

Задание 1. Вычислить приближенное значение интеграла $\int_{1,4}^{2,9} xe^x dx$ по формулам трапеций и Симпсона в Microsoft Excel (при числе разбиений промежутка интегрирования не менее 20). Оценить фактическую абсолютную и относительную погрешности вычисления интеграла. Получить значение интеграла в пакете MathCAD.

В отчете по выполнению задания привести:

- ✓ формулы трапеций и Симпсона, по которым производился расчет;
- ✓ график подынтегральной функции;
- ✓ таблички Microsoft Excel с вычислениями²;
- ✓ вид первообразной подынтегральной функции и точное значение интеграла;
- ✓ абсолютную и относительную погрешность приближенного значения интеграла;
- ✓ фрагмент листа MathCAD с решением.

ЗАДАНИЕ 2. Вычислить его приближенное значение интеграла $\int_{2,1}^{3,62} \frac{dx}{\sqrt{x^2-3}}$ с точностью $\epsilon=10^{-4}$

по формулам трапеций и Симпсона.

В отчете по выполнению задания привести:

- ✓ формулы трапеций и Симпсона, по которым производился расчет;
- ✓ формулы для определения необходимых значений деления отрезка интегрирования на части;
- ✓ определение необходимого числа разбиений;
- ✓ таблички Microsoft Excel с вычислениями;
- ✓ значение, полученное в пакете MathCAD.

ЗАДАНИЕ 3. Вычислить центр тяжести плоской фигуры (x_c, y_c) , ограниченной кривой $f(x) = x^2$, осью абсцисс и значениями $a=-2,15$, $b=1,69$ по формулам

$$x_c = \frac{1}{S} \int_a^b x \cdot f(x) dx, \quad y_c = \frac{1}{2 \cdot S} \int_a^b f(x)^2 dx, \quad \text{где } S = \int_a^b f(x) dx.$$

В отчете по выполнению задания привести:

- формулы, по которым производится расчет;
- таблички Microsoft Excel с решением;
- рисунок с изображением фигуры, центр тяжести которой определяется, и вычисленное положение центра тяжести;
- фрагмент листа MathCAD с решением.

ЗАДАНИЕ 4. Отделить корни нелинейного уравнения $2 \cdot \sin(x - 0,6) = 1,5 - x$ и найти приближенное значение корней с точностью 10^{-3} методами деления отрезка пополам, итерации, Ньютона в Microsoft Excel. Получить приближенное значение корней, используя надстройку Microsoft Excel «Подбор параметра». Получить решение в пакете MathCAD.

В отчете по выполнению задания привести:

- отделение корней уравнения;
- формулы, по которым производится расчет по каждому из методов;
- проверку сходимости метода итерации;
- таблички Microsoft Excel с решением каждым из методов;
- сопоставления необходимого числа итераций в каждом из методов;
- решение с помощью надстройки «Подбор параметра»;
- функцию пакета MathCAD для решения нелинейных уравнений *root, find*;
- фрагмент листа MathCAD с решением.

¹ При выполнении заданий рекомендуется использовать методические указания Программные продукты в математическом моделировании. Вычисление приближенного значения интеграла. Вычисление корней нелинейного уравнения. 2018. - 50 с.

Программные продукты в математическом моделировании. Интерполяция. Решение систем линейных алгебраических уравнений. 2014. - 51 с.

Программные продукты в математическом моделировании. Численное решение дифференциальных уравнений. 2014. - 52 с.

Программные продукты в математическом моделировании. Решение дифференциальных уравнений. Задача Коши. 2016. - 50 с.

² Таблички Microsoft Excel с вычислениями во всех задачах приводятся в режимах отображения чисел и формул с сеткой и заголовками строк и столбцов

³ Выполняется по особому заданию преподавателя

ЗАДАНИЕ 5. Функция $y(x)$ задана таблично

X	0,431	0,482	0,550	0,621	0,707	0,752
Y	-1,64597	-1,74234	-1,88686	-2,04345	-2,23846	-2,36973

Вычислить значение функции в точках $x=0,442; 0,503; 0,718$ и определить наибольшее из значений

В отчете по выполнению задания привести:

- формулы, по которым производится расчет;
- таблички Microsoft Excel;
- описание функции, реализующей интерполяционную задачу в MathCAD;
- фрагмент листа MathCAD с решением;
- ответ.

ЗАДАНИЕ 6. Вычислить приближенное решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 55 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 17 \cdot x_3 - 4 \cdot x_4 + 2 \cdot x_5 + 9 \cdot x_6 = 28 \\ 3 \cdot x_1 - 100 \cdot x_2 + 24 \cdot x_3 + 13 \cdot x_4 - 24 \cdot x_5 + 32 \cdot x_6 = 90 \\ x_1 + 2 \cdot x_2 - 10 \cdot x_3 - 4 \cdot x_4 - 5 \cdot x_5 = -2 \\ x_1 - x_3 + 20 \cdot x_4 - 6 \cdot x_5 + 12 \cdot x_6 = -5 \\ -2 \cdot x_1 + 15 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 - 7 \cdot x_4 + 158 \cdot x_5 = 10 \\ -2 \cdot x_1 + 15 \cdot x_2 + 13 \cdot x_3 - 4 \cdot x_4 - 14 \cdot x_5 + 31 \cdot x_6 = 39 \end{cases}$$

по методу простой итерации и методу Зейделя с

точностью 10^{-4} . Сопоставить необходимое число итераций, потребовавшееся для достижения заданной точности в Microsoft Excel. Найти решение в пакете MathCAD по методу Гаусса и методом итерации.

В отчете по выполнению задания привести:

- проверку сходимости метода простой итерации;
- формулы, по которым производится расчет методами простой итерации и Зейделя;
- таблички Microsoft Excel;
- результат сопоставления необходимого числа итераций в каждом из методов;
- описание функций MathCAD *lsolve*, *find* для решения СЛАУ;
- фрагмент листа MathCAD с решениями.

ЗАДАНИЕ 7. Найти решение системы линейных алгебраических уравнений с матрицей коэффициентов

$$\begin{cases} 8 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 = -5 \\ 3 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 = 10 \\ -0.5 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 - x_4 = 7 \\ x_3 - 13 \cdot x_4 + 2 \cdot x_5 = 5 \\ 2 \cdot x_4 - 8.5 \cdot x_5 + 3 \cdot x_6 = -1 \\ -3 \cdot x_5 + 10 \cdot x_6 + 4 \cdot x_7 = 6 \\ 2x_6 - 8 \cdot x_7 = 0 \end{cases}$$

методом прогонки. Вычислить (если возможно) приближенное решение системы по методу простой итерации.

можно) приближенное решение системы по методу простой итерации.

В отчете по выполнению задания привести:

- формулы, по которым производится расчет;
- таблички Microsoft Excel;
- функции *lsolve*, *find* MathCAD для решения СЛАУ;
- фрагмент листа MathCAD с решениями.

ЗАДАНИЕ 8. Найти точное и численное решения обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка $y' + 2 \cdot x \cdot y = 0$ на промежутке изменения аргумента $x \in [-1, 1.2]$ при начальном условии $y(-1) = 1,9$. Оценить погрешность.

В отчете привести:

- точное (аналитическое) решение уравнения;
- формулу Эйлера вычисления численного решения уравнения;
- численное решение по формуле Эйлера в Microsoft Excel;
- графики точного и численного решений в Microsoft Excel;
- максимальную погрешность численного решения;
- описание функции решения обыкновенного дифференциального уравнений *odesolve*;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *odesolve*.

Вариант 45

ЗАДАНИЕ 9. С помощью метода Рунге-Кутты получить численное решение обыкновенного дифференциального уравнения $y' = 0,2 \sin x - 1,25 \cdot e^{x^2} + 1$ удовлетворяющего условию $y(0,7)=1,8$ на промежутке изменения $x \in [0,7, 2,6]$. Сравнить с решением уравнения методом Эйлера.

В отчете привести:

- формулу Рунге-Кутты вычисления решения уравнения;
- решение по формулам Рунге-Кутты и Эйлера в Microsoft Excel в табличной и графической форме;
- максимальное расхождение результатов; **Инженерный корпус**
- описание функции решения обыкновенного дифференциального уравнений методом Рунге-Кутты *rkfixed*;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *rkfixed* и *odesolve*;
- сравнить решения.

ЗАДАНИЕ 10. Найти численное решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференци-

альных уравнений первого порядка $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y \end{cases}$ на промежутке изменения $t \in [0, 3]$, удовлетворяющее условиям $x(0)=0$ и $y(0)=-3$ в Microsoft Excel методом Эйлера.

В отчете привести:

- формулу Эйлера вычисления численного решения системы дифференциальных уравнений;
- численное решение по формуле Эйлера в Microsoft Excel;
- график численного решения в Microsoft Excel;
- описание функции решения обыкновенного дифференциального уравнений *rkfixed*;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *rkfixed*.

ЗАДАНИЕ 11. Найти численное решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка задания 10 в Microsoft Excel, используя формулы Рунге-Кутты.

В отчете привести:

- формулы Рунге-Кутты вычисления численного решения системы дифференциальных уравнений;
- численное решение по формулам Рунге-Кутты в Microsoft Excel;
- график численного решения в Microsoft Excel;
- сравнение с результатами решения по формуле Эйлера.

ЗАДАНИЕ 12. Тело массой $m=50$ кг начинает падать с высоты $H=50$ м. Вычислить время падения тела до земли с учетом сопротивления воздуха пропорциональным степени скорости падения $F_d = k \cdot v^c$ при $k=0,9, c=1$

В отчете привести:

- систему дифференциальных уравнений, описывающих падение тела;
- формулу Эйлера для вычисления численного решения системы дифференциальных уравнений первого порядка;
- численное решение системы уравнений по формуле Эйлера в Microsoft Excel;
- график решения;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *rkfixed*

ЗАДАНИЕ 13. Найти аналитическое и численное методом Эйлера решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка $2y'' - y' - y = 0$ с начальными условиями $y(1) = 0,56$ $y'(1) = -0,5$ на промежутке $x \in [1, 2,5]$. Оценить максимальную погрешность вычисления.

В отчете привести:

- аналитическое решение уравнения и показать как оно получено;
- формулу Эйлера вычисления численного решения уравнения второго порядка;
- решение уравнения по формуле Эйлера в Microsoft Excel
- графики точного и численного решений;
- максимальную погрешность – абсолютную и относительную;
- описание функций решения обыкновенного дифференциального уравнения *odesolve* и *rkfixed*;
- решения, полученные в пакете Mathcad с использованием функций *odesolve* и *rkfixed*.

⁴ Выполняется по особому заданию преподавателя

ЗАДАНИЕ 14⁵. Найти численное решение дифференциального уравнения задания 13 методом Рунге-Кутты

Вариант 45

В отчете привести:

- формулы Рунге-Кутты вычисления численного решения уравнения второго порядка;
- решение уравнения по формулам Рунге-Кутты в Microsoft Excel
- графики точного и численного решений;
- максимальную погрешность – абсолютную и относительную.

ЗАДАНИЕ 15 Найти численное решение краевой задачи первого рода $y(0) = 0, y(2.1) = 3.7$ обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка $y'' + 5sh(x) \cdot y = x$, на промежутке $x \in [0, 2.1]$, используя метод конечных разностей.

В отчете привести:

- конечно-разностные отношения для внутренних точек отрезка интегрирования;
- систему линейных алгебраических уравнений для решения в точках деления отрезка интегрирования;
- формулы метода прогонки;
- решение системы линейных алгебраических уравнений методами итерации и прогонки в Microsoft Excel в табличной и графической формах;
- решение методом прогонки, полученное в пакете Mathcad
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *odesolve*.

Вариант 45

ЗАДАНИЕ 16. Найти численное решение краевой задачи третьего рода $y'(0,8) = 1,5; 2 \cdot y(1,9) + y'(1,9) = -7.5$ обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка

$y'' + \frac{2 \cdot y'}{x} - 3 \cdot y = 2$ на промежутке $x \in [0.8, 1.9]$, используя метод конечных разностей.

В отчете привести:

- конечно-разностные отношения для внутренних точек отрезка интегрирования;
- систему линейных алгебраических уравнений для решения в точках деления отрезка интегрирования;
- формулы метода прогонки;
- решение системы линейных алгебраических уравнений методами итерации и прогонки в Microsoft Excel в табличной и графической формах;
- проверку полученного решения для любой внутренней точки промежутка;
- решение методом прогонки, полученное в пакете Mathcad

ЗАДАНИЕ 17. Найти численное решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial y^2} = 0$ в квадратной единичной области с сеткой $h=0,25$ при граничных условиях $U(x, y)_{x=0} = 25y, U(x, y)_{x=1} = 30\sqrt{y}(1-y)$ и $U(x, y)_{y=0} = 0, U(x, y)_{y=1} = 25(1-x^2)$, используя метод конечных разностей. Решение получить с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.

В отчете привести:

- конечно-разностные отношения для внутренних точек отрезка интегрирования;
- систему линейных алгебраических уравнений для решения в точках деления отрезка интегрирования;
- формулы метода простой итерации решения системы;
- решение системы линейных алгебраических уравнений методом итерации в Microsoft Excel в табличной и графической формах;
- решение методом итерации, полученное в пакете Mathcad;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *relax*;

⁵ Выполняется по особому заданию преподавателя