

2. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОГО УСТАНОВИВШЕГОСЯ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ

Прямолинейно-параллельным установившимся фильтрационным потоком считается такой поток, в котором траектории движения частиц жидкости совпадают с линиями токов, траектории параллельны, а скорости фильтрации во всех токах любого поперечного сечения (перпендикулярного линиям токов) равны друг другу. Законы движения вдоль всех траекторий такого фильтрационного потока одинаковы, и потому достаточно изучить движение вдоль одной из траекторий, которую можно принять за ось координат – ось X (рис. 2.1). Такой поток называется *одномерным*.

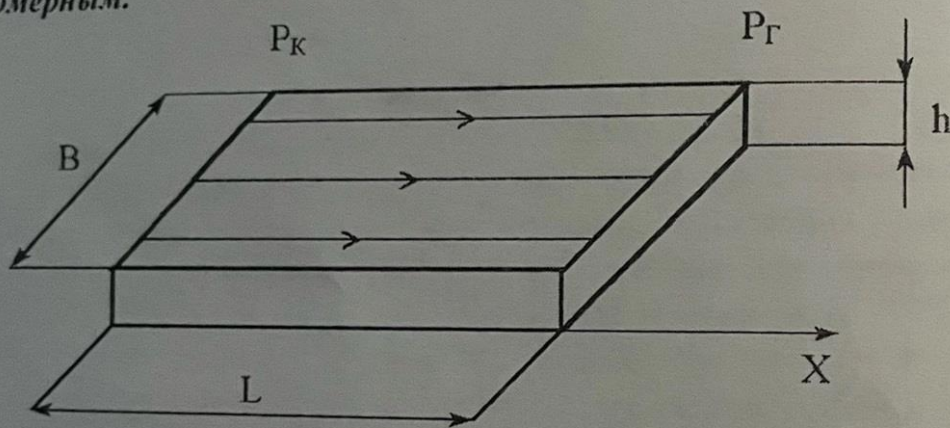


Рис. 2.1. Схема прямолинейно-параллельного фильтрационного потока в пласте

В лабораторных условиях прямолинейно-параллельный одномерный поток имеет место при движении жидкости или газа через цилиндрический керн или через трубку постоянного диаметра, заполненную пористой средой. Пласт, в котором имеет место прямолинейно-параллельный поток, можно схематизировать в виде прямоугольного параллелепипеда длиной L_K , шириной B и высотой h (толщина пласта) – рис. 2.1. Левая грань является контуром питания – здесь давление постоянное и равно P_K , правая грань является поверхностью стока (галерея) с давлением P_r . Все остальные грани непроницаемы. Подобная картина может

наблюдаться на отдельных участках пластов залежей нефти и газа при движении жидкости от нагнетательных скважин к эксплуатационным. Такие пласты часто называются *полосообразными*.

Исследование задач одномерного потока относится к классу краевых задач математической физики. Так, дифференциальное уравнение одномерной установившейся фильтрации прямолинейно-параллельной Дарси в однородной пористой среде имеет вид

$$\frac{d^2 P}{dx^2} = 0 \quad (2.1)$$

Интегрируя уравнение (2.1) при граничных условиях и параметрах пласта и флюида, получают закон распределения давления при установившейся фильтрации жидкости в *полосообразном пласте*

$$P_{(x)} = P_K - \frac{P_K - P_\Gamma}{L_K} x \quad (2.2)$$

где $P_{(x)}$ – давление в произвольной точке x пласта, Па (1 Па = 1 Н/м²); P_K и P_Γ – заданное давление на контуре питания и галерее соответственно, Па; L_K – длина пласта, м; x – координата точки пласта, отсчитываемая от контура питания, м.

Уравнение (2.2) показывает, что теоретическое распределение давления в пласте при установившейся фильтрации несжимаемой жидкости графически представляется в виде прямолинейного графика. Эта прямая называется *пьезометрической линией*.

Градиент давления (в Па/м) в этом случае определяется выражением

$$\text{grad } P = \frac{dP}{dx} = \frac{P_K - P_\Gamma}{L_K} \quad (2.3)$$

Скорость фильтрации (в м/с), согласно закону, Дарси равна

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dP}{dx} = \frac{k}{\mu} \frac{P_K - P_\Gamma}{L_K} \quad (2.4)$$

где k – коэффициент проницаемости пласта, м^2 ; μ – коэффициент динамической вязкости жидкости, $\text{Па}\cdot\text{с}$; ($\mu_{\text{воды}}^{20} = 1 \text{ мПа}\cdot\text{с}$).
 Дебит галереи (объемный расход жидкости в $\text{м}^3/\text{с}$) равен

$$Q = vF = \frac{kF}{\mu} \frac{P_K - P_\Gamma}{L_K} = \frac{kF}{\mu L_K} \Delta P \quad (2.5)$$

где $F = Bh$ – площадь поперечного сечения пласта (или площадь фильтрации), м^2 ; B – ширина пласта, м ; h – толщина пласта, м ; $\Delta P = P_K - P_\Gamma$ – депрессия на пласт, равная разности давлений на контуре питания и галерее, Па .

Закон движения жидких частиц определяется как

$$t = \frac{m}{\frac{k}{\mu} \frac{P_K - P_\Gamma}{L_K}} x = \frac{m\mu L_K}{k(P_K - P_\Gamma)} x \quad (2.6)$$

Средневзвешенное по объему порового пространства пластовое давление определяется как среднее арифметическое между давлением на контуре питания и на галерее:

$$\tilde{P} = \frac{P_K + P_\Gamma}{2} \quad (2.7)$$

Так как площадь фильтрации полосообразного пласта величина постоянная, то при установлении фильтрации несжимаемой жидкости расход жидкости одинаков через любое поперечное сечение пласта и скорость фильтрации также величина постоянная, не зависящая от координаты.

Скорость фильтрации связана с действительной средней скоростью движения жидкости W соотношением, $\text{м}/\text{с}$.

$$v = m \cdot W \quad (2.8)$$

где m – коэффициент пористости пласта; W – действительная средняя скорость движения жидкости, $\text{м}/\text{с}$.

Из (2.8) видно, что при прямолинейно-параллельной фильтрации несжимаемой жидкости скорость движения также не зависит от координаты. Скорость фильтрации, скорость движения и дебит галерей зависят от депрессии на пласт. Эта зависимость имеет линейный характер только при выполнении линейного закона

фильтрации Дарси, когда потери давления при движении флюидов в пористой среде с небольшими скоростями обусловлены проявлениями сил вязкости (сил трения).

Линейный закон фильтрации Дарси применим только в определенном диапазоне режимов фильтрации, т.е. необходимо выделить верхнюю и нижнюю границы применимости закона Дарси и соответствующие им две группы причин.

Верхняя граница применимости закона Дарси характеризуется некоторой *верхнекритической скоростью фильтрации* $v_{кр}^в$. При высоких скоростях фильтрации выше $v_{кр}^в$ закон Дарси нарушается из-за проявления сил инерции.

Нижняя граница характеризуется проявлением неньютоновских реологических свойств пластовых флюидов, их взаимодействием с твердым скелетом пористой среды при достаточно малых скоростях фильтрации, меньших некоторой *нижнекритической скорости фильтрации* $v_{кр}^н$ (рис. 2.2).

Зависимость скорости фильтрации от градиента давления (рис. 2.2) может использоваться для качественного установления вида закона фильтрации.

Нелинейные законы фильтрации при больших скоростях фильтрации, например, при фильтрации газа, наиболее часто описываются двучленной формулой, которая для прямолинейно-параллельного течения без учета сил тяжести имеет вид

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu}{k} v + \beta \frac{\rho}{\sqrt{K}} v^2 \quad (2.9)$$

где ρ – плотность жидкости или газа, кг/м³; β – константа пористой среды, связанная с микрошероховатостью и извилистостью поровых каналов, определяемая экспериментально, м.

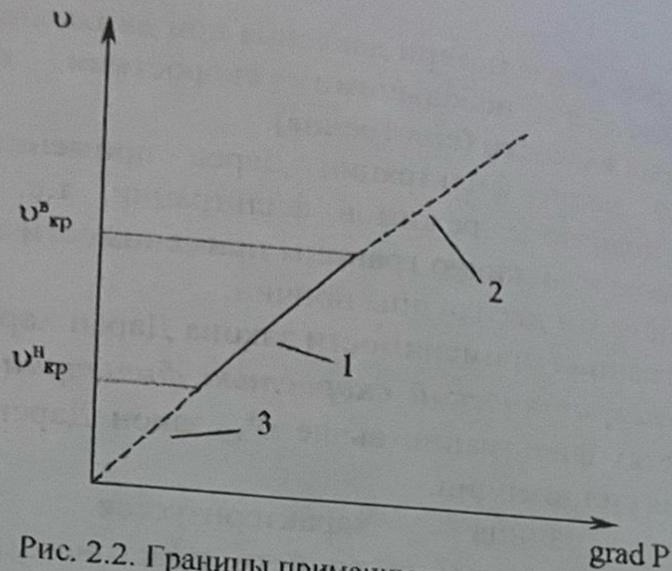


Рис. 2.2. Границы применимости закона Дарси:
 1 – $v^H_{кр} < v < v^B_{кр}$ – линейный закон Дарси; 2 – $v > v^B_{кр}$ – нелинейный закон, проявление сил инерции; 3 – $v < v^H_{кр}$ – нелинейный закон, проявление неньютоновских реологических свойств жидкости.

В уравнении (2.9) первое слагаемое в правой части учитывает потери давления из-за вязкости жидкости (трения), второе – за счет действия сил инерции, связанных с криволинейностью и извилистостью поровых каналов.

Закон Дарси является частным случаем двучленного закона фильтрации, когда вторым членом в (2.9) можно пренебречь.

Отметим, что нарушение линейного закона фильтрации еще не означает переход от ламинарного режима движения флюидов в пористой среде к турбулентному режиму.

Для характеристики закона движения флюидов в пористой среде по аналогии с трубной гидравликой используют безразмерный параметр – число Рейнольдса, которое по физическому смыслу представляет собой отношение сил инерции к силам вязкостного трения:

$$Re = \frac{vd\rho}{\mu} \quad (2.10)$$

где d – некоторый характерный линейный параметр пористой среды, м; v – характерная скорость, м/с; ρ – плотность жидкости, кг/м³; μ – коэффициент динамической вязкости жидкости, Па·с.

В.Н. Щелкачев в качестве характерной скорости взял скорость фильтрации, а линейный параметр принял равным

$$d = 10 \cdot m^{-2,3} \sqrt{k} \quad (2.11)$$

где k – проницаемость пористой среды; m – коэффициент пористости.

Таким образом, формула В.Н. Щелкачева для определения числа Рейнольдса имеет вид

$$Re = \frac{10 \nu \rho \sqrt{k}}{m^{2,3} \mu} \quad (2.12)$$

причем верхнекритические значения числа Рейнольдса $Re_{кр}^{\nu}$, соответствующие верхнекритическим значениям скорости фильтрации $\nu_{кр}^{\nu}$, лежат в интервале

$$0,032 \leq Re_{кр}^{\nu} \leq 14 \quad (2.13)$$

А для различных образцов пористых сред интервалы критических значений могут быть уменьшены и составляют:

- для однородной дроби – 13-14
- для однородного крупнозернистого песка – 3-10;
- для неоднородного мелкозернистого песка – 0,34-0,54;
- для цементированного песчаника – 0,05-1,4.

По М.Д. Миллионщикову верхнекритическое значение числа Рейнольдса определяется по формуле

$$Re_{кр}^{\nu} = \frac{\nu \rho \sqrt{k}}{m^{1,5} \mu} \quad (2.14)$$

а уточненные критические его значения лежат в пределах

$$0,0015 \leq Re_{кр}^{\nu} \leq 0,6 \quad (2.15)$$

Для оценки закона фильтрации в данном фильтрационном потоке вычисляют значение Re , например, по формуле (2.10), и сравнивают с $Re_{кр}^{\nu}$ (2.11). Если вычисленное значение $Re > 14$, то закон Дарси нарушен, если $Re < 0,032$, то закон Дарси справедлив. Достаточно широкий диапазон изменения $Re_{кр}^{\nu}$ объясняется тем, что два параметра – пористость и проницаемость – неоднозначно характеризуют микроструктуру порового пространства.

Область существования закона Дарси может также характеризоваться безразмерным параметром DA (Дарси), определяемым равенством

$$DA = \frac{\nu \mu L}{k \Delta P} \quad (2.16)$$

Закон Дарси справедлив для значений параметра Дарси:

$$DA = 1. \quad (2.17)$$

Нарушения линейного закона фильтрации Дарси при малых скоростях фильтрации характеризуются очень малыми значениями нижнекритических скоростей фильтрации $v_{кр}'' \approx 1,08 \cdot 10^{-6} \div 7,5 \cdot 10^{-6}$ м/с и нижнекритическими значениями числа Рейнольдса $Re_{кр}'' \approx 0,5 \cdot 10^{-6} \div 0,5 \cdot 10^{-5}$ (для фильтрации нефти в естественных кернах), $Re_{кр}'' \approx 0,5 \cdot 10^{-4} \div 0,9 \cdot 10^{-4}$ (фильтрация воды в искусственных кернах).

Нижняя граница справедливости закона Дарси связана с проявлением неньютоновских свойств пластовых флюидов, а также других физико-химических эффектов и определяется реологической моделью пластового флюида (например, модель фильтрации с предельным градиентом и др.).

Определение закона фильтрации жидкостей и газов имеет важное практическое значение, т.к. позволяет правильно рассчитывать дебиты нефтяных и газовых скважин, характер изменения пластовых давлений, определять параметры пласта по данным промысловых гидродинамических исследований скважин и т.д.

Порядок выполнения работы

Выполнение работы осуществляется в соответствии с индивидуальным вариантом задания, устанавливаемым преподавателем. Варианты заданий приведены в табл. 2.1.

1. При изучении характеристик рассматриваемого фильтрационного потока получить формулы и изобразить графически распределения давления, градиента давления и скорости фильтрации по длине линейного пласта при фильтрации несжимаемой жидкости (в соответствии с формулами (2.2-2.4)).

2. Объемный расход жидкости в потоке (дебит галереи), закон движения частиц жидкости и средневзвешенное по объему порового пространства пластовое давление определить по формулам (2.5-2.7). Дебит галереи выразить в $\text{м}^3/\text{с}$, $\text{м}^3/\text{сут}$ и $\text{т}/\text{сут}$.

3. Определить минимальную верхнекритическую скорость фильтрации жидкости, при которой нарушается закон Дарси. Для этого воспользоваться формулой В.Н. Щелкачева (2.12). Критическое значение числа Рейнольдса принять равным единице (т.е. $Re_{кр} = 1$). Сравнить полученное значение верхнекритической скорости фильтрации жидкости с полученным ранее значением скорости фильтрации.

4. Провести анализ и оценку полученных результатов и сделать выводы.

Исходные данные для расчетов

Таблица 2.1

Номер варианта	P_k , МПа	P_r , МПа	L_k , км	k , мкм ²	μ , МПа·с	B , м	h , м	ρ , кг/м ³	m , %
1	10,0	7,5	10,0	1,0	1,0	100	10	1000	20
2	9,8	7,3	9,5	0,9	1,5	120	9	995	19
3	9,6	7,1	9,0	0,8	2,0	140	8	990	18
4	9,4	6,9	8,5	0,7	2,5	160	7	985	17
5	9,2	6,7	8,0	0,6	3,0	180	6	980	16
6	9,0	6,5	7,5	0,5	3,5	200	5	975	15
7	8,8	6,3	7,0	0,4	4,0	180	4	970	16
8	8,6	6,1	6,5	0,3	4,5	160	3	965	17
9	8,4	5,9	6,0	0,2	5,0	140	2	960	18
10	8,2	5,7	5,5	0,1	5,5	120	1	955	19
11	8,5	6,0	6,0	1,0	5,0	100	2	950	20
12	8,7	6,2	6,5	0,9	4,5	150	3	945	21
13	8,9	6,4	7,0	0,8	4,0	200	4	940	22
14	9,1	6,6	7,5	0,7	3,5	180	5	935	23
15	9,3	6,8	8,0	0,6	3,0	160	6	930	24
16	9,5	7,0	8,5	0,5	2,5	140	7	925	25
17	9,7	7,2	9,0	0,4	2,0	120	8	920	24
18	9,9	7,4	9,5	0,3	1,5	100	9	915	23
19	10,0	7,5	10,0	0,2	1,0	120	10	910	22
20	9,8	7,3	10,0	0,1	2,0	140	12	905	21
21	9,6	7,1	9,5	1,0	3,0	160	14	900	20
22	9,4	6,9	9,0	0,9	4,0	180	16	895	19
23	9,2	6,7	8,5	0,8	5,0	200	18	890	18
24	9,0	6,5	8,0	0,7	6,0	150	20	885	17
25	8,8	6,3	7,5	0,6	7,0	100	18	880	16
26	8,6	6,1	7,0	0,5	8,0	120	16	875	15
27	8,4	5,9	6,5	0,4	9,0	140	14	870	16
28	8,2	5,7	6,0	0,3	8,0	160	12	865	17
29	8,5	6,0	5,5	0,2	7,0	180	10	860	18
30	8,7	6,2	6,0	0,1	6,0	200	8	855	19