Расчётно-графическая работа по механике

Основные формулы.

Кинематика материальной точки

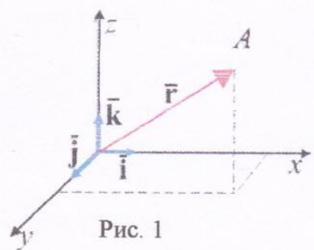

Рис. 1

В Декартовой системе координат, используемой наиболее часто, положение точки *A* в данный момент времени характеризуется тремя координатами *x, y, z* или радиусом - вектором $\vec{\mathbf{r}}$, проведенным из начала координат в данную точку (Рис. 1).

При движении материальной точки её координаты с течением времени изменяются. В общем случае её движение определяется скалярными уравнениями:

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t) \qquad (1)$$

Эти уравнения эквивалентны векторному уравнению

$$\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}(t) = x\vec{\mathbf{i}} + y\vec{\mathbf{j}} + z\vec{\mathbf{k}} \qquad (2)$$

где *x, y, z* – проекции радиуса-вектора на оси координат, а $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$ - единичные векторы, направленные по соответствующим осям. Уравнения (1) и (2) называются *кинематическими уравнениями движения материальной точки.*

Мгновенная скорость в общем случае движения определяется первой производной от радиус-вектора по времени:

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$\vec{\upsilon}$ - вектор мгновенной скорости, $[\upsilon] = м/с$

Проекции скорости: $\upsilon_x = \dot{x} \qquad \upsilon_y = \dot{y} \qquad \upsilon_z = \dot{z}$

Мгновенное ускорение: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \dfrac{\partial^2 \vec{r}}{\partial t^2}$,

Кинематика вращательного движения

Угловая скорость - векторная величина, характеризующая скорость вращения тела, численно равная первой производной псевдовектора угла поворота $\vec{\varphi}$ по времени *t:*

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Угловое ускорение — векторная величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости твёрдого тела.

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Тангенциальное (касательное) ускорение $\vec{a}_\tau$ (составляющая ускорения)

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{e}$$

Нормальное (центростремительное) ускорение (составляющая ускорения) - векторная величина, характеризующя изменение направления скорости:

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{\mathrm{n}}$$

Модуль полного ускорения:

$$a = \sqrt{\left(a_t^2 + a_n^2\right)}$$

Динамика вращательного движения

Основное уравнение динамики вращательного движени (Второй закон Ньютона)

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

где: $\vec{p}$ -вектор импульса.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon} \quad , \qquad (1)$$

где $\vec{M}$ - суммарный момент внешних сил, приложенных к телу относительно оси вращения; J - момент инерции тела относительно той же оси; $\vec{\varepsilon}$ - угловое ускорение.

В динамике вращательного движения различают два понятия: момент силы относительно точки и момент силы относительно оси вращения.

Момент силы относительно точки O определяется как векторное произведение

$$\vec{M} = \left[\vec{r} \times \vec{F}\right],$$

где $\vec{F}$ - сила, $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный из точки O, в точку приложения силы.

Момент силы относительно оси вращения есть проекция $\vec{M}$ на произвольную ось z, которая проходит через точку O:

$$M = Fl.$$

Где l – плечо силы, то есть кратчайшее расстояние от оси до линии действия силы.

Момент инерции тела

$$J = \lim_{\Delta m_i \to 0} \sum_i \Delta m_i r_i^2$$

или

$$J = \int r^2 dm = \int \rho r^2 dV,$$

где Δm_i - масса элемента; r_i - расстояние от элемента до оси вращения; ρ - плотность вещества в элементе объема dV, находящегося на расстоянии r от оси вращения. Таким образом, задача нахождения момента инерции сводится к интегрированию.

Для расчетов моментов инерции относительно произвольной оси может быть использована теорема Штейнера. Согласно ей, момент инерции J относительно произвольной оси равен сумме момента инерции тела J_c относительно оси, проходящей через центр инерции тела параллельно рассматриваемой оси, и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями.

$$J = J_c + md^2$$

Момент импульса $\vec{L}$ материальной точки определяется как векторное произведение

$$\vec{L} = \left[\vec{r} \times m\vec{v}\right],$$

где m- масса материальной точки, $\vec{v}$ - ее скорость, $\vec{r}$ -расстояние от точки до оси вращения.

Величина момента импульса L материальной точки равна

$$L=mvr$$

Момент импульса твердого тела, вращающегося вокруг некоторой оси равен

$$\vec{L} = J\vec{\omega},$$

где J – момент инерции тела, ω -угловая скорость.

Закон сохранения момента импульса: в замкнутой системе суммарный момент импульса всех тел этой системы остается постоянным.

Кинетическая энергия вращающегося тела выражается формулой

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2}$$

Примеры решения и оформления задач.

Пример 1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где $A = 2$ *м*, $B = 1$ *м/с*, $C = -0{,}5$ *м/с*^{3}. Найти координату x, проекцию мгновенной скорости и ускорения точки в момент времени $t = 2$ с.

Дано:	***Решение***
$A = 2$ *м*	Координату x найдем, подставив в уравнение движения численные значения коэффициентов A, B и C и времени t: $x = (2 + 1\cdot 2 - 0{,}5\cdot 2^3) = 0.$ Проекция мгновенной скорости на ось x определяется как первая производная от координаты по времени

$$V_x = \frac{dx}{dt} = B + 3C\cdot t^2.$$

Проекцию ускорения точки найдем, взяв первую производную от проекции скорости по времени

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = 6C\cdot t$$

Проверка размерности

$$[V_x] = м/с + м/с^3 \cdot с^2 = м/с\,,\ [a] = м/с^3 \cdot с = м/с^2\ .$$

Подставляем числовые значения в момент времени $t = 2$ с

$$V_x = (1 - 3\cdot 0{,}5\cdot 2^2)\ м/с = -5\ м/с,$$

$$a_x = 6\cdot(-0{,}5)\cdot 2\ м/с^2 = -6\ м/с^2.$$

Ответ: в момент времени $t = 2$ с проекция скорости материальной точки равна -5 *м/с*, проекция ускорения: -6 *м/с*^{2}.

Пример 2. Из пущенной с поверхности Земли вертикально вверх ракеты вырывается вниз струя газа со скоростью u относительно ракеты. Начальная масса ракеты с топливом равна m_0, ежесекундный расход топлива равен μ (кг/с). Определить ускорение ракеты через время t_1 после старта, считая поле тяготения однородным.

Решение

Выберем неподвижную систему отсчета, связанную с Землей. В соответствии с условием задачи масса ракеты непрерывно уменьшается, и основное уравнение динамики необходимо использовать в виде обобщённого второго закона Ньютона. Запишем его в проекции на вертикальную ось 0у. Пусть $m = m(t)$ - масса ракеты в произвольный момент времени t, $v = v(t)$ - ее скорость в тот же момент. Для выбранного момента времени импульс ракеты равен mx. Спустя время dt масса ракеты станет равной $(m - \mu dt)$, а скорость $(v + dv)$. Соответственно импульс ракеты примет значение $(m - \mu dt)(v + dv)$. Кроме того, выброшенная порция газа (которая тоже принадлежит рассматриваемой системе) в выбранной системе отсчета станет обладать импульсом - $\mu dt(u - v)$. Тогда изменение импульса системы

$$dp_y = (m - \mu dt)(v + dv) - \mu dt(u - v) - mv$$

и соответственно, уравнение (1.13) в проекции на ось 0у принимает вид

$$(m - \mu dt)(v + dv) - \mu dt(u - v) - mv = -mgdt. \quad (*)$$

Раскроем скобки:

$$mv - v\mu dt + mdv - \mu dtdv - u\mu dt + v\mu dt - mv = -mgdt$$

и после сокращений получим

$$mdv - \mu dtdv - u\mu dt = -mgdt.$$

Величины dt и dv стремятся к нулю. Поэтому произведение $\mu\ dt\ dv$ исключаем как бесконечно малую величину высшего порядка. С учетом этого соотношение (*) преобразуем к виду

$$m\ dv = (u\mu - mg)dt.$$

После деления на dt получим

$$m\frac{dv}{dt} = \mu u - mg, \qquad (**)$$

где $m = m_0 - \mu t$, $\frac{dv}{dt}$ - искомое ускорение ракеты. Запишем (**) в проекции на ось Оу:

$$ma = \mu u - mg. \qquad (***)$$

Это уравнение аналогично второму закону Ньютона. Однако масса здесь не постоянна, и дополнительное слагаемое μu может быть истолковано как реактивная сила. Уравнение (***) является частным случаем уравнения Мещерского для движения точки с переменной массой. Для заданного момента времени формула для ускорения имеет вид

$$a = \frac{\mu u}{m_0 - \mu t_1} - g.$$

Замечание. Интегрируя это уравнение, можно получить зависимость скорости ракеты от времени, а затем и закон движения.

Пример 3. Водометный двигатель катера выбрасывает назад струю воды со скоростью $u = 8$ м/с относительно катера. Расход воды в его турбине $\mu = 70$ кг/с. Пренебрегая сопротивлением движению катера, определить его скорость v_1 в спокойной воде через $t_1 = 50$ с после начала движения. Масса катера $m_0 = 5$ т.

Решение

Выберем систему отсчета, связанную со спокойной водой, ось координат Ox – вдоль направления движения катера. Пусть в некоторый момент времени скорость катера равна v. Масса катера m_0 не изменяется, внешние силы отсутствуют, проекция относительной скорости поступающей в турбину воды равна - u. Уравнение движения запишем в проекции на ось Ox:

$$m_0\frac{dv}{dt} = -\mu u \quad \text{или} \quad m_0\frac{dv}{dt} = \mu u(1 - \frac{v}{u}).$$

Введем безразмерную переменную $w = 1 - v/u$. Тогда $dv = -udw$, и после замены и разделения переменных получим

$$\frac{1}{w}dw = -\frac{\mu}{m_0}dt.$$

Аналогичное уравнение рассматривалось в примере 1. Интегрируем это уравнение:

$$\ln w = -\frac{\mu}{m_0}t + C \quad \text{или} \quad \ln\left(1 - \frac{v}{u}\right) = -\frac{\mu}{m_0}t + C. \qquad (*)$$

Из начального условия $v(t=0) = 0$ находим $C = 0$ и приводим уравнение (*) к виду

$$\ln\left(1 - \frac{v}{u}\right) = -\frac{\mu}{m_0}t.$$

Используя определение логарифмической функции, получим

$$1 - \frac{v}{u} = e^{-\frac{\mu}{m_0}t} \quad \text{или} \quad v = u\left(1 - e^{-\frac{\mu}{m_0}t}\right). \qquad (**)$$

График этой функции приведен на рис.2. Скорость асимптотически стремится к предельному значению $v_{max} = u$. В этом случае скорость выбрасываемой струи воды в выбранной системе отсчета равна нулю, т.е. $v_B = u - v_{max} = 0$, и ускорения не будет.

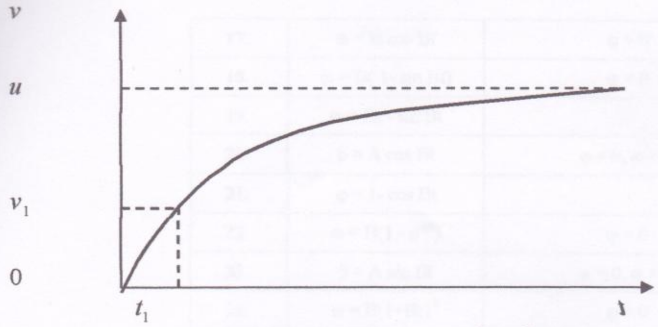

Рис. 2

Подставив из условия $t_1 = 50$ с в выражение (**) и выполнив вычисления, получим ответ $v_1 \approx 4$ м/с.

Задания для расчётно - графических работ

Задание 1
Тема: *Кинематика вращательного движения.*

Формулировка задания.

Сплошной диск вращается относительно оси, проходящей через его центр масс и перпендикулярной плоскости диска. Уравнения изменения со временем кинематических характеристик вращающегося диска приведены в таблице 1. Угол поворота φ задан в радианах, A = 0.0314 рад/с^2, B = 0.1 рад/с.

1. Построить графики изменения со временем угла поворота φ(t), модуля угловой скорости ω(t) и углового ускорения β(t).
2. Для точки, находящейся на расстоянии R = 0,N м (здесь N-номер варианта), определить полное ускорение в момент времени t .

Значения параметров по вариантам.

Таблица 1

Вариант	Заданное уравнение	Начальные условия (при t = 0)	t, c
1.	$\beta = Ae^{-Bt}$	φ = 0, ω = 0	5
2.	$\varphi = 1-(1+Bt)^{-1}$	-	10
3.	$\beta = -A(1+Bt)^{-2}$	φ = 0, ω = 0.1 π рад/с	15
4.	$\omega = B(1+e^{-Bt})$	φ = 0	20
5.	$\varphi = \ln(1+Bt)$	-	5
6.	$\varphi = \sin Bt$	-	10
7.	$\varphi = 1 - e^{-Bt}$	-	15
8.	$\beta = -A\cos Bt$	φ = 0, ω = 0.1 π рад/с	20
9.	$\omega = B(1 + \sin Bt)$	φ = 0	5
10.	$\omega = Be^{-Bt}$	φ = 0	10
11.	$\omega = B\sin Bt$	φ = 0	15
12.	$\beta = -A\sin Bt$	φ = 0, ω = 0.1 π рад/с	20
13.	$\varphi = 1 - e^{-Bt} + 2Bt$	-	5
14.	$\varphi = B(1+Bt)^{-1}$	φ = 0	10
15.	$\beta = -A(1+Bt)^{-3}$	φ = 0, ω = 0.1 π рад/с	15
16.	$\varphi = 2Bt - 1 + e^{-Bt}$	-	20

17.	ω = B cos Bt	φ = 0	5
18.	ω = B(1- sin Bt)	φ = 0	10
19.	ω = Bt - sin Bt	-	15
20.	β = A cos Bt	φ = 0, ω = 0	20
21.	φ = 1- cos Bt	-	5
22.	$\omega = B(1 - e^{-Bt})$	φ = 0	10
23.	β = A sin Bt	φ = 0, ω = 0	15
24.	$\omega = B(1+Bt)^{-2}$	φ = 0	20
25.	$\beta = A e^{-Bt}$	φ = 0, ω = 0.1 π рад/с	10

Задание 2
Тема: *Кинематика материальной точки.*

Формулировка задания.

Под действием силы материальная точка массой m движется так, что её координата меняется по закону $x(t)$. Уравнение движения и параметры приведены в таблице 2.1 (где A, B, C и D – постоянные величины).

Определить, в момент времени Δt, следующие показатели: путь, модуль перемещения, модуль скорости, проекцию скорости и работу силы, действующей на материальную точку.

Построить графики зависимостей за интервал времени Δt приведённые в таблице 2.2

Значения параметров по вариантам.

Таблица 2.1

Вариант	**Уравнение движения.**	***m, кг***	***A*, м**	***B*, м/с**	***C*, м/с²**	***D*, м/с³**	**Δt, мин**
1.	$x(t) = A + B\cdot t + C\cdot t^2 - D\cdot t^3$	1,5	10	50	1,5	0,0008	35
2.	$x(t) = B\cdot t + C\cdot t^2 - D\cdot t^3$	2,0	-	60	6	0,003	36
3.	$x(t) = A + B\cdot t - D\cdot t^3$	1,0	50	150	-	0,0001	23
4.	$x(t) = A - C\cdot t^2 - D\cdot t^3$	2,2	-45	-	8	0,08	24
5.	$x(t) = -B\cdot t + C\cdot t^2 + D\cdot t^3$	2,2	-	-75	8	-0,005	28
6.	$x(t) = A + B\cdot t + D\cdot t^3$	2,3	150	120	-	-0,0008	24
7.	$x(t) = A + C\cdot t^2 + D\cdot t^3$	1,8	125	-	7	-0.005	25
8.	$x(t) = -A + C\cdot t^2 - D\cdot t^3$	3,2	-35	-	8	0,006	24
9.	$x(t) = A - B\cdot t + D\cdot t^3$	3,5	350	-125	-	-0.00008	18
10.	$x(t) = A + B\cdot t + C\cdot t^2 - D\cdot t^3$	1,3	15	65	3	0,002	33
11.	$x(t) = B\cdot t + C\cdot t^2 - D\cdot t^3$	1,8	-	50	3	0,002	32
12.	$x(t) = A + B\cdot t - D\cdot t^3$	1,2	35	150	-	0,00015	24
13.	$x(t) = A - C\cdot t^2 - D\cdot t^3$	3,2	55	-	-135	0,1	25
14.	$x(t) = -B\cdot t + C\cdot t^2 + D\cdot t^3$	2,5	-	-65	15	-0,01	26
15.	$x(t) = A + B\cdot t + D\cdot t^3$	2,15	35	105	-	-0,00005	23
16.	$x(t) = A + C\cdot t^2 + D\cdot t^3$	1,95	95	-	5	-0.003	30
17.	$x(t) = -A + C\cdot t^2 - D\cdot t^3$	3,20	-45	-	12	0,008	24
18.	$x(t) = A - B\cdot t + D\cdot t^3$	1,95	200	-165	-	-0,0001	25

Зависимости для построения графиков.

Таблица 2.2

Вариант	$x(t)$	$S(t)$	$\upsilon(t)$	$\upsilon_x(t)$	$A(t)$	$N(t)$
1.	+		+		+	
2.		+		+		+
3.	+		+		+	
4.		+		+		+
5.	+		+		+	
6.		+		+		+
7.	+		+		+	
8.		+		+		+
9.	+		+		+	
10.		+		+		+
11.	+		+		+	
12.		+		+		+
13.	+		+		+	
14.		+		+		+
15.	+		+		+	
16.		+		+		+
17.	+		+		+	
18.		+		+		+

Задание 3
Тема: *Кинематика материальной точки*

Формулировка задания.

Две материальные точки движутся по одной прямой, совпадающей с осью Ox декартовой системы координат. Закон движения первой точки имеет вид $x_1 = A + Bt + Ct^2 + Dt^2$, а проекция ускорения второй точки изменяется согласно уравнению $a_{2x} = \alpha + \beta t$. В начальный момент времени вторая точка имела координату $x_{20} = \gamma$ и скорость $v_{20x} = \delta$. Задания и значения параметров приведены в таблице 2.1.

Размерности параметров: $[A] = м, [B] = м/с, [C] = м/с^2, [D] = м/с^2,$
$[\alpha] = м/с^2, [\beta] = м/с^2, \ [\gamma] = м, \ [\beta] = м/с.$

Задание 4
Тема: *Кинематика материальной точки*

Формулировка задания.

Две материальные точки движутся по одной прямой, совпадающей с осью Ox декартовой системы координат. Проекция скорости первой точки изменяется по закону $v_{1x} = A + Bt + Ct^2$, а ускорение второй точки – по закону $a_{2x} = \alpha + \beta \cdot t$. В начальный момент времени вторая точка имела координату $x_{10} = D$. У второй точки в начальный момент времени координата была $x_{20} = \gamma$, а проекция скорости $v_{20x} = \delta$. Задания и значения параметров приведены в таблице 2.1.

Размерности параметров: $[A] = м/с, [B] = м/с^2, [C] = м/с^2, [D] = м,$
$[\beta] = м/с^3,\ [\gamma] = м,\ [\delta] = м/с.$

Задание 5
Тема: *Кинематика материальной точки*
Формулировка задания.

Две материальные точки движутся по одной прямой, совпадающей с осью Ox декартовой системы координат. Закон движения первой точки имеет вид $x_1 = A + Bt + Ct^2 + Dt^2$, а скорость второй точки изменяется согласно уравнению $v_{2x} = \alpha + \beta t + \gamma t^2$. В начальный момент времени вторая точка имела координату $x_{20} = \delta$. Продолжение условия и заданные параметры приведены в таблице 3.

Размерности параметров: $[A] = м, [B] = м/с, [C] = м/с^2, [D] = м/с^3,$
$[\beta] = м/с2,\ [\gamma] = м/с^3,\ [\delta] = м.$

Продолжение условия и значения параметров по вариантам.

Таблица 3

Номер задания и вариант	Задание	Значение параметров							
		A	B	C	D	α	β	γ	δ
1.3. 1	Найдите относительную скорость точек в момент совпадения их координат.	2	1	2	1	4	6	4	0
.2	Определите ускорение первой точки в тот момент, когда скорости точек станут одинаковыми.	2	4	2	1	1	6	0	1
.3	Определите расстояние между точками в тот момент, когда ускорения точек станут одинаковыми.	0	0	3	1	1	1	0	2
.4	Определите ускорение первой точки в момент ее встречи со второй.	3	8	4	1	8	2	3	2
.5	Определите расстояние между точками в тот момент, когда их скорости станут одинаковыми.	1	2	4	3	2	6	4	2
.6	Определите относительную скорость точек в тот момент, когда их ускорения станут одинаковыми.	1	7	1	2	8	6	0	1
.7	Во сколько раз будут отличаться ускорения точек в тот момент, когда скорость второй точки превысит скорость первой в два раза?	0	1	1	1	4	4	1	6
.8	Определите ускорение первой точки в тот момент, когда вторая окажется в начале координат.	2	0	2	1	2	6	2	2
.9	Определите относительную скорость точек в тот момент, когда расстояние между ними увеличится в два раза.	6	3	2	2	2	12	2	3
.10	Определите ускорение первой точки в тот момент, когда вторая остановится.	3	2	1	2	0	2	1	-1
.11	Определите скорость второй точки в тот момент, когда ускорение первой будет равным нулю.	2	1	-6	2	1	4	3	0
.12	Определите разность ускорений точек в тот момент, когда из скорости будут равны.	7	1	2	2	4	9	9	7
.13	Определите положение второй точки в тот момент, когда первая остановится.	3	-3	0	1	-2	9	0	2
.14	Определите скорость первой точки в тот момент, когда вторая остановится.	5	2	-2	1	0	2	5	-4
1.4.15	Определите относительную скорость точек в тот момент, когда ускорение первой точки будет равно нулю.	-1	-4	2	2	2	4	-4	-1
.16	Определите ускорение первой точки в тот момент, когда скорости точек будут равны.	1	1	1	1	1	1	1	3
.17	Определите разность скоростей точек в тот момент, когда их ускорения будут равны.	3	2	2	7	7	-1	5	3
.18	Определите ускорение первой точки в тот момент, когда точки встретятся.	2	5	2	4	3	4	8	2
.19	Определите расстояние между точками в тот момент, когда ускорения точек станут одинаковыми.	4	3	2	3	2	5	3	2
.20	Определите ускорение первой точки в тот момент, когда вторая остановится.	-4	6	8	0	0	8	6	-4
.21	Определите разность ускорений точек в тот момент, когда вторая точка будет двигаться быстрее первой в два раза.	3	2	2	4	3	8	5	7
1.5.22	Определите относительную скорость точек в тот момент, когда они окажутся на расстоянии $l = 2м$ друг от друга.	3	5	4	2	2	8	6	4

.23	Определите разность ускорений в тот момент, когда точки встретятся.	0	2	1	1	2	2	2	9
.24	Определите координаты второй точки в тот момент, когда скорости точек будут одинаковыми.	0	3	3	2	7	6	3	0
.25	Определите расстояние между точками в тот момент, когда ускорение первой точки будет равно нулю.	6	2	-3	1	2	4	9	5

Задание 6
Тема: *Динамика вращательного движения*
Формулировка задания.

Момент инерции маховика, закреплённого на валу двигателя, равен 2,5 кг·м^2. Уравнения изменения со временем кинематических характеристик вращающегося маховика приведены в табл.1. Угол поворота φ задан в радианах, A = 0.0314 рад/с^2, B = 0.1 рад/с.

Определить:

1. Мощность действующих на маховик сил в момент времени **t**.
2. Работу, которую может совершить маховик при торможении, если в момент времени t выключить его сцепление с двигателем.

Задание 7
Тема: *Динамика вращательного движения*
Формулировка задания.

Тело массой $\boldsymbol{m}$ вращается без начальной скорости вокруг своей оси. На тело действует пара сил с величиной момента $\boldsymbol{M}$ и момент сопротивления, модуль которого является функцией угловой скорости $M_{сопр}$.= f(ω). Сколько оборотов сделает тело до того, как его угловая скорость станет равной ω?

Значения параметров по вариантам.

Таблица 4

Вариант	Тело	*R*, (*l*) м	*m*, кг	*M*, Дж	$M_{сопр}$	*k*, кг·м^2	*ω*, рад/с
1.	Полый цилиндр	0,50	400	23,0	$k\cdot\omega^2$	2,32	3,00
2.	Сплошной цилиндр	0,30	500	21,0	$k\cdot\omega$	2,10	2,50
3.	Шар	0,45	350	23,5	$k\cdot\omega$	2,55	2,89
4.	Диск	0,75	560	21,5	$k\cdot\omega^2$	2,42	3,21
5.	Обруч	0,46	455	24,0	$k\cdot\omega^2$	2,33	3,11
6.	Стержень (ось проходит через середину стержня)	0,55	550	23,7	$k\cdot\omega$	2,55	2,75
7.	Стержень (ось проходит через конец стержня)	0,65	750	23,4	$k\cdot\omega$	2,42	2,55
8.	Полый цилиндр	0,45	580	21,8	$k\cdot\omega$	2,22	3,05
9.	Шар	0,55	850	24,3	$k\cdot\omega^2$	2,65	3,19
10.	Обруч	0,58	655	23,0	$k\cdot\omega^2$	2,53	3,56
11.	Полый цилиндр	0,45	450	22,5	$k\cdot\omega^2$	2,12	3,10
12.	Сплошной цилиндр	0,35	550	21,5	$k\cdot\omega$	2,15	2,50
13.	Стержень (ось проходит через середину стержня)	0,55	350	22,7	$k\cdot\omega$	2,55	3,05
14.	Стержень (ось проходит через конец стержня)	0,65	750	23,4	$k\cdot\omega$	2,42	2,55
15.	Полый цилиндр	0,45	580	21,9	$k\cdot\omega$	2,52	3,05
16.	Шар	0,35	850	24,3	$k\cdot\omega^2$	3,55	3,19
17.	Обруч	0,58	755	23,0	$k\cdot\omega^2$	2,53	3,56
18.	Шар	0,48	380	25,5	$k\cdot\omega$	2,35	2,85
19.	Шар	0,48	380	25,5	$k\cdot\omega$	2,35	2,85
20.	Диск	0,75	540	22,5	$k\cdot\omega^2$	2,32	2,81

21.	Обруч	0,46	455	24,0	$k \cdot \omega^2$	2,33	3,21
22.	Стержень (ось проходит через конец стержня)	0,65	750	23,4	$k \cdot \omega$	2,42	2,55
23.	Полый цилиндр	0,45	580	21,9	$k \cdot \omega$	2,52	3,05
24.	Шар	0,45	750	24,3	$k \cdot \omega^2$	3,35	3,29
25.	Стержень (ось проходит через конец стержня)	0,65	850	21,4	$k \cdot \omega$	2,32	2,55
26.	Обруч	0,56	555	24,5	$k \cdot \omega^2$	2,35	3,15

Задание 8
Тема: ***Вязкость.***
Формулировка задания.

Шар радиусом **R** и массой **m** и плотностью $\rho_т$ без начальной скорости погружается в среде, плотность которой ρ. Найти закон движения шара, считая, что сила сопротивления жидкости является функцией скорости погружения т.е.

F_c = **f(v)**. Максимальная скорость шара **Vмах**. Определить константу **k**. Построить график зависимости скорости от времени **v= f(t)**

Значение параметров по вариантам

Таблица 5

Вариант	Параметр / Материал шара	R	f(v)	$\rho_т$	Vмах	ρ
		мм	Н	кг/м^3	м/с	кг/м^3
1	Медь	4	$k\,v^2$	8930	0,3/с.	900
2	Свинец	2.	k v	11300	0,4м/с	1200
3	Алюминий	2.5	$k\,v^2$	2700	0,5 м/с	800
4	Железо	3	k v	7870	0,1 м/с	1000
5	Платина	1.5	$k\,v^2$	13600	0,05 м/	1100

Задачи для самостоятельного решения

1. Закон движения груза, сброшенного геологам с вертолёта, имеет вид

$y = A - B \cdot t - C \cdot e^{-\alpha \cdot t}$,

где A = 1000 м, B = 22 м/с, C = 39 м, α = 0,5 с$^{-1}$. Определитье высоту, скорость и ускорение груза в моментвремени t = 0. Постройте графики изменения модуля скорости и ускорения от времен: υ (t) и α (t).

2. Скорость самолёта при разгоне на взлётной полосе изменяется по закону $\upsilon = \upsilon_0(1 - e^{-\alpha \cdot t})$,

где υ_0 = 200 м/с, α = 0,1 с$^{-1}$, - t – время от начала движения. Как изменится ускорение самолёта к моменту взлёта по сравнению с первоначальным, если разгон длился 10 с? Постройте графики изменения модуля скорости и ускорения от времен: υ (t) и α (t).

3. Закон движения тела, брошенного вертикально вверх, имеет вид

$y = A(1 - e^{-b \cdot t}) - B \cdot t$,

где A = 350 м, B = 50 м/с,b = 0,2 с$^{-1}$.

4. Материальная точка движется согласно уравнениям $x = 2t$; $y = 4t^2$. Получить уравнение траектории движущейся точки и изобразить её графически. Найти скорость точки в конце второй секунды от начала движения.

5. Движение точки по прямой задано уравнением $x = A \cdot t + B \cdot t^2$, где A = 2 *м/с*, B = -0,5 *м/с*^{2} . Определить среднюю путевую скорость $\langle \upsilon \rangle$ движения точки в интервале времени от t_1 = 1 *с* до t_2 = 3 с. Построить график зависимости модуля скорости от времени. $\upsilon = f(t)$.

6. Уравнение движений двух велосипедистов заданы выражениями $x_1 = 5t$ и $x_2 = 150 - 10t$. Построить графики $x = f(t)$. Установить место и время встречи.

7. Две материальные точки, расстояние между которыми в начальный момент времени равно 2 м, движутся навстречу друг другу со скоростью 0,2 м/с. Написать уравнение движения одной материальной точки для системы отсчета, связанной с другой точкой, и вычислить, через, сколько времени точки встретятся.

8. По окружности радиусом 20 *см* движется материальная точка. С течением времени путь изменяется по закону $S = 2t^2 + t$. Определить величину тангенциального, нормального и полного ускорения точки в момент времени, равный 10 с? Построить график зависимости модуля полного ускорения от времени.

9. Легковой автомобиль движется по прямому шоссе со скоростью $\upsilon_1 = 14$ *м/с* вслед за грузовым автомобилем, скорость которого $\upsilon_2 = 10$ *м/с*. В начальный момент времени расстояние между автомобилями 400 м.

Написать уравнения движений $x_1 = f(t)$ и $x_2 = \psi(t)$, построить на одном графике кривые движения автомобилей в системе отсчета, связанной с Землей, расположив начало координат в месте нахождения легкового автомобиля в начальный момент времени. Выполнить те же графики в системе отсчета, связанной с легковым автомобилем, и написать уравнения движений $x'_1 = f'(t)$ и $x'_2 = \psi'(t)$.

Определить: а) через сколько времени легковой автомобиль догонит грузовой; б) каково будет расстояние между автомобилями через 30 с; в) когда расстояние между автомобилями сократится до 100 м.

10. Шар радиусом $R = 10$ *см* и массой $m = 5$ *кг* вращается вокруг оси симметрии согласно уравнению $\varphi = A + Bt^2 + Ct^4$ ($B = 2$ *рад/с*^{2}, $C = -0{,}5$ *рад/с*^{3}). Определите величину момента сил M для $t = 3$ *с*. Построить график зависимости от времени модуля момента сил относительно центра шара и график зависимости момента сил относительно оси симметрии.

Приложение

I. *Справочные данные*

Константы	
число π	$\pi = 3{,}14$
ускорение свободного падения на Земле	$g = 10$ м/с^2
гравитационная постоянная	$G = 6{,}7\cdot10^{-11}$ Н·м^2/кг^2
газовая постоянная	$R = 8{,}31$ Дж/(моль·К)
постоянная Больцмана	$k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
постоянная Авогадро	$N_A = 6\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
скорость света в вакууме	$c = 3\cdot10^8$ м/с
коэффициент пропорциональности в законе Кулона	$k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot10^9$ Н·м^2/Кл^2
элементарный заряд	$e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
постоянная Планка	$h = 6{,}6\cdot10^{-34}$ Дж·с

Соотношение между различными единицами	
температура	0 К = – 273,15°С
атомная единица массы	1 а.е.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
1 атомная единица массы эквивалентна	931,5 МэВ
1 электронвольт	1 эВ = $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж

Масса частиц	
электрона	$9{,}1\cdot10^{-31}$ кг ≈ $5{,}5\cdot10^{-4}$ а.е.м.
протона	$1{,}673\cdot10^{-27}$ кг ≈ 1,007 а.е.м.
нейтрона	$1{,}675\cdot10^{-27}$ кг ≈ 1,008 а.е.м.

Плотность			
воды	1000 кг/м^3	алюминия	2700 кг/м^3
древесины (сосна)	400 кг/м^3	меди	8900 кг/м^3
парафина	900 кг/м^3	ртути	13600 кг/м^3

Удельная	
теплоемкость воды	$4{,}2\cdot10^3$ Дж/(кг·К)
теплоемкость алюминия	900 Дж/(кг·К)
теплоемкость железа	640 Дж/(кг·К)
теплоемкость меди	380 Дж/(кг·К)
теплоемкость свинца	130 Дж/(кг·К)
теплота парообразования воды	$2{,}3\cdot10^6$ Дж/кг
теплота плавления свинца	$2{,}5\cdot10^4$ Дж/кг

теплота плавления льда	$3{,}3\cdot10^{5}$ Дж/кг
Нормальные условия давление 10^5 Па, температура 0°С	

Молярная масса			
азота	$28\cdot10^{-3}$ кг/моль	кислорода	$32\cdot10^{-3}$ кг/моль
аргона	$40\cdot10^{-3}$ кг/моль	лития	$6\cdot10^{-3}$ кг/моль
водорода	$2\cdot10^{-3}$ кг/моль	молибдена	$96\cdot10^{-3}$ кг/моль
воздуха	$29\cdot10^{-3}$ кг/моль	неона	$20\cdot10^{-3}$ кг/моль
гелия	$4\cdot10^{-3}$ кг/моль	глекислого газа	$44\cdot10^{-3}$ кг/моль

Десятичные приставки

Наименование	Обозначение	Множитель
гига	Г	10^{9}
мега	М	10^{6}
кило	к	10^{3}
гекто	г	10^{2}
деци	д	10^{-1}
санти	с	10^{-2}
милли	м	10^{-3}
микро	мк	10^{-6}
нано	н	10^{-9}
пико	п	10^{-12}
санти	с	10^{-2}

II. ***Рекомендации к решению задач и содержанию очёта по расчётно – графическому заданию.***

При решении задач необходимо:

- выполнить рисунок или начертить схему (если это требуется для решения);
- сопровождать применяемые формулы и законы пояснениями, мотивирующими решение;
- представить результат в общем виде, т.е. преобразовать выражение для определяемой величины так, чтобы в него входили лишь буквенные обозначения величин, заданных в условии задачи, и необходимые физические константы;
- проверить размерность полученного результата;
- выполнить необходимые вычисления и представить результат в Международной системе единиц;
- построить графики (если необходимо);
- сформулировать полный ответ в соответствии с вопросом задачи.

При выполнении расчётно-графических работ по общей физике рекомендуется оформить отчёт следующего содержания:

I. Титул в соответствии с требованиями вуза.

II. Задание в соответствии с вариантом.

III. Краткое теоретическое содержание:

1. Явление изучаемое в РГР.
2. Определение основных физических понятий, объектов, процессов и величин.
3. Законы и соотношения, описывающие изучаемые процессы.
4. Пояснение к физическим величинам, входящим в формулы, и единицы их измерения.

IV. Решение поставленных задач:

1. Рисунок (если необходимо для решения)
2. Обоснование применения законов, уравнений и соотношений, используемых при решении.
3. Вывод формул для определяемых физических величин.
4. Проверка размерности величин, полученных в результате решения.
5. Вычисления.

V. Графический материал:

1. Таблицы (если необходимо для построения графиков).
2. График полученной зависимости.

При этом следует указать аналитическое выражение функциональной зависимости, которую необходимо построить и на осях координат указать масштаб, физические величины и единицы измерения.

VI. Анализ и выводы по результатам работы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Калашников Н.П.* Основы физики. М.: Дрофа, 2004. Т. 1
2. *Савельев И.В.* Курс физики. М.: Наука, 1998. Т. 2.
3. *Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Курс физики. М.: Высшая школа, 2000.
4. *Иродов И.Е* Электромагнетизм. М.: Бином, 2006.
5. *Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Справочник по физике. М.: Наука, 1998.