импульс фотонов, соответствующих λ_{max}, получаем из формулы (9.5), подставив в нее соотношение $\nu = c/\lambda$:

$$p_ф = h\nu/c = h/\lambda_{max}\ . \qquad (9.9)$$

Задание

1. Выучить материал, изложенный во введении к разд. 9.

2. Разобраться в решении приведенной в разделе задачи.

3. Решить ту же задачу со всеми расчетами в соответствии с данными табл. 9.1. На проверку представить подробное решение задачи.

Таблица 9.1

Номер варианта	Температура вольфрамовой нити лампы накаливания T, К	Длина волны спектральной линии, полученной с помощью дифракционной решетки, λ, мкм	Порядок спектра, k	Угол, под которым установлена зрительная труба к оси коллиматора, φ, град
1	3450	0,55	2	30
2	3500	0,52	2	48
3	3150	0,50	3	50
4	3350	0,48	2	55
5	3250	0,46	3	45
6	2650	0,54	2	53
7	2750	0,56	3	44
8	2850	0,53	2	42
9	2950	0,49	2	40
0	2550	0,57	3	58

Библиографический список

1. *Трофимова, Т. И.* Курс физики: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 2007.

2. *Сивухин, Д. В.* Общий курс физики. В 5 т. / Д. В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2006.

3. *Савельев, И. В.* Курс общей физики. В 3 т. / И. В. Савельев. – М., 2005.

Оглавление

Введение 3

1. Механика. Динамика. 3

2. Механика. Законы сохранения. 11

3. Молекулярно-кинетическая теория 16

4. Термодинамика 19

5. Электричество 28

6. Электромагнитные явления 32

7. Механические колебания и волны 35

8. Оптика. Интерференция света. Тепловое излучение. Фотоэлектрический эффект. 43

9. Оптика. Дифракция света. Квантовая природа излучения. 48

Библиографический список 52

Составители:

Былев Александр Борисович
Анненкова Александра Михайловна
Мацкевич Елена Евгеньевна
Полищук Геннадий Иванович
Казакова Людмила Павловна

ФИЗИКА

Методические указания и контрольные задания
для студентов всех направлений подготовки
заочной формы обучения

Редактор *Т. С. Хирувимова*
Компьютерная верстка – *Г. Н. Кинзябулатова*

Подписано в печать с оригинал-макета 26.11.18
Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Печать трафаретная.
Уч.-изд. л. 3,25. Печ. л. 3,25. Тираж 100 экз. Заказ № 173. С 187.

Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет
Издательско-полиграфический отдел СПбГЛТУ
194021, Санкт-Петербург, Институтский пер., 3