

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СВЕТА

Интерференция – явление перераспределения энергии переносимой волной в результате сложения или наложения колебаний от двух или нескольких когерентных дискретных источников.

Когерентность – согласованное протекание в пространстве и во времени нескольких колебательных или волновых процессов.

Длина волны – расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний.

Кольца Ньютона – классический пример полос равной толщины. Наблюдаются при отражении света от плоскопараллельной толстой стеклянной пластинки, соприкасающейся с плоско-выпуклой линзой с большим радиусом кривизны.

Интенсивность света – модуль среднего во времени значения плотности потока энергии, переносимой световой волной.

$$I = |\langle \vec{E}\vec{H} \rangle|$$

Мгновенное значение проекции вектора напряжённости на границе раздела двух сред:

$$E_x' = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \cdot E_x$$

где \vec{E}, \vec{H} – соответственно напряжённость электрического и магнитного поля; E_x – проекция вектора напряжённости электрического поля в падающей волне; E_x' – проекция вектора напряжённости электрического поля в отраженной волне.

Оптическая длина пути световой волны

$$L = n \cdot l \text{ или } L = \int n dl$$

Абсолютный показатель преломления среды

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

Оптическая разность хода двух световых волн

6

Радиусы темных и светлых колец Ньютона в отраженном свете или светлых и темных в проходящем свете

$$r_k = \sqrt{Rk\lambda_0}, \quad r_k = \sqrt{(2k-1)R(\lambda_0/2)}$$

где k – номер кольца; R – радиус кривизны поверхности линзы.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СВЕТА

Пример 1. На вершине сферической поверхности плоско-выпуклой стеклянной линзы, находящейся в вакууме, имеется сошлифованный плоский участок радиуса $r_0 = 4$ мм. Плоский участок соприкасается со стеклянной пластинкой. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы $R = 155$ см.

Найти радиус темного кольца номер $k = 9$ при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 780$ нм.

Дано: $K=9, \lambda=780$ нм, $R = 155$ см. **Найти:** r_k .

Решение

В соответствии с условием задачи на рис. 1 представлен ход лучей через линзу и основные параметры.

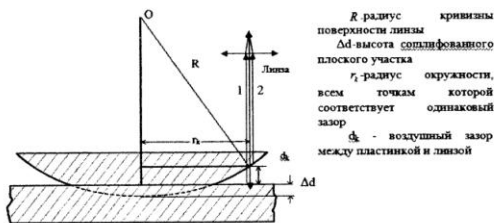


Рис. 1

R – радиус кривизны поверхности линзы
 Δd – высота сошлифованного плоского участка
 r_0 – радиус окружности, в всем точкам которой соответствует одинаковый зазор
 d – воздушный зазор между пластинкой и линзой

8

$$\Delta = L_2 - L_1 = n_2 l_2 - n_1 l_1$$

Скорость света в среде

$$v = \frac{c}{n}$$

где l – геометрическая длина пути световой волны в среде; c – скорость света в вакууме; λ_0, λ – длина волны в вакууме и в среде соответственно.

Условие максимумов и минимумов интенсивности света при интерференции для оптической разности хода

$$\Delta_{\max} = \pm k\lambda_0, \quad \Delta_{\min} = \pm(2k+1)\frac{\lambda_0}{2} \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Координаты максимумов интенсивности света на экране

$$x_k = \pm \frac{l}{d} \cdot k\lambda_0, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Координаты минимумов интенсивности света на экране

$$x_k = \pm(k + \frac{1}{2}) \cdot \frac{l}{d} \cdot \lambda_0, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Расстояние между центрами соседних максимумов (минимумов) или ширина интерференционной полосы

$$\Delta x = \frac{l}{d} \cdot \lambda_0$$

Разность фаз колебаний

$$\delta = \frac{2\pi \cdot \Delta}{\lambda_0}$$

Оптическая разность хода световых волн отраженных от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пластины или пленки

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2}$$

где d – толщина пластинки, α – угол падения.

7

По условию задачи требуется найти радиус темного кольца.

Темному кольцу соответствует условие интерференционного минимума, т.е. оптическая разность хода отраженных интерферирующих волн должна быть равна нечетному числу половине длины волны:

$$\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (1)$$

По своему определению оптическая разность хода выражается следующей формулой:

$$\Delta = L_2 - L_1 = l_2 n_2 - l_1 n_1 \quad (2)$$

С другой стороны (из рисунка 1) оптическая разность хода световых волн равна

$$\Delta = 2d_1 n \quad (3)$$

Кроме оптической разности хода Δ необходимо учесть возможность изменения фазы волны при отражении. Для этого найдем соотношение между фазами падающей и отраженной волн.

Из формулы для проекции вектора напряженности электрического поля в отраженной волне $E_x' = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \cdot E_x$ следует:

если $n_2 < n_1$, то знак E_x' совпадает со знаком E_x , и колебания в падающей и отраженной волне происходят на границе раздела двух сред в одинаковой фазе, то есть фаза волны при отражении не изменяется;

если $n_2 > n_1$, то знак E_x' противоположен знаку E_x , колебания в падающей и отраженной волнах происходят на границе раздела двух сред в противофазе, при этом фаза волны при отражении изменяется скачком на π .

Таким образом, при отражении световой волны от границы раздела среды, оптически менее плотной, со средой, оптически более плотной, фаза колебания вектора \vec{E} претерпевает изменение на π .

Так как показатель преломления стекла ($n_1 = 1,75$) больше показателя преломления воздуха ($n_2 = 1,00029$), то при отражении

9

на выпуклой границе раздела линза - воздух (первый отражённый луч) изменение фазы колебаний не происходит. В случае отражения на границе воздух - пластинка (второй отражённый луч) происходит изменение фазы на π .

При возникновении дополнительной разности фаз её необходимо учитывать. Учитывая связь между разностью фаз и разностью хода лучей $\delta = \frac{2\pi \cdot \Delta}{\lambda_0}$, соответственно разность фаз колебаний станет

$$\delta + \pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta + \pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\Delta + \frac{\lambda_0}{2} \right) \quad (4)$$

Таким образом, из выражения (4) видно, что оптическая разность хода изменяется, получив дополнительно половину длины волны в вакууме, $\Delta_{\text{эф}} = \frac{\lambda_0}{2}$.

К оптической разности хода двух лучей в отражённой волне (формула 3) необходимо добавить полученную половину длины волны в вакууме.

В результате оптическая разность хода световых волн будет равна

$$\Delta = 2d_k n + \frac{\lambda_0}{2} \quad (5)$$

Приравняв выражение (1) и (5), получим:

$$(2k+1) \frac{\lambda_0}{2} = 2d_k n + \frac{\lambda_0}{2} \quad (6)$$

Из геометрических соображений (рис. 1):

$$R^2 = r_k^2 + (R-d-\Delta d)^2$$

Раскрывая скобки и учитывая, что $d \ll R$ и $\Delta d \ll R$, величинами d^2 и Δd^2 можно пренебречь.

$$\text{Тогда } R^2 = r_k^2 + R^2 - 2Rd - 2R\Delta d$$

10

Продолжение таблицы 2.

Вариант	d		Δh		λ_0	k	Изменяемый параметр
	мм	нм	мм	мкм			
12	0,8	1,55	0,577	0,38	13	n	
13	0,7	1,9	0,56	0,688	1	α	
14	0,45	2,25	0,188	0,37	3	d	
15	1	2,42	0,35	0,7	4	n	
16	0,4	2,38	0,144	0,4	1	α	
17	0,9	1,79	0,34	0,3	6	d	
18	0,6	1,55	0,37	0,5	7	n	
19	0,7	2,4	0,361	0,416	5	α	
20	0,2	1,68	0,133	0,423	6	d	
21	1,3	1,77	0,39	0,54	10	n	
22	0,8	1,54	0,671	0,43	11	α	
23	0,4	1,58	0,25	0,65	9	d	
24	0,78	1,30	0,575	0,33	10	n	
25	1	2,8	0,44	0,495	1	α	
26	0,6	1,66	0,38	0,46	3	d	
27	0,3	1,33	0,199	0,45	4	n	

Расчётно-графическая работа 2

Тема: кольца Ньютона

Задание 2.1.

Формулировка задания

На вершине сферической поверхности плоско-выпуклой стеклянной линзы имеется сошлифованный плоский участок высотой h , которым она соприкасается со стеклянной пластинкой. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы R .

Изобразить ход интерферирующих лучей.

Найти радиус тёмного кольца номер k при наблюдении в отражённом (варианты 1 - 10) или проходящем (варианты 11 - 20) свете с длиной волны λ .

Построить график зависимости радиуса кольца от высоты и радиуса сошлифованного участка.

14

$$\text{Отсюда } 2d_k = \frac{r_k^2 - 2R\Delta d}{R} \quad (7)$$

Из рисунка 1 также следует

$$R^2 = (R - \Delta d)^2 + r_0^2$$

$$\text{Отсюда } \Delta d = \frac{r_0^2}{2R} \quad (8)$$

Здесь r_0 – радиус сошлифованного участка.

Используя формулу (8) а также подставляя (7) в формулу (6), получим

$$2d_k = \frac{r_k^2 - r_0^2}{R} \quad \text{и} \quad (2k+1) \frac{\lambda_0}{2} = \frac{r_k^2 - r_0^2}{R} n + \frac{\lambda_0}{2}$$

Длина световой волны в среде с показателем преломления n связана с длиной волны в вакууме соотношением

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad (9)$$

Разрешив получившееся уравнение относительно r_k с учётом (9), найдем радиус тёмных колец Ньютона в отражённом свете

$$r_k = \sqrt{k \cdot R \cdot \lambda + r_0^2} \quad (10)$$

В результате выражение для радиуса тёмных колец Ньютона

$$r_k = \sqrt{k \cdot R \cdot \lambda + r_0^2}$$

Проверка размерности:

$$[r_k] = \sqrt{i \cdot i + i^2} = \sqrt{i^2} = i$$

Вычисления:

При $k = 9, \lambda = 780 \text{ нм}, R = 155 \text{ см}$,

$$r_k = \sqrt{kR\lambda n + r_0^2} = \sqrt{9 \cdot 7,8 \cdot 10^{-7} \cdot 155 \cdot 10^{-2} + (4 \cdot 10^{-3})^2} = 5,18 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

При любом k радиус тёмных колец Ньютона

$$r_k = \sqrt{12,1 \cdot 10^{-7} k + r_0^2}$$

Ответ: радиус тёмного кольца с номером $k = 9$ при наблюдении в отражённом свете равен $5,18 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

11

Таблица 3.

Значения параметров по вариантам					
Вариант	λ		R		k
	В отражённом свете	В проходящем свете	мм	см	
1	11	400	2	120	6
2	12	450	1,3	150	2
3	13	500	1,4	155	8
4	14	525	1,5	100	5
5	15	555	1	120	6
6	16	650	0,5	100	3
7	17	655	1	150	4
8	18	700	1,5	130	5
9	19	750	1,2	130	7
10	20	780	2	155	9

Задание 2.2

Формулировка задания

На установку для наблюдения колец Ньютона падает монохроматическое излучение. Между линзой с показателем преломления n_1 и прозрачной пластинкой с показателем преломления n_2 находится слой вещества с показателем преломления n . Наблюдение ведется в отраженном или проходящем свете.

В задании использованы следующие обозначения: R – радиус кривизны линзы, r_k – радиус интерференционного кольца Ньютона с номером k , d_k – толщина прослойки между линзой и пластиной в месте наблюдения тёмного или светлого кольца с номером k .

Для каждого варианта сформулировать и записать текст задания, изобразить ход интерферирующих лучей, вывести выражение для разности хода между ними, определить численные значения параметров, отмеченных знаком вопроса.

15

Таблица 4.

Значения параметров по вариантам											
№	n_1	n_2	n	R	k	r_k	l	r_{k-r_1}	λ	k	d_k
Темные кольца в отраженном свете											
1	1,5	1,5	1,00	1	5	?	-	-	650	5	?
2	1,54	1,7	1,66	3	4	?	-	-	?	2	440
3	1,48	1,52	1,00	4	19	?	-	-	400	19	?
Темные кольца в проходящем свете											
4	1,39	1,46	1,63	?	18	-	13	0,8	550	18	?
5	1,4	1,48	1,43	5	21	-	17	0,51	?	17	?
6	1,65	1,65	1,00	?	15	15	-	-	590	15	?
7	1,52	1,52	1,63	?	?	5	-	-	486	к	675
8	1,38	1,47	1,4	2	10	?	-	-	750	10	?
9	1,7	1,7	1,00	?	8	-	5	1,2	365	5	?
10	1,5	1,5	1,60	?	17	-	12	0,37	500	17	?
11	1,52	1,8	1,63	?	20	-	15	0,3	530	15	?
12	1,54	1,47	?	1,3	18	2,48	-	-	400	18	?
13	1,5	1,8	1,6	1	9	?	-	-	600	9	?
14	1,7	1,52	1,63	1,7	16	?	-	-	610	15	?
Светлые кольца в отраженном свете											
15	1,47	1,53	1,6	?	6	3,1	-	-	400	6	?
16	1,62	1,72	1,00	?	18	-	10	2,34	546	10	?
17	1,5	1,8	1,6	1,2	13	?	-	-	590	13	?
18	1,8	1,52	1,63	2,5	11	?	-	-	620	11	?
19	1,5	1,52	?	1,2	13	2,57	-	-	585	13	?
Темные кольца в отраженном свете, $n < n_1$ и $n < n_2$											
20	1,53	1,53	?	1	12	2,27	-	-	600	12	?
Темные кольца в отраженном свете, $n > n_1$ и $n > n_2$											
21	1,52	1,52	?	1,65	9	2	-	-	486	9	?
Светлые кольца в отраженном свете, $n > n_1$ и $n > n_2$											
22	1,62	1,62	?	3	16	?	-	-	600	16	2880
Светлые кольца в проходящем свете, $n < n_1$ и $n < n_2$											
23	1,65	1,65	?	2,8	10	?	-	-	590	6	1240
24	1,5	1,52	?	0,8	10	2,01	-	-	600	16	?
Светлые кольца в проходящем свете, $n > n_1$ и $n > n_2$											
25	1,52	1,5	?	14	12	?	-	-	590	12	2170

ПРИЛОЖЕНИЯ

Справочные таблицы

Таблица 5.

Основные величины, их обозначение и единицы величин в СИ				
Величина	Размерность	Наименование	Единица	
			Обозначение	международное
Длина	L	метр	<i>m</i>	<i>м</i>
Время	T	секунда	<i>s</i>	<i>с</i>
Масса	m	килограмм	<i>kg</i>	<i>кг</i>
Сила электрического тока	I	Ампер	<i>A</i>	<i>А</i>
Термодинамическая температура	Θ	Кельвин	<i>K</i>	<i>К</i>
Количество вещества	N	моль	<i>mol</i>	<i>моль</i>
Сила света	J	кандела	<i>cd</i>	<i>кд</i>

Таблица 6.

Множители, приставки для образования десятичных и кратных единиц.

Множитель	Приставка	
	Наименование	Обозначение
10^{12}	Тера	T
10^9	Гига	G
10^6	Мега	M
10^3	Кило	k
10^1	Деци	d
10^{-2}	Санتي	c
10^{-3}	Милли	m
10^{-6}	Микро	mk
10^{-9}	Нано	n
10^{-12}	Пико	p