

ЗАДАЧИ К ИНДИВИДУАЛЬНОМУ ДОМАШНЕМУ ЗАДАНИЮ №4

1. Маятник состоит из очень легкого стержня, на котором закреплены два одинаковых груза малых размеров: один на расстоянии 30 см от оси, другой на расстоянии 15 см от оси. Найти период колебаний маятника.

Ответ: 1.74 с

2. Определить период колебаний однородного шара около горизонтальной оси, проходящей через точку, отстоящую от центра шара на расстоянии 0.3 радиуса шара. Радиус шара 6 см.

Ответ: 0.63 с

3. На стержне длиной 1 м и диаметром 10 см, выполненном из материала плотностью $4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, симметрично относительно его середины на расстоянии 15 см друг от друга закреплены две одинаковые цилиндрические муфты длиной 10 см и диаметром 20 см каждая. Плотность материала муфт $7.8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Рассчитать момент инерции конструкции относительно оси, параллельной оси стержня и отстоящей от нее на 0.5 м. Как изменится момент инерции конструкции, если муфты сдвинуть вплотную к середине стержня?
4. Два одинаковых стержня длиной 1 м и диаметром 10 см, выполненные из стали (плотность стали $7.8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$), соединены так, что образуют букву Т. Найти моменты инерции системы относительно осей, совпадающих с осями стержней.
5. Какую работу нужно совершить, чтобы из состояния покоя раскрутить маховик до частоты вращения 120 об/мин. Массу маховика 500 кг можно считать распределенной по ободу диаметра 1.5 м? Трением пренебречь.

Ответ: 22,2 кДж

6. Шар массой $M = 0.3 \text{ кг}$ и радиусом $R = 10 \text{ см}$ соединен с горизонтальной осью вращения тонким стержнем длиной $l = 0.5 \text{ м}$ и массой $m = 0.1 \text{ кг}$. Стержень отклонили на угол 90° от вертикали и отпустили. Найти скорость центра шара в момент прохождения им положения равновесия.
7. Массивный цилиндр массой $M = 50 \text{ кг}$ и радиусом 10 см может вращаться вокруг горизонтальной оси, совпадающей с осью цилиндра. На цилиндр навит тонкий шнур к концу которого привязан груз массой $m = 2 \text{ кг}$. Груз опускается вниз, разматывая шнур. С каким ускорением движется груз? Массой шнура пренебречь.
8. Найдите ускорение центра шара, скатывающегося без скольжения по плоскости, наклоненной к горизонту под углом 45° .
9. Шар и цилиндр одинаковой массы и одинакового радиуса скатываются без скольжения с наклонной плоскости. Какое из тел скорее достигнет основания наклонной плоскости? Будет ли равно отношение скоростей центров этих тел у основания плоскости отношению времен движения?
10. Тонкий стержень длиной l может вращаться под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси, проходящей через одну из точек стержня перпендикулярно ему.

Стержень отклоняют до горизонтального положения и отпускают. Можно ли найти положение оси, при котором время движения стержня до положения равновесия будет минимальным? Если да, то найдите это положение.

11. Сплошной диск диаметром D может вращаться под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси, проходящей через одну из точек на диаметре диска перпендикулярно его плоскости. Диск отклоняют от положения равновесия на 90° и отпускают. Можно ли найти положение оси, при котором время движения диска до положения равновесия будет минимальным? Если да, то найдите это положение.
12. Массивный цилиндр радиусом 10 см может вращаться вокруг горизонтальной оси, совпадающей с осью цилиндра. На цилиндр навит тонкий шнур к концу которого привязан груз массой $m = 2$ кг. Груз опускают вниз, разматывая шнур. Найдите массу цилиндра, если груз за первую секунду своего движения прошел расстояние 1 м.
13. Шар и цилиндр одинаковой массы и одинакового радиуса начинают одновременно скатываться без скольжения с наклонной плоскости. Какое из тел скорее достигнет основания наклонной плоскости? Будет ли равно отношение скоростей центров этих тел у основания плоскости отношению времен движения?
14. Найдите ускорение центра однородного диска, скатывающегося без скольжения по плоскости, наклоненной к горизонту под углом 45° .
15. Массивный цилиндр массой $M = 50$ кг и радиусом 10 см может вращаться вокруг горизонтальной оси, совпадающей с осью цилиндра. На цилиндр навит длинный тонкий шнур. Шнур разматывают, прикладывая постоянную силу. Определите эту силу, если за 10 с цилиндр раскрутился до скорости 20 оборотов в минуту?
16. Обруч массой $M = 0.3$ кг и радиусом $R = 10$ см соединен с горизонтальной осью вращения тонким стержнем длиной $l = 0.5$ м и массой $m = 0.1$ кг. Плоскость обруча перпендикулярна оси вращения. Стержень отвели на угол 90° и отпустили. Найти скорость центра обруча в момент прохождения им положения равновесия.
17. Вывести формулу для расчета момента инерции однородного шара радиуса R и массы m относительно оси, проходящей через центр шара.

Ответ: $2mR^2/5$.

18. Прямой круглый однородный конус имеет массу m и радиус основания R . Вывести формулу для расчета момента инерции конуса относительно его оси.

Ответ: $3mR^2/10$.

19. Вывести формулу для расчета момента инерции полого цилиндра (обруча) массой m с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 относительно оси цилиндра.

Ответ: $I = m(R_1^2 + R_2^2) / 2$.

20. Вывести формулу для расчета момента инерции однородной тонкой прямоугольной пластинки массы m , длины a и ширины b относительно перпендикулярной к пластинке оси, проходящей через ее центр масс

б) через одну из вершин пластинки.

Ответ: $I_c = m(a^2 + b^2) / 12$

21. Диск массой m и радиусом R вращается вокруг своей оси, с угловой скоростью ω . Под действием внешней силы диск останавливается. Чему равна работа внешней силы?

Ответ: $A = -mR^2 \omega^2 / 4$.

22. На барабан массой $m_0 = 9$ кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 2$ кг. Найти ускорение a груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.

Ответ: 3 м/с^2 .

23. Диск массой $m = 2$ кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью $v = 4$ м/с. Найти кинетическую энергию диска.

Ответ: 24 Дж .

24. Обруч и диск одинаковой массы катятся без скольжения с одной и той же скоростью v . Кинетическая энергия обруча $E_{к1} = 39,2 \text{ Дж}$. Найти кинетическую энергию $E_{к2}$ диска.

Ответ: $29,4 \text{ Дж}$.

25. Найти линейные скорости v движения центров шара, диска и обруча, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости. Высота наклонной плоскости $h = 0,5$ м, начальная скорость всех $v_0 = 0$. Сравнить найденные скорости со скоростью тела, соскальзывающего с наклонной плоскости при отсутствии трения.

Ответ: $2,65 \text{ м/с}$, $2,56 \text{ м/с}$, $2,21 \text{ м/с}$, $3,13 \text{ м/с}$.

26. Однородному цилиндру сообщают начальный импульс, в результате чего он начинает катиться без скольжения вверх по наклонной плоскости со скоростью $v = 3 \text{ м/с}$. Плоскость образует с горизонтом угол 20° . На какую высоту поднимется цилиндр? Какую скорость имеет цилиндр в момент возвращения в исходное состояние?

Ответ: $0,69 \text{ м}$, 3 м/с .

27. Расположенный горизонтально однородный круглый цилиндр массы $m = 10$ кг вращается без трения вокруг своей оси под действием груза массы $m_1 = 1$ кг, прикрепленного к легкой нерастяжимой нити, намотанной на цилиндр. Найти кинетическую энергию системы, спустя $t = 3,53$ с после начала движения.

Ответ: 100 Дж .

28. Карандаш длиной $l = 15$ см, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую и линейную скорости будет иметь в конце падения середина карандаша. Считать, что трение настолько велико, что нижний конец карандаша не проскальзывает.

Ответ: 14 рад/с , $1,05 \text{ м/с}$.

29. Тонкий прямой стержень длиной 1 м прикреплен к горизонтальной оси, проходящей через его конец. Стержень отклонили на угол 60° от положения равновесия и отпустили. Определить линейную скорость нижнего конца стержня в момент прохождения положения равновесия.

Ответ: 3,84 м/с.

30. Обруч катится по горизонтальной дороге со скоростью 2 м/с. На какое максимальное расстояние обруч может вкатиться на горку с уклоном 10 м на каждые 100 м пути?

Ответ: 4 м.

31. Во сколько раз отличаются времена скатывания обруча и диска, имеющих одинаковую массу и радиус, с одной наклонной плоскости? Начальная скорость тел равна нулю.

Ответ: 1,15.

32. К ободу однородного диска радиуса 0,2 м с осью вращения, проходящей через центр диска, приложена постоянная касательная сила 98,1 Н. При вращении в оси диска действует момент сил трения 5 Н·м. Определить массу диска, если он вращается с угловым ускорением 100 рад/с².

Ответ: 7,4 кг.

33. Маховое колесо, имеющее момент инерции 245 кг·м², вращается, делая 20 об/с. Через 1 минуту после того, как на колесо перестал действовать вращающий момент, оно остановилось. Определить : 1) момент сил трения ; 2) число оборотов, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил.

Ответ: 1) 510 Н·м ; 2) 600 оборотов.

34. Диск и шар одинаковой массы и радиуса вкатываются на наклонную плоскость с одинаковой начальной скоростью. Как соотносятся максимальные высоты подъема этих тел?

Ответ: 30/28.

35. Однородный стержень длиной 85 см подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую минимальную скорость необходимо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?

Ответ: 7,1 м/с.

36. Шар скатывается без скольжения с наклонной плоскости, имеющей наклон к горизонту 30°. Определить ускорение центра тяжести.

Ответ: 3,5 м/с².

37. Сплошной маховик массой 20 кг и радиусом 120 мм вращается, совершая 600 об/мин. С какой силой нужно прижать к нему тормозную колодку, чтобы он остановился за 3 с, если коэффициент трения между колодкой и маховиком равен 0,1?

Ответ: 0,25 кН.

38. Маховик, момент инерции которого 40 кг·м², начал вращаться равноускоренно из состояния покоя под действием момента силы 20 Н·м. Равноускоренное движение продолжалось в течение 10 с. Определить кинетическую энергию, приобретенную маховиком.

Ответ: 500 Дж.

39. Какой путь пройдет катящийся без скольжения диск, поднимаясь вверх по наклонной плоскости с углом наклона 30° , если ему сообщена начальная скорость 7 м/с , параллельная наклонной плоскости?

Ответ: $7,5 \text{ м}$.

40. Стержень длиной $1,5 \text{ м}$ и массой 10 кг может вращаться вокруг неподвижной оси, проходящей через верхний конец. В середину стержня ударяет пуля массой 10 г , летящая в горизонтальном направлении со скоростью 500 м/с , и застревает в нем. На какой угол отклонится стержень после удара?

Ответ: $9^\circ 20'$.

41. Какую скорость приобретают сплошной и полый цилиндры, скатившись без скольжения с наклонной плоскости высотой 1 м ? Какую скорость имели бы эти цилиндры, соскальзывая с той же плоскости без трения?

Ответ: $3,6 \text{ м/с}$, $3,1 \text{ м/с}$, $4,4 \text{ м/с}$.

42. Кинетическая энергия вращающегося маховика 1 кДж . Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав 80 оборотов, остановился. Определить тормозящий момент.

Ответ: $2 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

43. Маховое колесо начинает вращаться с постоянным угловым ускорением $0,5 \text{ рад/с}^2$ и через 15 с после начала движения приобретает момент импульса $73,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$. Определить кинетическую энергию колеса через 20 с после начала движения.

Ответ : 490 Дж .

44. Стержень длиной $0,6 \text{ м}$ и массой $0,1 \text{ кг}$ может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, проходящей через его конец. К нижнему концу стержня прикреплен шар массой $0,2 \text{ кг}$ радиусом $0,1 \text{ м}$. Стержень отклонили на угол 90° от вертикали и отпустили. Определить максимальную угловую скорость стержня.

Ответ : $5,5 \text{ рад/с}$.

45. Однородный тонкий стержень длиной 20 см вертикально стоит на горизонтальной поверхности. Утратив равновесие, стержень начинает падать. Определить максимальную линейную скорость верхнего конца стержня. Начальную угловую скорость стержня принять равной нулю.

Ответ : $2,4 \text{ м/с}$.

46. Шар массой 1 кг катится без скольжения, ударяется о стенку и откатывается от нее. Скорость шара до удара 10 см/с , после удара 8 см/с . Определить количество тепла, выделившегося при ударе.

Ответ : $2,5 \text{ мДж}$.

47. На барабан намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 2 кг . Масса барабана 9 кг . Найти ускорение груза, считая барабан сплошным однородным цилиндром. Трением пренебречь.

Ответ : 3 м/с^2 .

48. На тяжелый барабан, вращающийся вокруг горизонтальной оси, намотан легкий гибкий шнур. По шнуру лезет вверх обезьяна массы M . Определить ее ускорение относительно шнура, если ее скорость относительно земли постоянна. Момент инерции барабана равен I , его радиус R .

Ответ: $a = mgR^2/I$

49. На сплошной цилиндр массой m намотана тонкая невесомая нить. Другой конец прикреплен к потолку лифта, движущегося вверх с ускорением a . Найти ускорение цилиндра относительно лифта и силу натяжения нити.

Ответ: $a_{\text{отн}} = (2/3)(g + a)$; $T = (1/3)m(g + a)$

50. Вращающийся с угловой скоростью ω_0 сплошной однородный цилиндр радиуса r ставится без начальной поступательной скорости у основания наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтальной плоскостью, и начинает вкатываться вверх. Определить время, в течение которого цилиндр достигнет наивысшего положения на наклонной плоскости.

Ответ: $t = r\omega_0/2g\sin\alpha$