Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра информатики и компьютерных технологий

ИНФОРМАТИКА
РАБОТА В ПАКЕТЕ MATHCAD. ЧАСТЬ 1.

Методические указания по выполнению лабораторных работ для студентов всех специальностей

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2020

УДК 004.67(076)

ИНФОРМАТИКА РАБОТА В ПАКЕТЕ MATHCAD. ЧАСТЬ 1. Методические указания по выполнению лабораторных работ для студентов всех специальностей / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: Г.Н. Журов, Л.Г Муста, Т. Р. Косовцева, СПб, 2020, 42 с.

В методических указаниях представлены лабораторные работы с вариантами заданий, вырабатывающие навыки работы с системой компьютерной математики Mathcad. Рассмотрены примеры выполнения.

Методические указания предназначены для студентов всех специальностей.

Научный редактор доц. *А.Б. Маховиков*

Табл. 7. Ил. 25. Библиогр. 3.

ВВЕДЕНИЕ

При использовании вычислительной техники встаёт проблема реализации алгоритмов решения различных задач. Для этого в разные годы использовалось программирование в машинных кодах, затем программирование на языках высокого уровня. В любом случае разработка программ требует и соответствующей подготовки, и большого количества времени. Поэтому большую популярность приобрели появившиеся в 90-е годы прошлого века системы компьютерной математики или математические пакеты.

Mathcad является мощной системой компьютерной математики, сочетающей в себе визуально ориентированный входной язык, удобный редактор текста и формул, численный и символьный процессоры. Пакет достаточно прост в изучении, а наличие большого числа электронных книг и «быстрых шпаргалок» существенно упрощают его применение для решения конкретных научно-инженерных задач.

Одна из сильных сторон MathCAD - это представление и ввод математических символов и выражений в привычной форме. Так интеграл в документе MathCAD выглядит как интеграл и не должен описываться некоторым ключевым словом.

Основные возможности системы MathCAD.

- Выполнение простых вычислений (большой калькулятор);
- Выполнение сложных вычислений, заменяющих компьютерные программы (решение алгебраических уравнений и систем, дифференциальных уравнений);
- Создание программных модулей с использованием таких управляющих структур, как ветвление, циклы, подпрограммы и т.д.
- Определение значения выражений, заданных в символьном виде (производные, интегралы и др.)
- Построение графиков различных типов в разных системах координат;
- Создание качественно оформленных документов (возможность ввода комментариев, вставки рисунков).

Полученные в ходе выполнения лабораторных работ навыки позволят в дальнейшем использовать их в курсовых и дипломных работах, а также в практической деятельности.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

Линейные вычисления в математическом пакете MathCad

Теоретические сведения

В MatCad-документе курсор ввода имеет вид красного крестика. Этот крестик указывает, в каком месте рабочего листа будет произведено следующее действие. Установив указатель мыши в нужном месте документа и выполнив щелчок, вы перемещаете туда крестик (можно использовать стрелки, а не мышь). Указатель в виде крестика может принимать другие формы.

Присваивание переменным значений

Обычные переменные отличаются от системных тем, что они должны быть предварительно определены пользователем. В качестве оператора присваивания используется знак **:=**. Если переменной присваивается начальное значение с помощью оператора **:=**, такое присваивание называется локальным.

С помощью знака ≡ (три горизонтальные чёрточки, вводится клавишей **[~]** (тильда)) можно обеспечить глобальное присваивание, то есть оно может производиться в любом месте документа.

Для вывода результата или для контроля значений переменных используется обычный знак равенства = (если выводится численный результат) или знак символьного равенства **->** (стрелка), если вычисления производятся в символьном виде.

Встроенные функции

Mathcad имеет множество встроенных функций, которые обладают особым свойством: в ответ на обращение к ним по имени с указанием аргумента они возвращают некоторое значение – символьное, числовое, вектор или матрицу. В систему встроен ряд функций, например функция вычисления синуса sin (x) аргумента x, логарифма ln (x) и т.д.

Пример: Вычислить $y = \dfrac{cos^2(x)+1}{sin(x^2)}$ $\quad$ *при* x = 0,25

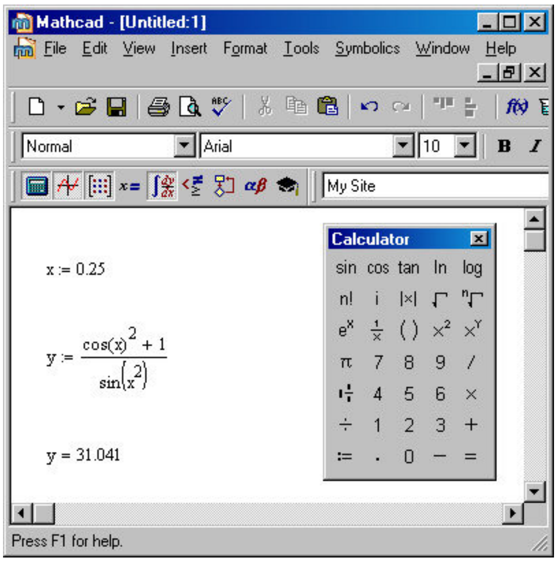


Рис.1 Пример простейших вычислений

Варианты заданий:

Вариант 1

1. $z = \dfrac{7{,}2 \cdot \ln\left|x-1\right| - e^{t-1}}{x^{2,4} - t^2}; \quad x = 0{,}58; \quad t = 0{,}3$

2. $z = \sqrt{0{,}45 + x^3} + \left(x^2 - 1\right)^2; \quad x = 3{,}8$

3. $z = \dfrac{\sin^3(\alpha^2 + \beta)}{\cos(2{,}8 \cdot \gamma + \alpha)}; \quad \alpha = \dfrac{\pi}{4}; \quad \beta = 0{,}4; \quad \gamma = \dfrac{\pi}{8}$

4. $z = u + v;\ где\ \ u = \dfrac{\sqrt[3]{x^3 + 2}}{0{,}5 \cdot (x^2 + 1)} \sin 3x;$

   $v = (1-y)^2 / (1 - \cos^2 y); \quad x = 7{,}3; \quad y = 0{,}3$

5. $l = k^{m-1} + \ln(x^3 - y) + \dfrac{\sqrt[3]{x+y}}{ctg(z+1)}; \quad k = 3; \quad m = 3; \quad x = 4{,}7; \quad y = 5{,}8; \quad z = 4{,}9$

Вариант 2

1. $z = 2{,}58\left(x^3 - 1\right) - \ln\left(x^2 + 3\right); \ , x = 5{,}1$

2. $z = \dfrac{e^{2x} - e^t}{\lg|x^3 - t|}; \quad x = 1{,}3; \quad t = 6{,}2$

3. $z=\dfrac{\cos\left(\alpha^2+\beta\right)-\sin\alpha}{tg\left(\pi+\alpha\right)}$; $\alpha=0{,}3$; $\beta=2{,}1$
4. $z=uv$; *где* $u=\sqrt{x^3-a^3}+a$; $v=\ln|x-a|\,8{,}055$; $x=0{,}2$; $a=2{,}72$
5. $l=m^{k+1}-tg\left(k+1{,}8\right)-1\Big/\sqrt{x-1}$; $m=3$; $k=2$; $x=1{,}56$

Вариант 3

1. $z=0{,}082\cdot x^3+e^{x+1}$; $x=1{,}53$
2. $z=\left|\lg\left(y^3+7{,}51\right)-y\right|/\left|y-8{,}08\right|$; $y=6{,}22$
3. $z=tg(x^2+y^3)/\left[\cos^2\left(x^2+y\right)-\cos x\right]$; $x=\pi/3$; $y=0{,}2$
4. $z=uA$; *где* $u=\lg^2\left(x-1\right)$; $A=9{,}5\,(y^{0,3}-e^x)$; $x=5{,}85$; $y=21{,}3$
5. $l=k^{n+2}-tg\left(\cos(x+y)\right)$; $k=2$; $n=1$; $x=0{,}33$; $y=\pi/4$

Вариант 4

1. $z=x^{1/2}+(3{,}37\cdot x+2{,}03)^2$; $x=2{,}8$
2. $z=\dfrac{\cos(w-1)+\ln(w^2+3)}{0{,}58\cdot t}$; $w=2{,}65$; $t=2{,}7$
3. $z=\dfrac{tg^2(\alpha-\beta)+\cos^2\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$; $\alpha=\dfrac{\pi}{3}$; $\beta=0{,}2$
4. $z=u\cdot t$, *где* $u=\sqrt{\left|x^{1/3}-a^{1/2}\right|}$; $t=\ln(a^{1/2}+e^x)$; $x=15{,}73$; $a=4{,}25$
5. $y=h^{v-f}+\sin^2(v+f)-\dfrac{\sqrt{v}}{\ln f}$; $h=3$; $v=2{,}5$; $f=2$

Вариант 5

1. $z=x^{1/2}+(3{,}4\cdot x+12{,}3)^2$; $x=12{,}8$
2. $\dfrac{\sin(x-1)+\lg(x^2-1)}{0{,}51t}$; $x=3{,}25$; $t=2{,}02$
3. $z=\dfrac{tg(\alpha-\beta)+\cos^2\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$; $\alpha=\dfrac{\pi}{3}$; $\beta=0{,}05$
4. $z=u\cdot t$, *где* $u=\sqrt{\left|x^{1/3}-a^{1/2}\right|}$; $t=\ln(a^{1/2}+x^{1/3})$; $x=18{,}08$; $a=11{,}75$
5. $l=k^{m-n}+\cos^2(m+n\cdot x)-\dfrac{\sqrt{m}}{\log_2 n}$; $k=3$; $m=5$; $n=2$; $x=2{,}3$

Вариант 6

1. $z=2.198x^2-(x^{\frac{1}{2}}+1)^2$; $x=3.75$

2. $z=\frac{\cos x^2-\sin^2 y}{\cos y^2-\sin x}$; $x=0{,}51$; $y=0{,}2$

3. $z=\frac{\cos|\alpha+\beta|}{\sin\gamma+\cos\alpha+tg\beta}$; $\alpha=\frac{\pi}{6}$; $\beta=0{,}2$; $\gamma=0{,}4$

4. $z=u\cdot v$; *где* $u=\sqrt{x^3-a^3}+a$; $v=6{,}5\cdot\ln|x-a|$; $x=0{,}2$; $a=2{,}72$

5. $l=m^{k-1}-ctg(m-k)-\frac{1}{\sqrt{x-1}}$; $m=3$; $k=2$; $x=1{,}41$

Вариант 7

1. $z=0{,}65(x^2-2)+x^{1/3}$; $x=13{,}58$
2. $z=(e^{x-1{,}2}+e^{1{,}2+x})/\ln(0{,}1\,t)$; $\mathrm{t}=53{,}5$; $\mathrm{x}=2{,}5$
3. $z=\left[\cos^2\alpha+\frac{\sin\alpha}{\cos(\alpha-\beta)}\right]\div\sin^2(\alpha-\beta)$; $\alpha=\frac{\pi}{3}$; $\beta=\frac{\pi}{8}$
4. $z=u\cdot y$; *где* $u=\left|\ln\left|c^2-7{,}25\right|\right|$; $c=2{,}1$; $y=\sqrt{a-b}\cdot\cos\frac{a}{b}$; $a=1{,}1$; $\mathrm{b}=0{,}5$
5. $l=\frac{m^2+k^m\cdot tg|z|}{\sin(z+1)}$; $\mathrm{m}=3$; $\mathrm{k}=2$; $\mathrm{z}=0{,}3$

Вариант 8

1. $z=(8{,}59-x^{1/3})-(1-\ln x)$; $x=0{,}53$
2. $z=\left|\lg(x^2+1)+e^{x-1}\right|/(x^2-t)$; $x=4{,}8$; $t=3{,}27$
3. $z=\left|tg(\alpha-\beta)^2-1\right|/\cos^2(\gamma-1)$; $\alpha=\pi/6$; $\beta=0{,}3$; $\gamma=2{,}1$
4. $z=x\cdot y$; *где* $x=\sqrt[3]{2{,}8u^2-a}$; $y=\left|\cos^2(t-1)/\sin(t+1)\right|$;
   $u=1{,}4$; $a=0{,}8$; $t=3{,}8$
5. $l=n^k+\frac{\sqrt[4]{z^3}}{\ln x}+\sin\left|\frac{x}{2}\right|$; $n=2$; $k=3$; $z=7{,}7$; $x=0{,}8$

Вариант 9

1. $z=2{,}58\left(x^3-1\right)-\ln\left(x+1\right)$; $x=5{,}1$
2. $z=\frac{e^{2x}-e^{2t}}{\ln|x-t|}$; $x=1{,}3$; $t=6{,}2$
3. $z=\frac{\cos\left(\alpha^2+\beta\right)-\sin^2\beta}{tg\left(\pi+\alpha+\beta\right)}$; $\alpha=0{,}3$; $\beta=2{,}1$
4. $z=u\cdot v$, *где* $u=\sqrt{\left|x^3-a^3\right|}+a$; $v=12{,}35\cdot\ln|x-a|$; $x=0{,}82$; $a=2{,}72$

5. $l = m^{k-1} - tg(m+k) - 1\big/\sqrt{x-1}; \quad m=3; \; k=2{,}5; \; x=2.41$

Вариант 10

1. $z = 0{,}082 \cdot x^3 + e^{x+1}; \; x = 1{,}53$
2. $z = 1 - \left(\frac{1}{e^x} + e^{x+1}\right) / \sin^2 x; \quad x = 1{,}32$
3. $z = \left[\frac{\cos^2\alpha}{\sin(\alpha-1)} - 1{,}2^{0{,}2}\right] / [2{,}5 - \cos(\alpha+\beta)]; \quad \alpha = \frac{\pi}{3}; \; \beta = 0{,}7$
4. $z = \frac{u}{v}; \quad где \quad u = \left|\sqrt{1-y^2}\right| \cdot \sin|x|; \quad v = \lg y \cdot |1 - \sin y|; \quad y = 0{,}5; \quad x = \frac{\pi}{8}$
5. $l = k^m + \frac{1}{1-\sin m} \cdot \frac{\sqrt{n}}{k+x}; \quad k = 2; \quad m = 3; \quad n = 2; \quad x = 2{,}15$

Вариант 11

1. $\mathrm{z} = (\mathrm{a} - 2{,}3)^2 \cdot (x^2 - 1)^2; \; \mathrm{x} = 2{,}58; \quad \mathrm{a} = 0{,}3$
2. $z = (e^x - 1) \cdot (1 - e^{x-1}) / (1 - x); \quad x = 1{,}55$
3. $z = \left|\ln x + \frac{\sin(\alpha+\beta)^2}{\cos\gamma^2}\right|; \quad x = 0{,}25; \; \alpha = \pi/3; \; \beta = 0{,}5; \; \gamma = 0{,}1$
4. $z = u + v; \; где \;\; u = \frac{\sqrt[5]{x^3+1}}{0{,}3 \cdot (x^2+1)} \sin x; \; v = (1-y)^2 / (1 - \cos y); \quad x = 7{,}3; \; y = 0{,}3$
5. $e = (m+n)^{k-1} - (x - \sin x)^{k-1}; \quad m = 3{,}3; \quad n = 1; \quad k = 3; \quad x = 2{,}5$

Вариант 12

1. $z = 2{,}5(x+1)^2 + a(x^2-1)^2; \; \mathrm{x} = 2{,}58; \; \mathrm{a} = 0{,}5$
2. $z = 7 - (10 - e^{x+1}) / (1 + x); \quad x = 0{,}35$
3. $z = \lg x + \frac{\sin(\alpha+\beta)^2}{\cos^2\gamma}; \; x = 18{,}2; \; \alpha = \pi/3; \; \beta = 0{,}3; \; \gamma = 0{,}2$
4. $z = u - v, \; где \; u = \frac{\ln 3y}{\sqrt{y^2+1}}; \; v = \sqrt{\left|1 - \frac{y^2}{3}\right|}; \quad y = 5{,}7$
5. $l = k^m + \frac{tg\, 3x}{(1-m)\sin 2x}; \; k = 3; \; m = 2; \; x = 0{,}38$

Вариант 13

1. $z = \sqrt{0{,}45 + x^3} + (x^2 - 1)^2; \quad x = 3{,}8$

2. $z = \dfrac{7{,}2 \cdot \ln\left|x-1\right| - e^{t-1}}{x^{2,4} - t^2}; \quad x = 0{,}58; \quad t = 0{,}3$

3. $z = \dfrac{\sin^3(\alpha^2 + \beta)}{\cos(2{,}8 \cdot \gamma + \alpha)}; \quad \alpha = \dfrac{\pi}{4}; \ \beta = 0{,}4; \quad \gamma = \dfrac{\pi}{8}$

4. $z = u + v; \ \textit{где} \ \ u = \dfrac{\sqrt[3]{x^3+2}}{0{,}5 \cdot (x^2+1)} \sin 3x; \ v = (1-y)^2 / (1 - \cos^2 y); \ \ x = 7{,}3; \ y = 0{,}3$

5. $l = k^{m-1} + \ln(x^3 - y) + \dfrac{\sqrt[3]{x+y}}{ctg(z+1)}; \ k = 3; \ m = 3; \ x = 4{,}7; \ y = 5{,}8; \ z = 4{,}9$

Вариант 14

1. $z = 2{,}58\left(x^3 - 1\right) - \ln\left(x^2 + 3\right); \ , x = 5{,}1$

2. $z = \dfrac{e^{2x} - e^t}{\lg|x^3 - t|}; \quad x = 1{,}3; \quad t = 6{,}2$

3. $z = \dfrac{\cos\left(\alpha^2 + \beta\right) - \sin\alpha}{tg\left(\pi + \alpha\right)}; \quad \alpha = 0{,}3; \ \beta = 2{,}1$

4. $z = uv; \ \textit{где} \ \ u = \sqrt{x^3 - a^3} + a; \ \ v = \ln|x - a|\, 8{,}055; \ \ x = 0{,}2; \ \ a = 2{,}72$

5. $l = m^{k+1} - tg\left(k + 1{,}8\right) - 1 \big/ \sqrt{x-1}; \quad m = 3; \quad k = 2; \quad x = 1{,}56$

Вариант 15

1. $z = 0{,}082 \cdot x^3 + e^{x+1}; \ x = 1{,}53$

2. $z = \left|\lg\left(y^3 + 7{,}51\right) - y\right| / \left|y - 8{,}08\right|; \ \ y = 6{,}22$

3. $z = \dfrac{tg(x^2 + y^3)}{\cos^2(x^2 + y) - \cos x}; \ x = \pi/3; \ \ y = 0{,}2$

4. $z = uA; \quad \textit{где} \quad u = \lg^2\left(x-1\right); \ \ A = 9{,}5\,(y^{0,3} - e^x); \ \ x = 5{,}85; \ \ y = 21{,}3$

5. $l = k^{n+2} - tg\left(\cos(x+y)\right); \quad k = 2; \quad n = 1; \quad x = 0{,}33; \quad y = \pi/4$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

Тема: Разветвляющиеся вычисления в математическом пакете MathCad.

Теоретические сведения

В разветвляющихся алгоритмах присутствует несколько ветвей вычислительного процесса. Выбор конкретной ветви зависит от выполнения (или невыполнения) заданных условий на значение переменной.

Для программирования разветвляющихся алгоритмов в Mathcad имеется условная функция *if* и условный оператор.

Условная функция *if*

Эта функция записывается в виде (символы *if* вводятся с клавиатуры) :

***if*(< логич. выраж. > , <ариф.выраж.1> , < ариф.выраж.2>)**

Правило вычисления условной функции *if*: если логическое выражение равно 1, то функция принимает значение равное значению арифметического выражения 1; если логическое выражение равно 0, то функция принимает значение равное значению арифметического выражения 2.

Условный оператор

Этот оператор используется только в теле программы и для его ввода необходимо щелкнуть на кнопке *if* панели программирования или клавиши [}].

На экране появляется конструкция с двумя полями ввода, изображенная на рисунке 2. В поле 2 вводится логическое выражение (в простейшем случае это выражение отношений). В поле 1 вводится выражение (как правило, арифметическое), значение которого используется, если проверяемое логическое выражение принимает значение 1.

Условный оператор может находиться только внутри тела программы!(блок Add Line)

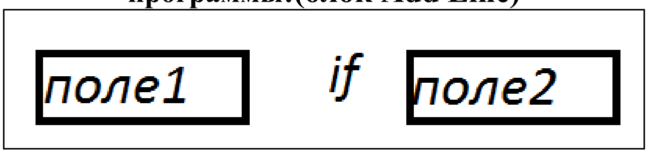


Рис.2 Оператор *if*

Пример: Двумя способами вычислите значения выражений, приведенных ниже, исходные данные подберите самостоятельно. Образец выполнения представлен на рис.3:

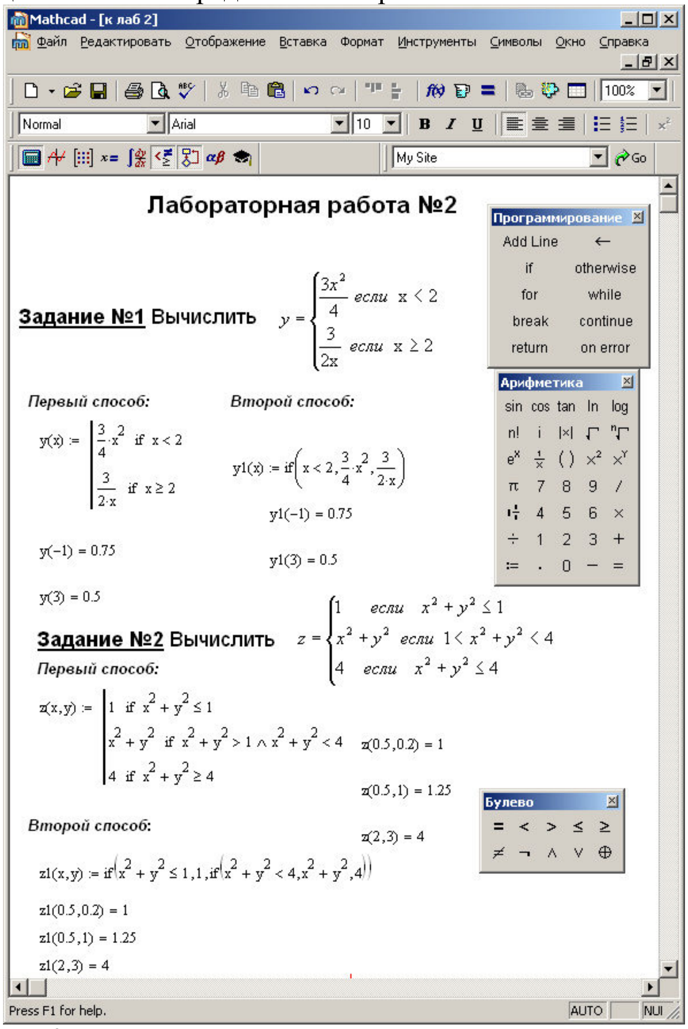


Рис.3 Пример реализации разветвляющегося вычислительного процесса

Варианты заданий:

Вариант 1

1. $$y = \begin{cases} \sin(x-3), & \text{если} \quad |x-3| < 4 \\ \sin\left(\dfrac{1}{x-3}\right), & \text{если} \quad |x-3| \ge 4 \end{cases}$$

2. $$y = \begin{cases} x^2 e^x, & \text{если} \quad x \le 0 \\ x + \ln(1+x), & \text{если} \quad 0 < x < 1 \\ 3^x, & \text{если} \quad x \ge 1 \end{cases}$$

Вариант 2

1. $$v = \begin{cases} (t + \sin t)^2, & \text{если} \quad \sin t < \cos t \\ (t + \cos t)^2, & \text{если} \quad \sin t \ge \cos t \end{cases}$$

2. $$y = \begin{cases} e^{-x^2}, & \text{если} \quad x > 0 \\ \ln(1+x^2), & \text{если} \quad -3 < x \le 0 \\ \sin x^2, & \text{если} \quad x \le -3 \end{cases}$$

Вариант 3

1. $$Q = x^2 + y^2 + \begin{cases} x^3, & \text{если} \quad x > y \\ y^3, & \text{если} \quad x \le y \end{cases}$$

2 $$y = \begin{cases} x \sin^2 x, & \text{если} \quad \sin x < 0 \\ 0{,}5x, & \text{если} \quad 0 \le \sin x < 0{,}5 \\ e^{\sin x}, & \text{если} \quad \sin x \ge 0{,}5 \end{cases}$$

Вариант 4

1. $$z = \begin{cases} \dfrac{a}{2} e^{|1-at|}, & \text{если} \quad a > t \\ \dfrac{a}{2} e^{\sqrt{|1-at|}}, & \text{если} \quad a \le t \end{cases}$$

2. $$y = \frac{x^2(2+x)}{x^2+1} + \begin{cases} 4 + x, & \text{если} \quad x < 1 \\ 2x, & \text{если} \quad 1 \le x < 2 \\ x, & \text{если} \quad x \ge 2 \end{cases}$$

Вариант 5

1. $$z = \begin{cases} x^2 + y^2, & \text{если} \quad x^2 < y^2 \\ \sqrt{x^2 + y^2}, & \text{если} \quad x^2 \ge y^2 \end{cases}$$

2. $s = \begin{cases} \dfrac{x^2 - y^3}{x + y}, & \text{если} \quad x > y \\ \dfrac{y}{x^2 + y^2}, & \text{если} \quad x \le y \quad \text{и} \quad x^2 + y^2 < 1 \\ \dfrac{x}{x^2 + y^2}, & \text{если} \quad x \le y \quad \text{и} \quad x^2 + y^2 \ge 1 \end{cases}$

Вариант 6

1. $y = \begin{cases} \sin^2 3x, & \text{если} \quad 3x < 2 \\ \dfrac{1}{\sin^2 3x + 4{,}2}, & \text{если} \quad 3x \ge 2 \end{cases}$

2. $z = \begin{cases} x + 2y, & \text{если} \quad x < y \\ 2x + y, & \text{если} \quad x \ge y \quad \text{и} \quad x < 4 \\ y, & \text{если} \quad x \ge y \quad \text{и} \quad x \ge 4 \end{cases}$

Вариант 7

1. $y = \begin{cases} t^2 + 2, & \text{если} \quad t > 2 \\ \sin(t^2 + 3), & \text{если} \quad t \le 2 \end{cases}$

2. $s = \begin{cases} x - y, & \text{если} \quad x > y \\ x^2 + y^2, & \text{если} \quad x \le y \quad \text{и} \quad x^2 + y^2 < 1 \\ \dfrac{x}{x^2 + y^2}, & \text{если} \quad x \le y \quad \text{и} \quad x^2 + y^2 \ge 1 \end{cases}$

Вариант 8

1. $v = \begin{cases} 4 + t^3, & \text{если} \quad |t| \le 2 \\ \dfrac{1}{4 + t^3}, & \text{если} \quad |t| > 2 \end{cases}$

2 $r = \begin{cases} \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}, & \text{если} \quad x > y \\ y - x, & \text{если} \quad x \le y \quad \text{и} \quad y > 1 \\ \dfrac{x}{1 + y^2}, & \text{если} \quad x \le y \quad \text{и} \quad y \le 1 \end{cases}$

Вариант 9

1. $z = \begin{cases} \sin(x^2 + y^2), & \text{если} \quad x < y \\ \cos(x^2 + y^2), & \text{если} \quad x \ge y \end{cases}$

2 $y=\begin{cases}\frac{a}{b}\sqrt{a^2+b^2}, & \text{если} \quad b>a\\ -a, & \text{если} \quad b\le a \quad \text{и} \quad a^2+b^2<3\\ -b, & \text{если} \quad b\le a \quad \text{и} \quad a^2+b^2\ge 3\end{cases}$

Вариант 10

1. $z=\begin{cases}\dfrac{1-\sin^3 x}{x}, & \text{если} \quad x\ne 0\\ 0.29, & \text{если} \quad x=0\end{cases}$

2. $z=\begin{cases}(x^2+1)e^x, & \text{если} \quad |x|\le 1\\ \dfrac{|x|}{1+x^2}, & \text{если} \quad 1<|x|<2\\ 1+x+x^2, & \text{если} \quad |x|\ge 2\end{cases}$

Вариант 11

1. $z=\begin{cases}\sin(x+1), & \text{если} \quad x<-2\\ \log_2(x^2+2), & \text{если} \quad x\ge -2\end{cases}$

2. $y=x^2+\begin{cases}\sqrt[3]{x}, & \text{если} \quad x>0\\ 2x\sin x, & \text{если} \quad -3<x\le 0\\ x, & \text{если} \quad x\le -3\end{cases}$

Вариант 12

1. $y=\begin{cases}\sqrt{|x|}, & \text{если} \quad x<-2\\ \sqrt{|\sin x|}, & \text{если} \quad x\ge -2\end{cases}$

2. $y=\begin{cases}\cos(x-2), & \text{если} \quad x-2\le 1\\ \cos\left(\dfrac{1}{x-2}\right), & \text{если} \quad 1<x-2\le 2{,}4\\ (x-2)^2, & \text{если} \quad x-2>2{,}4\end{cases}$

Вариант 13

1. $t=\begin{cases}1+e^{-2x}, & \text{если} \quad x>1\\ 2{,}73x, & \text{если} \quad x\le 1\end{cases}$

2. $t=\begin{cases}3{,}5x, & \text{если} \quad x>0\\ x^2+\cos x, & \text{если} \quad -2<x\le 0\\ \sin^2 2x, & \text{если} \quad x\le -2\end{cases}$

Вариант 14

1. $z = \begin{cases} \cos^2(x+y), & \text{если} \quad x < y \\ \sin^2(x+y), & \text{если} \quad x \ge y \end{cases}$

2. $z = \begin{cases} \ln|x+1|, & \text{если} \quad x < -1 \\ (x+1)^3, & \text{если} \quad -1 \le x < 3 \\ 3xe^{x+1}, & \text{если} \quad x \ge 3 \end{cases}$

Вариант 15

1. $y = \begin{cases} e^{-\cos^2 x} + \sqrt{x}, & \text{если} \quad x > 0 \\ \cos^2 x + x^2, & \text{если} \quad x \le 0 \end{cases}$

2. $k = \begin{cases} e^x|x|, & \text{если} \quad x \le 1 \\ 3x, & \text{если} \quad 1 < x < 2 \\ \dfrac{x}{x+5}, & \text{если} \quad x \ge 2 \end{cases}$

Л А Б О Р А Т О Р Н А Я   Р А Б О Т А 3

Построение графиков функций

Теоретические сведения

Ранжированные переменные – особый класс переменных, который в системе Mathcad зачастую заменяет управляющие структуры, называемые циклами. Эти переменные имеют ряд фиксированных значений, с определённым шагом меняющихся от начального значения до конечного.

Ранжированные переменные характеризуются именем и индексом каждого своего элемента. Например:

Name:=*Nbegin* .. *Nend,*

где **Name** - имя переменной, ***Nbegin*** - её начальное значение, ***Nend*** - конечное значение, **..** - символ, указывающий на изменение переменной в заданных пределах (он вводится знаком точки с запятой **;**). Если ***Nbegin* < *Nend*** , то шаг изменения переменной будет +1, в противном случае - (-1).

Для создания ранжированной переменной общего вида используется выражение:

Name := *Nbegin, (Nbegin + Step)..Nend,*

где *Step*-заданный шаг переменной. Ранжированные переменные широко применяются для представления числовых значений функций в виде таблиц, а также для построения их графиков. Любое выражение с ранжированными переменными после знака равенства инициирует таблицу вывода.

Для построения графиков в Mathcad можно воспользоваться функцией Вставка > График > Тип графика или панелью инструментов График. (Поддерживаются следующие типы графиков:

- двумерный ("X-Y график");
- в полярных координатах ("Полярный график");
- линии уровня ("Контурный график");
- столбчатая диаграмма ("3D панели");
- поверхность ("Поверхностный график");
- векторный ("Векторное поле").

Пример 1. (Функция одной переменной для шагового аргумента). Построить таблицу значений функции $y = \dfrac{\sin^2 4x}{x+1}$ для аргумента x, изменяющегося от 0 до 1,5 с шагом 0,1. Построить график функции.

Решение задачи представлено на рис.4.

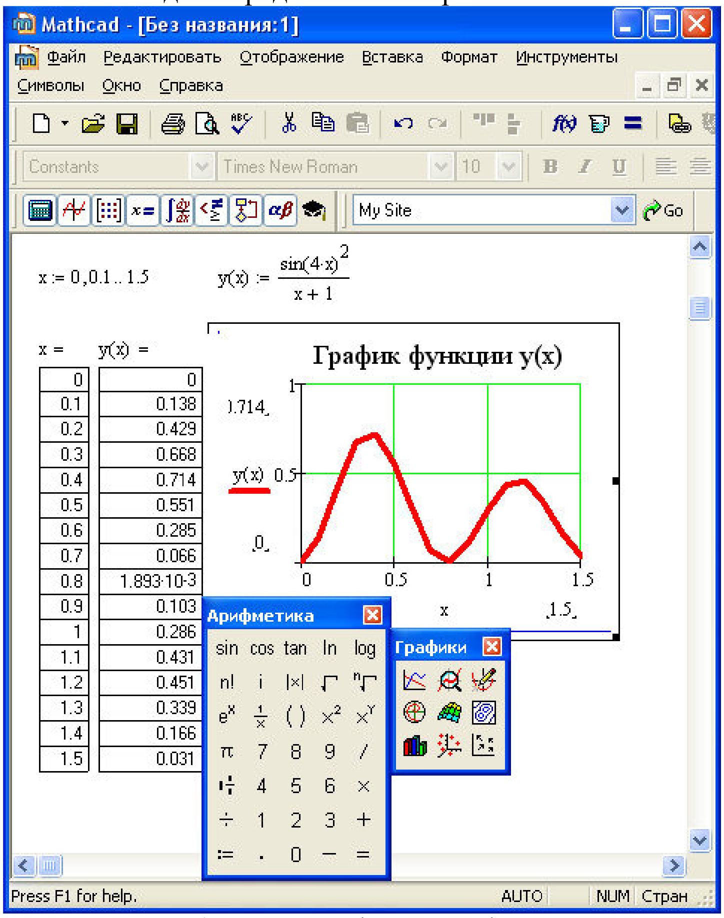


Рис.4 Построение графика простой функции

Пример 2. (Функция, заданная различными аналитическими выражениями (сложная функция)). Построить таблицу значений и график функции

$$y=\begin{cases}\dfrac{-x}{|x|+1}, & x<0\\ \sin(\pi x), & x\geq 0\end{cases}$$ для аргумента x , изменяющегося от -2 до 2 с шагом 0,2

Решение задачи представлено на рис.5.

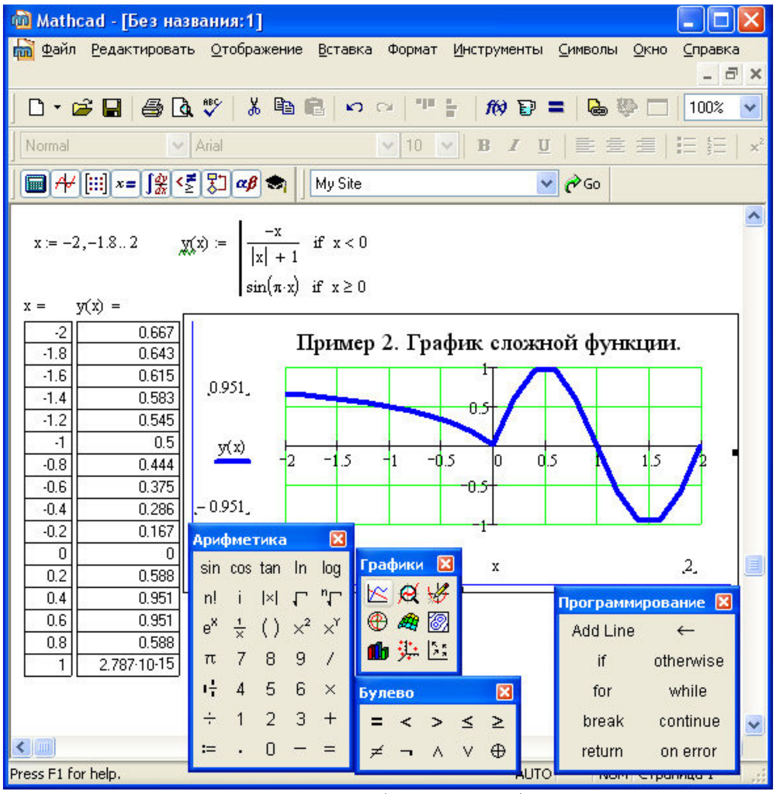


Рис.5 Построение графика сложной функции

Пример 3. (Функция, заданная в полярной системе координат). Построить график функции $\rho = \cos\dfrac{\varphi}{3}$ для аргумента φ, изменяющегося от $\dfrac{-3\pi}{2}$ до $\dfrac{3\pi}{2}$ с шагом $\dfrac{\pi}{12}$.

Решение задачи представлено на рис.6.

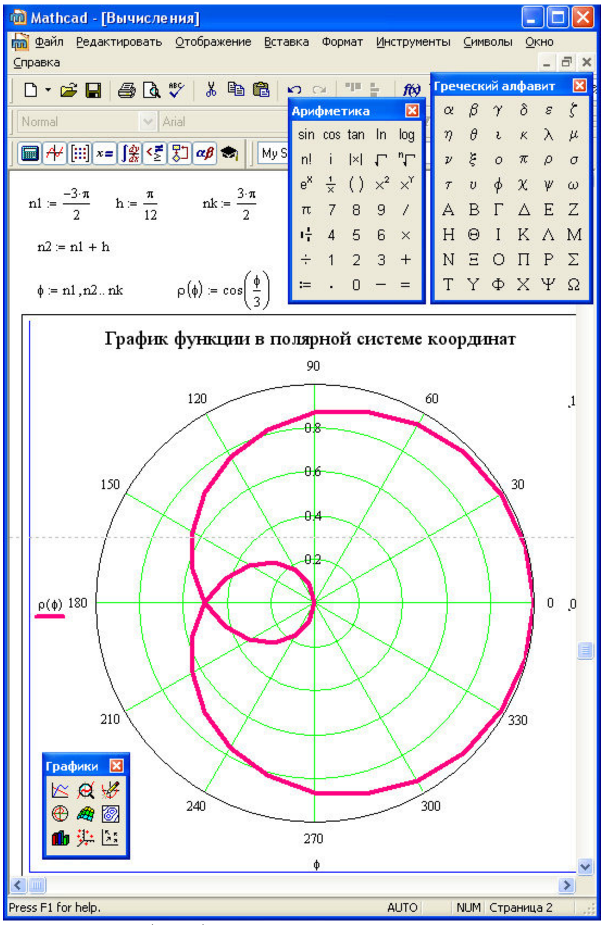


Рис.6 Построение графика функции, заданной в полярной системе координат

Варианты заданий:

Задача 1. Вычислить таблицу значений функции для аргумента, изменяющегося с данным шагом в заданном интервале, и построить ее график

Таблица 1.1

Вариант	Функция	Интервал изменения аргумента	Шаг изменения аргумента
1	$y = x + \dfrac{4}{x + 0{,}5}$	[0, 10]	0,5
2	$y = 3 \cdot (x - \sin 2x)$	[-1,4]	0,25
3	$y = (x + 2) \cdot \sin 3x$	[-2,2]	0,2
4	$y = \dfrac{x - \sin 2x}{\lvert x \rvert + 1}$	[-4,4]	0,5
5	$y = (x + 0{,}5)\sin 2x$	[-2,2]	0,2
6	$y = (x - 1) \cdot e^{-x}$	[0,5]	0,25
7	$y = \sqrt{x} \cdot e^{-x}$	[0,4]	0,2
8	$y = (x^2 - x) \cdot e^{x}$	[-4,2]	0,25
9	$y = \dfrac{1 - \ln x}{1 + \ln x}$	[1,10]	0,5
10	$y = \dfrac{0{,}5 \cdot x^2 - x + 2}{x^2 + 1}$	[-10,10]	1
11	$y = \dfrac{x + 1}{x^2 + 1} e^{-x}$	[-2,3]	0,2
12	$y = \cos^2 2x - 3 \cdot \sin x$	[-3,3]	0,25
13	$y = 2^{-\lvert x \rvert} x$	[-3,3]	0,25
14	$y = \sqrt[3]{x} \sin x$	[-10,10]	1
15	$y = \sqrt[3]{x} \cos x$	[-5,5]	0,5

Задача 2. Вычислить таблицу значений функции для аргумента, изменяющегося с данным шагом в заданном интервале, и построить ее график

Таблица 1.2

Вариант	Функция	Интервал изменения аргумента	Шаг изменения аргумента
1	$y=\begin{cases}4+x^3, & \lvert x\rvert\le 2\\ \dfrac{1}{4+x^3}, & \lvert x\rvert>2\end{cases}$	[-2 , 6]	0,5
2	$v=\begin{cases}(t+\sin t)^2, & \sin t<\cos t\\ (t+\cos t)^2, & \sin t\ge\cos t\end{cases}$	[-1;1]	0,1
3	$y=\begin{cases}3\ln x, & x>0\\ e^x, & x\le 0\end{cases}$	[-3 , 3]	0,5
4	$y=\begin{cases}\dfrac{\cos x}{x+0{,}1}, & x\le 0\\ \dfrac{\sin x}{x}, & x>0\end{cases}$	[-9 , 15]	3
5	$y=\begin{cases}\sqrt{\lvert x\rvert}, & x<-2\\ \sqrt{\lvert\sin x\rvert}, & x\ge -2\end{cases}$	[-5 , 10]	1
6	$y=\begin{cases}\sin(x+1), & x<-2\\ \ln(x^2+2), & x\ge -2\end{cases}$	[-5 , 5]	1
7	$y=\begin{cases}0{,}5t+2, & t>2\\ \sin(t^2+3), & t\le 2\end{cases}$	[-6 , 10]	1
8	$y=\begin{cases}\ln(1+x^2), & x\le 0\\ \sin x^2, & x>0\end{cases}$	[-3 , 3]	0,5

Продолжение таблицы 1.2

Вариант	Функция	Интервал изменения аргумента	Шаг изменения аргумента
9	$y=\begin{cases}\dfrac{\lvert x\rvert}{1+x^2}, & \lvert x\rvert<2\\ \ln(1+x^2), & \lvert x\rvert\ge 2\end{cases}$	[-5 , 5]	1
10	$y=\begin{cases}\cos^2 x \; если \; x\le\pi\\ x-\pi \; если \; x\le\pi\end{cases}$	[-10,10]	1
11	$z=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+\lvert x\rvert}}{2+\lvert x\rvert}, \; если \; x\le 0\\ \dfrac{1+x}{2+\cos^3(x)}, \; если x>0\end{cases}$	[-5 , 5]	1
12	$z=\begin{cases}\sqrt[3]{6+x^2}, \; x\le 0\\ \sin(\pi x)+\dfrac{2+x}{1+\cos^2(x)}, \; x>0\end{cases}$	[-3 , 3]	0,5
13	$t=\begin{cases}\dfrac{5x^2}{1+x^2}, \; если \; x\le 0\\ \sqrt{1+\dfrac{2x}{1+x^2}}, \; если \; x>0\end{cases}$	[-5; 5]	1
14	$z=\begin{cases}\sqrt{1+x^2}, \; если \; x\le 0\\ \dfrac{1+x^3}{1+\sqrt[5]{1+e^{-0.5x}}}, \; если \; x>0\end{cases}$	[-1;1]	0.1
15	$y=\begin{cases}t^2+2, \; если \; t>2\\ \sin(t^2+3), \; если \; t\le 2\end{cases}$	[0;4]	0.2

Задача 3. Построить графики функций, заданных в полярной системе координат:

1. Двухлепестковая роза $\rho = \sin^2 \varphi, \quad \varphi \in [0, 2\pi], \quad h = \pi / 16$
2. Кардиоида $\rho = (1 + \cos \varphi), \quad \varphi \in [0, 2\pi], \quad h = \pi / 16$
3. Конхоида $\rho = a \cos^3 \dfrac{\varphi}{3}, \quad \varphi \in [-\dfrac{3\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}], \quad h = \pi / 12$
4. Четырехлепестковая роза
$\rho = a \sin^2 2\varphi, \ \varphi \in [0,2\pi], \quad h = \pi / 16$
5. Декартов лист
$\rho = \dfrac{3 a \cos \varphi \sin \varphi}{\cos^3 \varphi + \sin^3 \varphi}, \quad \varphi \in [\dfrac{-\pi}{6}, \dfrac{2\pi}{3}], \ \mathrm{h} = \pi/24$
6. Спираль Галилея $\rho = a\varphi^2, \ \varphi \in [0,4\pi] \ , h = \pi / 6$
7. Трехлепестковая роза $\rho = \sin 3\varphi, \ \varphi \in [0,2\pi], \quad h = \pi / 50$
8. Улитка $r = a \cos \dfrac{\varphi}{3}, \ \varphi \in [-\dfrac{3\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}], \quad h = \pi / 12$
9. Пятилепестковая роза $\rho = \sin 5\varphi, \ \varphi \in [0,2\pi], \quad h = \pi / 50$
10. Кардиоида

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

Тема: Массивы в Mathcad

Теоретические сведения

Столбец чисел называется вектором, а прямоугольная таблица чисел - матрицей. Общий термин для вектора или матрицы - массив. При работе с матрицами используется панель инструментов “Матрицы” (рис.7):

Рис.7 Инструменты панели инструментов “Матрицы”

Обращение к элементу массива осуществляется путем записи имени массива и соответствующих индексных выражений, количество которых определяется размерностью массива.

На рисунке 8 показан фрагмент присваивания значений отдельным элементам массивов: векторов x,y и матриц A, B. Здесь же приведен вывод этих массивов

$$ORIGIN = 0$$

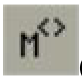
$$x_2 := 4 \qquad A_{2,2} := 2 \qquad x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$ORIGIN := 1$$

$$y_2 := 4 \qquad B_{2,2} := 2 \qquad y = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Рис.8 Присваивания значений отдельным элементам массивов

Начальное значение индексных выражений определяется системной переменной ORIGIN и по умолчанию ее значение равно 0.

Верхний индекс – позволяет обратиться к отдельному столбцу массива. Чтобы вставить верхний индекс, введите имя массива, а затем нажать клавиши [Ctrl + 6] или нажать на кнопку (рис. 9):

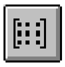
$$ORIGIN := 1$$

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -5 & -7 \\ 4 & 5 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad A^{\langle 2 \rangle} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Рис.9 Обращение к отдельному столбцу массива

Создание вектора и матрицы

Заполнение шаблона:

- введите имя матрицы и знак присваивания (двоеточие)
- щелкните по значку  в панели “Матрицы”. В появившейся диалоговой панели введите число строк и столбцов матрицы.
- После нажатия кнопки OK открывается поле для ввода элементов матрицы.

- Заполните метки - заполнители соответствующими значениями.

В MathCAD имеется большое количество встроенных функций для действий над матрицами и векторами. Рассмотрим некоторые из них.

Вычисление максимального и минимального элементов матрицы или вектора производится с помощью встроенных функций Max(A) и Min(A).

Пример: Вычислить максимальный и минимальный элемент произвольной матрицы, например:

$$C := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \qquad \max(C) = 9 \qquad \min(C) = 1$$

Рис. 10 Вычисление максимального и минимального элемента матрицы.

Определение количества столбцов и строк в матрице удобно для проверки действий над многомерными матрицами и векторами. Оно производится с помощью встроенных функций Cols(A) – число столбцов матрицы A и Rows(A) – число строк матрицы A.

Пример. Определить число строк и столбцов в произвольной матрице, например:

$$C := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{rows}(C) = 3 \qquad \mathrm{cols}(C) = 3$$

Рис.11 Определение количества столбцов и строк в матрице

Единичная матрица размером N формируется встроенной функцией Idenfity(N), а след матрицы (сумма элементов главной диагонали)– встроенной функцией tr(A):

$$C := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{tr}(C) = 15 \qquad \mathrm{identity}(5) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Рис1 2 Формирование единичной матрицы и вычисление следа матрицы.

Функции формирование новых массивов из существующих

- augment (A, B) - формирует массив, расположением A и B бок о бок, причем массивы A и B должны иметь одинаковое число строк.
- stack (A, B) - формирует массив, расположением A над B , причем массивы A и B должны иметь одинаковое число столбцов.
- submatrix (A, ir, jr, ic, jc) - формирует подматрицу, содержащую строки с ir по jr и столбцы с ic по jc матрицы A.

$$A := \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -7 \\ -4 & -9 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 17 \\ 14 & 19 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{stack}(A, B) = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -7 \\ -4 & -9 \\ 11 & 12 \\ 13 & 17 \\ 14 & 19 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{augment}(A, B) = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 11 & 12 \\ -3 & -7 & 13 & 17 \\ -4 & -9 & 14 & 19 \end{pmatrix}$$

Рис. 13 Формирование новых массивов из существующих

$$ORIGIN := 1$$

$$M := \begin{pmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 5 & 8 & 2 \\ 6 & 9 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{submatrix}(M, 2, 3, 1, 2) = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Извлекаются элементы между строками 2 и 3 и между столб
1 и 2 (включительно)

Рис.14 Формирование подматрицы

Пример выполнения:

<u>Пример №1</u>Вычислите значение матричного выражения (См. рис.15)

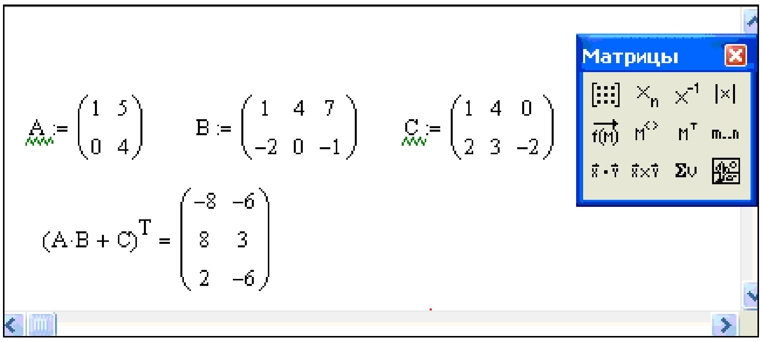


Рис. 15 Вычисление значение матричного выражения

<u>Пример №2</u> Сформировать вектор x по правилу $x_i = \sin i,\ i = 1..4$ и матрицу A размером 5x8 по правилу $A_{i,j} = \cos(\pi(i+j)) + \dfrac{i}{2}$.

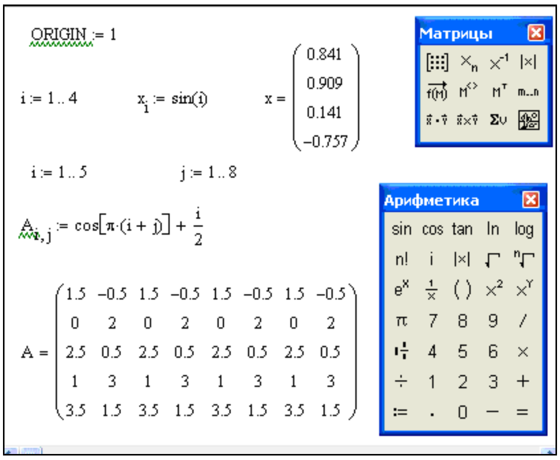


Рис.16 Формирование вектора и матрицы по заданному правилу

<u>Пример №3</u>Двумя способами (матричным и методом Крамера) решить систему линейных уравнений(См. рис.11)

Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} -X1-7X2+6X3=-14 \\ 2X1+5X2+2X3=19 \\ 9X1+6X2+6X3=69 \end{cases}$

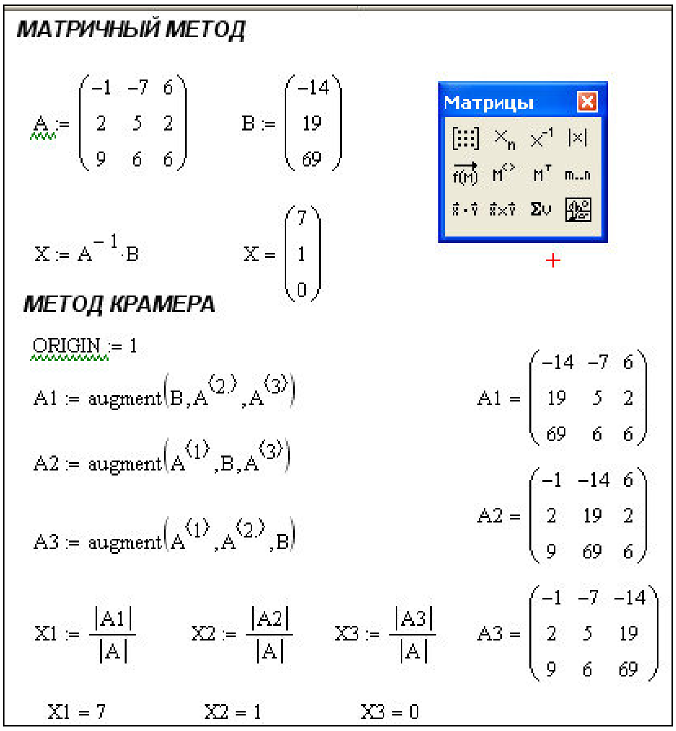


Рис.17 Решение системы линейных уравнений

Варианты заданий:

<u>Задание №1.</u> Вычислить значение матричного выражения (См. таблицу 1.3) .

<u>Задание 2.</u> Сформировать вектор *x* из *N* элементов по правилу $f_1(x)$ и матрицу *A* размером *K* x *L* по правилу $f_2(x)$ (См. таблицу 1.4)

<u>Задание №3.</u> Двумя способами (матричным и методом Крамера) решить систему линейных уравнений(См. таблицу 1.3)

Таблица 1.3

Номер варианта	Матричное выражение	Система линейных уравнений
1	$((Q^T{}_{34}+D_{43})H_{32})^T=?$	X1-2X2+6X3=-28 3X1 +3X3=-6 -2X1+X2-4X3=15
2	$(B^T{}_{23}+H_{32})(E_{22}+D_{22})=?$	2X1 +X3=6 4X1-3X2-2X3=-1 2X2+7X3=12
3	$(Q^T{}_{34}D_{34}+E_{44})^T=?$	-3X1+2X3=5 2X1+4X2+4X3=-2 X1-2X2+5X3=31
4	$(E_{33}+H_{33}+D^T{}_{33})Q_{34}=?$	3X2+2X3=2 -2X1+6X2=-22 4X1-2X2-X3=20
5	$((E_{44}+D^T{}_{44})(Q_{43}-B_{43}))^T=?$	5X1+2X2+X3=21 -2X1-4X2+2X3=-2 7X2+8X3=-14
6	$((H_{34}B_{43})^T+E_{33}-D_{33})^T=?$	6X1-2X2=18 4X1+3X2+4X3=-1 6X2+X3=-18
7	$((D_{34}+B_{34})Q_{43})^T+E_{33}=?$	8X2+9X3=38 2X1+4X2-2X3=-14 -3X1+2X2+X3=-7
8	$(D^T{}_{34}(E_{33}+B_{33}+H_{33}))^T=?$	2X1+4X2+X3=2 -X1+6X2+8X3=17 3X2-12X3=-54
9	$D_{43}(E_{33}+H_{33})^T+Q^T{}_{34}=?$	-X2-4X3=-18 -8X1+2X2+2X3=12 4X1+4X2=8
10	$(D_{33}+E_{33})^T+H_{34}Q_{43}=?$	7X1+6X2+8X3=64 2X1+3X2-5X3=-19 4X1+5X2+2X3=29
11	$(Q_{34}B^T{}_{34}+E_{33}-D_{33})^T=?$	9X1+7X2-X3=39 -3X2+4X3=-9 3X1+X2+9X3=9
12	$(E_{33}+D_{33})^T(Q_{34}B_{43})=?$	5X1+X3=25 6X1+7X2+10X3=81 -2X1+4X2+X3=1
13	$(D_{43}+H^T{}_{34})(E_{33}+Q_{33})^T=?$	-X1+8X2-3X3=1 8X1+2X2=-38 -5X2=7X3=-34
14	$(((E_{44}+Q_{44})D_{42})H_{23})^T=?$	-6X1+7X2-4=-44 3X1+6X2+6X3=57 5X1+4X2+7X3=71
15	$((E_{33}+H_{33})^T+B_{33})D_{32}=?$	-X1-7X2+6X3=-14 2X1+5X2+2X3=19 9X1+6X2+6X3=69

Таблица 1 .4

Номер варианта	$f_1(i)$	N	$f_2(i)$	K	L
1	$\sin i$	6	$\cos(\pi(i+j))+i/2$	5	8
2	$\cos i$	5	$\ln(i+j+2)-2/j$	4	6
3	$\sqrt{i}$	4	$e^{(\sin(i-j))}$	4	9
4	$\lg i$	3	$\lg(2+\lvert 2i+3j\rvert)$	8	7
5	$i+\sqrt{i}$	7	$(i+j)^{2,5}$	5	6
6	$\sin i$	4	$\sin\lvert i-j\rvert+\cos\lvert i+j\rvert$	8	4
7	$i-\sqrt{i}$	5	$\cos\lg(i+2j)$	9	5
8	$\cos i$	8	$e^{-\cos(i)+j^{-1}}$	10	4
9	$\pi i+2{,}5$	3	$\sin(1/(i+j+12))$	5	7
10	$\ln i$	7	$\ln(i+j+5)$	6	8
11	$\sqrt{i+6}$	6	$e^{-i}+e^{-j}+i$	8	5
12	$\log_4 i$	4	$\sin\cos(i-j)$	7	9
13	$\lg i$	10	$(i+j)^{2/j}$	10	6
14	e^{-i}	4	$\sin(i+2j)$	6	6
15	$\ln\lvert i+5\rvert$	12	$\sin(\pi(i-j))-j$	7	5
16	$\sin(2i)$	8	$\sqrt[3]{(i-j)^2+5}$	4	7

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5

Нелинейные уравнения и системы уравнений в Mathcad

Теоретические сведения

Для поиска корней обычного полинома *p(x)* степени *n* MathCAD содержит очень удобную функцию **polyroots(V)**

Многие уравнения, например трансцендентные, и системы из них не имеют аналитических решений. Однако они могут решаться численными методами с заданной погрешностью (не более значения, заданного системной переменной (TOL). Для простейших уравнений вида F(x)=0 решение находится с помощью функции **Root(Выражение, Имя_переменной).** Эта функция возвращает значение переменной с указанным уровнем точности, при котором выражение дает 0.

При решении систем нелинейных уравнений используется специальный вычислительный блок, открываемый служебным словом — директивой **Given** — и имеющий следующую структуру:

Given

Уравнения

Ограничительные условия

Выражения с функциями **Find и Minerr**

В блоке используется одна из следующих двух функций:

Find(vl, v2, ..., vn) — возвращает значение одной или ряда переменных для точного решения;

Minerr(vl, v2, ..., vn) — возвращает значение одной или ряда переменных для приближенного решения.

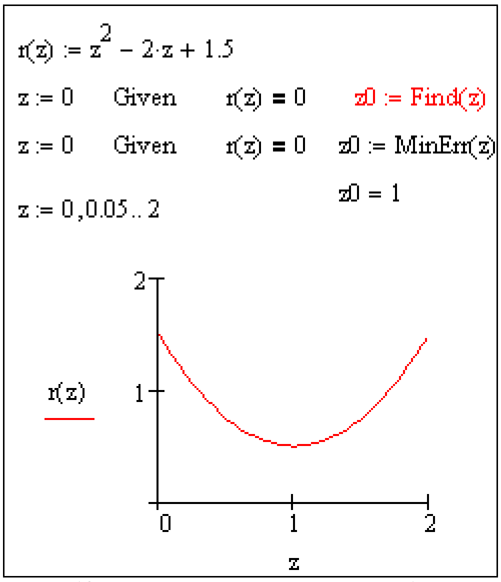


Рис.18 Использование вычислительных блоков

Между этими функциями существуют принципиальные различия. Первая функция используется, когда решение реально существует (хотя и не является аналитическим). Вторая функция пытается найти максимальное приближение даже к несуществующему решению путем минимизации среднеквадратичной погрешности решения.

При использовании функции **Minerr** для решения систем нелинейных уравнений надо проявлять известную осторожность и обязательно предусматривать проверку решений. Нередки случаи, когда решения могут оказаться ошибочными, чаще всего из-за того, что из нескольких корней система предлагает нереальный (или не представляющий интереса) корень. Полезно как можно точнее указывать начальные приближения к решению.

Пример №1

Найти корни алгебраического уравнения $f(x)=0$, где *f(x)*$=1{,}01x^3-2{,}003x^2-112{,}09x+76{,}03$

Решение:

1 способ

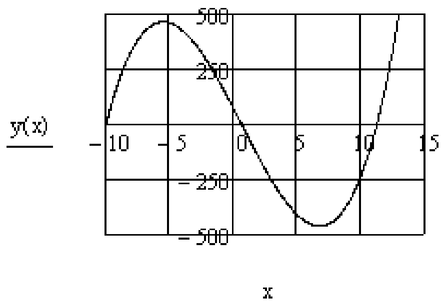
$$k := \begin{pmatrix} 76.3 \\ -112.09 \\ -2.003 \\ 1.01 \end{pmatrix} \qquad x1 := \mathrm{polyroots}(k) \qquad x1 = \begin{pmatrix} -9.943 \\ 0.675 \\ 11.251 \end{pmatrix}$$

Рис. 19 Решение алгебраического уравнения с помощью функции polyroots

Для решения уравнения с помощью функции root необходимо задать начальные приближения. Для этого построим график нашей функции и найдем его точки пересечения с осью x. Абсциссы этих точек возьмем в качестве начального приближения(рис. 20):

2 способ

$$y(x) := \sum_{i=0}^{3} \left(x^i \cdot k_i\right) \qquad y(x) \rightarrow -112.09 \cdot x + -2.003 \cdot x^2 + 1.01 \cdot x^3 + 76.3$$



$x := -10 \qquad \mathrm{root}(y(x), x) = -9.943$

$x := 1 \qquad \mathrm{root}(y(x), x) = 0.675$

$x := 10 \qquad \mathrm{root}(y(x), x) = 11.251$

Рис.20 Решение алгебраического уравнения с помощью функции root

Для решения уравнения с помощью вычислительного блока Given find тоже необходимо задать начальные приближения.

3 способ

$x := -10$

Given $\quad y(x) = 0$

$\text{find}(x) = -9.943$

$x := 1$

Given $\quad y(x) = 0$

$\text{find}(x) = 0.675$

$x := 10$

Given $\quad y(x) = 0$

$\text{find}(x) = 11.251$

Рис.21 Решение алгебраического уравнения с помощью вычислительного блока Given find

Пример №2

Найти корни трансцендентного уравнения $f(x) = 0$, где *f(x)*= $2arctgx - x + 3$

Решение:

Как и в предыдущем примере, построим график нашей функции для нахождения начального приближения. В случае сложной функции удобно разбить её на две простые части и искать точки пересечения их графиков: $2arctgx = x - 3$.

Для решения этой задачи функцию polyroots применять нельзя, так как она позволяет искать только корни полиномов. Мы можем использовать функцию root и вычислительный блок Given find.

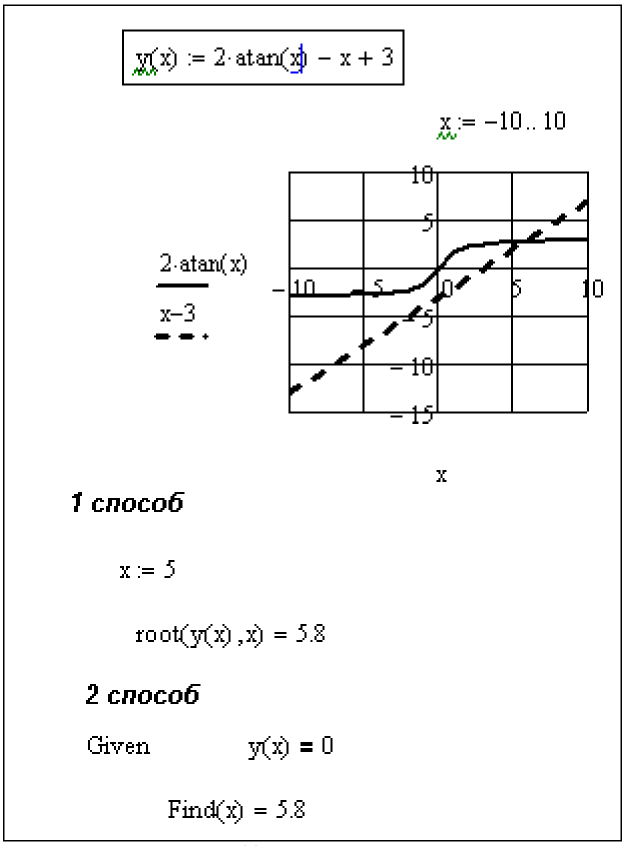


Рис.22 Решение трансцендентного

Пример №3

Решить систему уравнений: $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 2 \\ x_1^2 - x_2 = 14 \end{cases}$

Решение:

Выразим x2 из первого (x21) и второго (x22) уравнений и построим графики полученных функций(см. рис.23).

$$x21(x1) := \frac{2 \cdot x1 - 2}{3}$$

$$x22(x1) := x1^2 - 14$$

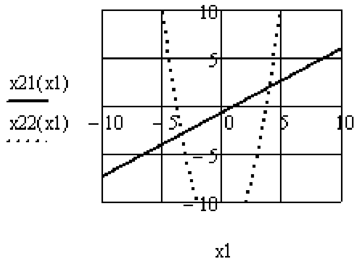


Рис.23 Графическое решение системы нелинейных уравнений

Координаты точек пересечения двух графиков последовательно возьмем в качестве начального приближения (рис.24 и рис.25):

$x1 := 1 \qquad x2 := 1$

Given $\qquad 2 \cdot x1 - 3 \cdot x2 - 2 = 0 \qquad x1^2 - x2 - 14 = 0$

$$\mathrm{Find}(x1, x2) = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Рис.24 Нахождение первого решения системы уравнений

$x1 := -1 \qquad x2 := -1$

Given $\qquad 2 \cdot x1 - 3 \cdot x2 - 2 = 0 \qquad x1^2 - x2 - 14 = 0$

$$\mathrm{Find}(x1, x2) = \begin{pmatrix} -3.333 \\ -2.889 \end{pmatrix}$$

Рис.25 Нахождение второго решения системы уравнений

Варианты заданий:

Задание 1. Найти корни алгебраического уравнения $f(x)=0$

Таблица 1.5

№ варианта	$f(x)$
1	$1{,}001x^3+14{,}999x^2-16{,}899x-231{,}08$
2	$1{,}129x^3-3{,}087x^2+2{,}543x+1{,}005$
3	$2{,}078x^3+5{,}002x^2-10{,}21x-10{,}65$
4	$0{,}543x^4-40{,}89x^2-10{,}21x+128{,}76$
5	$0{,}754x^3+12{,}432x^2-10{,}21x-43{,}765$
6	$2{,}045x^3+5{,}11x^2-0{,}999x+7{,}15$
7	$3{,}987x^2+12{,}321x-34{,}0231$
8	$-0.997x^3+15{,}12x^2-17{,}54x+6{,}32$
9	$0{,}95x^2+1{,}123x-5{,}764$
10	$0{,}112x^4-3{,}987x^3-0{,}12x+15{,}33$
11	$4{,}201x^3-45{,}004x^2+298{,}02$
12	$-1{,}007x^2+12{,}001x-22{,}999$
13	$0{,}99x^2-2{,}002x-23{,}007$
14	$0{,}99x^3-1{,}989x^2-669{,}98$
15	$1{,}01x^3-2{,}003x^2-112{,}09x+76{,}03$

Задание 2 Найти корни трансцендентного уравнения $f(x)=0$

Таблица 1.6

№ варианта	$f(x)$
1	$2x^2-3\ln\lvert x+0.1\rvert-6$
2	$2\sin(x)-x^2+10$

Продолжение таблицы 1.6

№ варианта	$f(x)$
3	$e^{0,3x}+x^2-7x$
4	$\cos\left(\frac{x}{5}\right)-\ln\lvert x-0,1\rvert+1$
5	$\sin(2x)-e^{-0,7x}+20$
6	$arctgx-\frac{1}{3x^3}$
7	$x\lg(x+1)-1$
8	$\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-0,5x$
9	$e^{-2x}-2x+1$
10	$arctg(x-1)+2x$
11	$\sqrt{x+1}-\frac{1}{x}$
12	$3x+\cos x+1$
13	$x-\sqrt{\lg(x+2)}$
14	$x^2-\ln(x+1)$
15	$2arctgx-x+3$

Задание 3. Решить систему уравнений

Таблица1.7

№ варианта	Система
1	$\begin{cases} 5x_1+x_2{}^2=9 \\ -3x_1+x_2=-1 \end{cases}$
2	$\begin{cases} 2x_1-x_2=3 \\ x_1{}^2+x_2=5 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1-x_2=-8 \\ x_1{}^2+x_2{}^2=10 \end{cases}$

Продолжение таблицы 1.7

№ варианта	Система
4	$\begin{cases} 4x_1^2 + x_2^2 = 5 \\ -7x_1 + 3x_2 = -4 \end{cases}$
5	$\begin{cases} -x_1^2 + x_2 = -8 \\ 6x_1 + 3x_2 = 21 \end{cases}$
6	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 3 \\ x_1^2 + x_2 = 5 \end{cases}$
7	$\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 = 0 \\ 7x_1 + 3x_2 = 8 \end{cases}$
8	$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1^2 - x_2^2 = 0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 8x_1 - x_2 = 7 \\ x_1 + x_2^2 = 2 \end{cases}$
10	$\begin{cases} x_1 - 5x_2 = -1 \\ x_1^2 - x_2^2 = 15 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 2x_1^2 + x_2^2 = 3 \\ 3x_1 + x_2 = 4 \end{cases}$
12	$\begin{cases} -4x_1 - x_2^2 = 3 \\ x_1 + 8x_2 = 7 \end{cases}$
13	$\begin{cases} -x_1^2 + x_2^2 = -3 \\ 4x_1 + 3x_2 = -11 \end{cases}$
14	$\begin{cases} x_1^2 - x_2 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 = 10 \end{cases}$

Продолжение таблицы 1.7

№ варианта	Система
15	$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 2 \\ x_1^{\ 2} - x_2 = 14 \end{cases}$

Содержание