

ФИЗИКА

**ТЕРМОДИНАМИКА И
КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ
ГАЗОВ**

Методические указания к выполнению расчётно-графических работ и варианты заданий для студентов всех специальностей

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1 Требования к содержанию отчёта и решению задач расчётно– графической работы	5
2 Рекомендации к защите отчета по расчётно-графической работе..	6
3 Теоретические основы расчётно-графической работы по термодинамике.....	7
4 Примеры решения задач для выполнения расчётно-графических работ по термодинамике	14
5 Задания для расчётно-графических работ.....	17
6 Теоретические основы расчётно-графической работы по кинетической теории.....	20
7 Примеры решения задач для выполнения расчётно-графических работ по кинетической теории газов.	24
8 Задания для расчётно-графических работ.....	28
Приложения	30
Список рекомендуемой учебной литературы ..	Ошибка! Закладка не определена.

ВВЕДЕНИЕ

Результаты познавательной деятельности становятся более существенными в случае совместного использования теоретических и практических форм. Выполнение студентами расчётно-графического задания способствует наиболее глубокому изучению соответствующего раздела курса физики. Лучшей оценкой степени освоения материала учебной программы является умение студента использовать приобретённые теоретические знания в решении конкретных задач. Уровень подготовки будущего специалиста зависит от того, какого типа задачи студент может выполнить самостоятельно в соответствии с учебным планом в отведённое для этого время.

При выполнении РГР формируется умение определить, описать и объяснить физические понятия, явления, процессы и величины. Студенты приобретают навыки:

- проводить самостоятельный поиск необходимой информации с использованием различных источников (учебных, справочных и научно-популярных изданий, ресурсов Интернета);
- применять математический аппарат для аналитического решения физических задач;
- анализировать, выполнять сравнительную оценку и делать выводы по результатам работы;
- использовать в решениях и представлении результатов (в виде рисунков, схем, таблиц и графиков) компьютерное программное обеспечение.

1 ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ ОТЧЁТА И РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ РАСЧЁТНО–ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

При выполнении расчётно-графических работ (РГР) по общей физике необходимо оформить отчёт в печатном виде на листах формата А4 следующего содержания.

1. Титул в соответствии с требованиями СПГГИ(ГУ).
2. Задание в соответствии с вариантом.
3. Теоретические основы работы.

В краткое содержание теоретической части работы необходимо включить:

- явление, изучаемое в РГР.
- определения основных физических понятий, объектов, процессов и величин, касающихся данной работы.
- законы и соотношения, описывающие изучаемые процессы.
- пояснение к физическим величинам, входящим в формулы, и единицы их измерения.

4. Решение задач расчётно-графической работы.

При решении задач необходимо:

- выполнить рисунок или начертить схему (если это требуется для решения);
- сопровождать используемые при решении законы, уравнения и соотношения, пояснениями, мотивирующими решение;
- представить результат в общем виде, т.е. преобразовать выражение для определяемой величины так, чтобы в него входили лишь буквенные обозначения величин, заданных в формулировке задания, и необходимые физические константы;
- проверить размерность величин, полученных в результате решения;
- выполнить необходимые вычисления и представить результат в Международной системе единиц;
- сформулировать полный ответ в соответствии с вопросами задания.

5. Графики.

При построении графиков, указанных в задании следует:

- представить таблицы с данными для построения графиков;
- указать аналитическое выражение функциональной зависимости, которую необходимо построить;
- указать на осях координат физические величины и единицы их измерения;

6. Анализ и выводы по результатам работы.

2 РЕКОМЕНДАЦИИ К ЗАЩИТЕ ОТЧЕТА ПО РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЕ

К защите допускаются студенты, подготовившие отчет в соответствии с требованиями по пункту I и сдавшие его на проверку в установленные сроки. После проверки преподавателем содержания отчёта, при наличии ошибок и недочетов, работа возвращается студенту на доработку. При соблюдении всех требований к оформлению отчёта, правильном выполнении задания и решении соответствующих задач студенту назначается аудиторная защита.

Для успешной защиты отчета необходимо изучить теоретический материал по теме работы, а так же освоить математический аппарат, необходимый для решения задач включённых в расчётно–графические работы. При подготовке к защите, помимо данного методического указания, необходимо использовать учебники и другие учебные пособия, рекомендованные министерством образования и науки к учебному процессу. Во время защиты студент должен уметь ответить на вопросы преподавателя в полном объёме теоретического и методического содержания данного РГР, уметь самостоятельно вывести необходимые расчётные формулы, выполнить анализ полученных зависимостей и прокомментировать полученные результаты.

3 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ПО ТЕРМОДИНАМИКЕ

Состояние термодинамической системы

Термодинамической системой называется совокупность макроскопических тел, которые могут обмениваться между собой и с другими телами (внешней средой) энергией и веществом. Каждое макроскопическое тело состоит из совокупности огромного числа структурных элементов (атомов и молекул). Описание *микросостояния* такой системы с подробным перечислением физических характеристик каждой составляющей ее частицы для данной работы не целесообразно.

Термодинамические параметры состояния

В термодинамике для описания *макроскопического состояния* вещества используют такие физические величины как давление p , объем V , температура T , концентрация частиц n , масса тела m и т.п. Эти физические величины характеризуют свойства и состояние системы в большом масштабе и называются *термодинамическими параметрами состояния*.

Любая термодинамическая система независимо от начального состояния в заданных внешних условиях самопроизвольно переходит в макросостояние, в котором все параметры состояния имеют определённые значения, не изменяющиеся со временем. В таком состоянии она может находиться, пока не изменятся внешние условия. Это состояние называется *равновесным*.

Уравнения состояния

Функциональная зависимость между параметрами состояния при равновесии называется *уравнением состояния*.

Газ, в котором взаимодействие между молекулами пренебрежимо мало, а размеры молекул много меньше размеров сосуда называют *идеальным газом*.

Уравнение состояния идеального газа (уравнение

Менделеева — Клапейрона)

$$pV = \nu RT \quad \text{или} \quad pV = \frac{m}{M} RT, \quad (1)$$

где: ν – количество вещества, $[\nu] = \text{моль}$; T – термодинамическая температура, $[T] = \text{К}$; V – объём, $[V] = \text{м}^3$; P – давление газа, $[p] = \text{Па}$; m – масса газа, $[m] = \text{кг}$; M – молярная масса газа, $[M] = \text{кг/моль}$; R – универсальная газовая постоянная – физическая величина, характеризующая работу одного моля газа при его изобарном нагревании на один Кельвин. $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К})$.

Другая форма этого уравнения:

$$p = nkT, \quad (2)$$

где: k – постоянная Больцмана. $k = 1,38 \cdot 10^{23} \text{ Дж/К}$.

При увеличении плотности газа сокращается расстояние между его молекулами, что делает необходимым учет собственного объема молекул и взаимодействия между ними. Оба этих фактора учитываются в уравнении, предложенном Ван-дер-Ваальсом.

Уравнение состояния реального газа (уравнение Ван-дер-Ваальса):

для одного моля газа

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2} \right) (V_0 - b) = RT, \quad (3)$$

для произвольной массы реального газа

$$\left(p + \frac{m^2}{M^2} \frac{a^2}{V^2} \right) \cdot \left(V - \frac{m}{M} b \right) = \frac{m}{M} RT, \quad (4)$$

где: V_0 – объём одного моля газа, V – объём, занимаемый газом,

$\frac{a}{V_0^2}$ – внутреннее давление, обусловленное силами взаимного

притяжения между молекулами, b – поправка на собственный объём молекул, учитывающая действие сил отталкивания между молекулами и равная учетверенному объёму молекул, содержащихся

в одном моле газа.

Формулы для определения поправок Ван-дер-Ваальса.

$$a = -2\pi N_A^2 \int_0^{\infty} W^n(r) r^2 dr. \quad (5)$$

Здесь $W^n(r)$ – потенциальная энергия притяжения двух молекул, $W^n(r) < 0$.

$$b = N_A \cdot \frac{2}{3} \pi d^3, \quad (6)$$

где: N_A – число Авогадро, d – диаметр молекулы.

Величины a и b связаны с параметрами критического состояния газа p_k , $V_{ок}$ и T_k :

$$b = \frac{1}{3} V_{ок}, \quad a = \frac{9}{8} R T_k V_{ок}, \quad (7)$$

$$V_{ок} = 3b, \quad p_k = \frac{a}{27b^2}, \quad T_k = \frac{8a}{27Rb}.$$

Если молярный объем $V_M \gg b$ и $\frac{a^2}{V^2} \ll p$, то уравнение Ван-дер-Ваальса переходит в уравнение Менделеева-Клапейрона.

Изопроцессы

Изопроцессами называют процессы изменения состояния термодинамической системы, протекающие при неизменной массе и постоянном значении одного из параметров состояния.

Таблица 1.

Процесс	Постоянный параметр
Изобарический	Давление
Изотермический	Температура
Изохорический	Объем

Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения Менделеева – Клапейрона, для изопроцессов следующие:

• **закон Бойля – Мариотта** для изотермического процесса ($T = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$pV = \text{const} , \quad (8)$$

или для двух состояний газа $p_1V_1 = p_2V_2$;

• **закон Гей – Люссака** для изобарного процесса ($p = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$V/T = \text{const} , \quad (9)$$

или для двух состояний газа $V_1/T_1 = V_2/T_2$;

• **закон Шарля** для изохорного процесса ($V = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$p/T = \text{const} , \quad (10)$$

или для двух состояний газа $p_1/T_1 = p_2/T_2$;

Адиабатический процесс

Адиабатическим называется процесс, протекающий при неизменной массе и без теплообмена с окружающей средой, ($dQ = 0$).

Уравнение адиабаты (уравнение Пуассона):

$$pV^\gamma = \text{const} . \quad (11)$$

Показатель адиабаты: $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$. (12)

Работа адиабатического расширения:

$$dA = -dU = p dV , \quad (13)$$

$$A_{12} = \frac{m}{M} \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_2) , \quad (14)$$

$$A = \int_{1-2} p dW = p_1 V_1^\gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V^\gamma} dV = \frac{p_1 V_1^\gamma}{1-\gamma} \left(\frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_1^{\gamma-1}} \right), \quad (15)$$

где T_1 и T_2 – температура в состояниях 1 и 2.

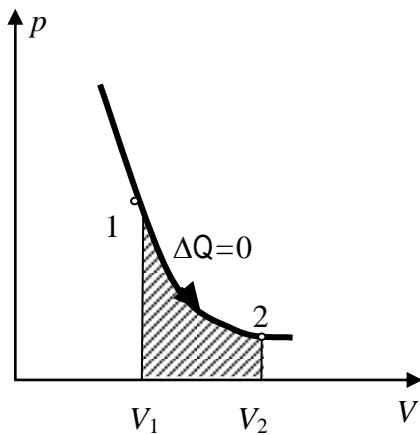


Рис. 1 Адиабатический процесс изменения состояния.

Диаграмма этого процесса в координатах $p - V$ представлена на рис. 1. На рисунке геометрической интерпретацией работы адиабатического расширения является площадь заштрихованной фигуры под графиком в интервале изменения объёма от V_1 до V_2 .

Первое начало термодинамики

Как и в других разделах физики, в термодинамике одним из основных параметров системы является энергия. *Внутренняя энергия* системы включает все виды энергии системы без учета потенциальной энергии взаимодействия системы с другими системами и кинетической энергии движения всей системы как целого. Таким образом, внутренняя энергия U системы складывается из кинетической энергии движения отдельных молекул, потенциальной энергии взаимодействия между молекулами и внутримолекулярной энергии. В формулы термодинамики всегда входит изменение внутренней энергии системы в процессе перехода из одного ее состояния в другое.

Первое начало термодинамики по существу это закон сохранения энергии для тепловых процессов. Возможны две

формулировки *первого начала термодинамики*.

1. Изменение внутренней энергии системы определяется количеством тепла, сообщенного системе, и работой, совершенной внешними силами:

$$dU = d'Q + d'A^*. \quad (16)$$

2. Количество теплоты, сообщенное системе, расходуется на изменение внутренней энергии системы и на совершение системой работы против внешних сил:

$$d'Q = dU + d'A, \quad (17)$$

где: dU – изменение внутренней энергии системы, $d'A$ – элементарная работа, совершаемая системой, $d'A^*$ – элементарная работа, совершаемая внешними силами, $d'Q$ – элементарное количество тепла, подводимое к системе.

Полученное количество теплоты при нагревании вещества системы и её переходе из состояния 1 в состояние 2 можно рассчитать по формуле

$$Q = m \int_{1-2} c dT = \nu \int_{1-2} C_i dT, \quad (18)$$

где: c – удельная теплоемкость вещества, C_m – молярная теплоемкость вещества..

В большинстве задач значения c и C_m можно считать не зависящими от температуры и выносить их за знак интеграла. При этом необходимо учитывать, что количество теплоты и, соответственно, значения теплоемкостей зависят от типа процесса 1–2. Если теплообмен идет при постоянном давлении (*изобарический* процесс) или постоянном объеме (*изохорический* процесс), то разность соответствующих молярных теплоемкостей C_p и C_v определяется по *уравнению Майера*

$$C_p - C_v = R. \quad (19)$$

Работа, совершаемая газом в процессе 1–2, вычисляется по формуле:

$$A = \int_{1-2} p dV \quad (20)$$

Полученная при интегрировании работа также зависит от типа процесса 1–2 (см. рис. 2). На графике процесса в координатах $p - V$ работа численно равна площади криволинейной трапеции под линией процесса. Расчет существенно облегчается, если использовать уравнение соответствующего процесса. Например, при постоянстве температуры (*изотермический* процесс) можно воспользоваться уравнением Бойля – Мариотта $p_1V_1 = p_2V_2$, где p_i и V_i – параметры одного из состояний. Если же процесс идет без теплообмена, то следует применить одно из *уравнений адиабаты*:

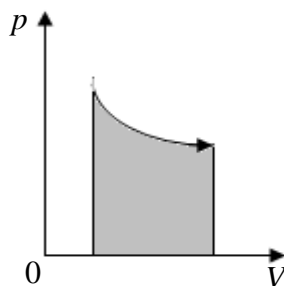


Рис. 2 Графическое определение работы

$$pV^\gamma = p_1V_1^\gamma \quad \text{или} \quad TV^{\gamma-1} = T_1V_1^{\gamma-1}. \quad (21)$$

Полезные при решении задач формулы для определения теплоёмкости при постоянном давлении и теплоёмкости при постоянном объёме:

$$C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R \quad \text{и} \quad C_v = \frac{1}{\gamma-1} R. \quad (22)$$

Решение задач целесообразно начинать с построения графика процесса. При этом наиболее удобно использовать $p - V$ диаграмму.

4 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ТЕРМОДИНАМИКЕ

Пример 1.

Идеальный газ расширяется: в первом случае при постоянной температуре, а во втором – при постоянном давлении. При этом его объем увеличился в 2 раза, а начальное состояние в обоих случаях одинаковое. Определить во сколько раз отличаются полученные газом количества теплоты. В каком случае газ совершит большую работу?

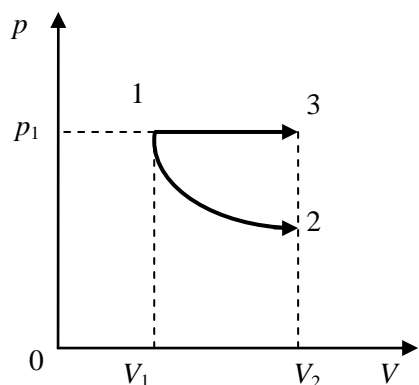


Рис. 3

Решение

Графики изотермического и изобарного процессов в $p - V$ координатах представлены на рис. 3. Работа газа в каждом случае соответствует площади под линией, изображающей процесс. При этом

$$A_{1-2} < A_{1-3}. \quad (23)$$

Для подтверждения этого вывода воспользуемся формулой (20). При изобарном процессе преобразуем ее к виду:

$$A_{1-3} = p_1(V_2 - V_1) = p_1(2V_1 - V_1) = p_1V_1. \quad (24)$$

При изотермическом процессе давление является функцией объема газа. Из уравнения состояния следует, что $p = \frac{\nu RT_1}{V}$. Тогда

$$A_{1-2} = \nu RT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1V_1 \ln 2. \quad (25)$$

Так как $\ln 2 < 1$, то $A_{1-2} < A_{1-3}$.

Для определения полученного в процессах количества теплоты используем первое начало термодинамики. При изотермическом процессе $\Delta U = 0$. Тогда

$$Q_{1-2} = A_{1-2} = p_1 V_1 \ln 2. \quad (26)$$

При изобарном процессе

$$Q_{1-3} = \Delta U_{1-3} + A_{1-3}, \quad (27)$$

где: ΔU_{1-3} – изменение внутренней энергии, которое определим с учетом уравнения состояния идеального газа и формулы (12)

$$\Delta U_{1-3} = \nu C_V \Delta T = C_V \frac{p_1 \Delta V}{R} = \frac{C_V}{R} p_1 V_1 = \frac{1}{\gamma - 1} p_1 V_1. \quad (28)$$

Так как $1 < \gamma < 1,66$, то $\ln 2 < 1 < \frac{1}{\gamma - 1}$. Следовательно, $Q_{1-3} > Q_{1-2}$.

Ответ: работа газа и количество полученного газом тепла при изобарном процессе больше, чем при изотермическом процессе;

Пример 2.

Состояние одного моля идеального газа изменяется по замкнутому циклу, состоящему из двух изобарических процессов и двух изохорических (рис. 4). В состоянии 1 температура газа $T_1 = 100 \text{ K}$, в состоянии 3 температура газа $T_3 = 400 \text{ K}$. В состояниях 2 и 4 температуры одинаковы.

Определить работу, совершенную газом за цикл.

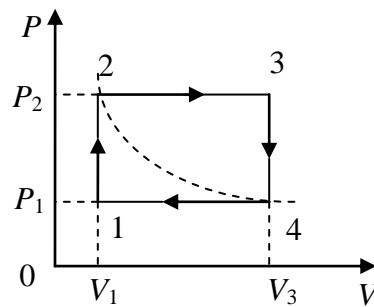


Рис. 4

Решение

Работа газа за цикл равна сумме работ на отдельных участках:

$$A = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1}. \quad (29)$$

На участках 1 – 2 и 3 – 4 объем газа не изменяется (процессы изохорические), и работа равна нулю. На участке 2 – 3 давление постоянно (процесс изобарический). Работа газа в соответствии с формулой (20):

$$A_{2-3} = \int_{2-3} p dV = p_2 \int_{V_1}^{V_3} dV = p_2(V_3 - V_1). \quad (30)$$

Эта величина соответствует площади прямоугольника под графиком процесса (рис. 4).

Используя уравнение Клапейрона – Менделеева $pV = \nu RT$, выражение для работы на участке 2 – 3 перепишем в виде:

$$A_{2-3} = \nu(RT_3 - RT_2). \quad (31)$$

Аналогично получим формулу работы на участке 4 – 1:

$$A_{4-1} = \int_{4-1} p dV = p_1 \int_{V_3}^{V_1} dV = p_1(V_1 - V_3) = \nu RT_1 - \nu RT_4. \quad (32)$$

Так как $V_1 < V_3$, то полученное значение меньше нуля. Работа также численно равна площади под линией процесса, но с отрицательным знаком. Тогда работа за весь цикл равна площади прямоугольника 1-2-3-4-1 или

$$A = \nu(RT_3 - RT_2 + RT_1 - RT_4). \quad (33)$$

Учитывая, что по условию задачи $T_2 = T_4 = T$, полученную формулу преобразуем к виду:

$$A = \nu(RT_3 - 2RT + RT_1). \quad (34)$$

Если воспользоваться уравнением состояния идеального газа для состояния 1, 2, 3 и 4, то температуру T можно выразить через T_1

и T_3 . В результате преобразований получим:

$$\frac{T_1}{T} = \frac{T}{T_3} \quad \text{или} \quad T = \sqrt{T_1 T_3}. \quad (35)$$

Следовательно, работа газа:

$$A = \nu(RT_3 - 2R\sqrt{T_1 T_3} + RT_1) = \nu R(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1})^2. \quad (36)$$

Вычисления:

$$A = \nu R(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1})^2 = 1 \cdot 8,31 \cdot (\sqrt{400} - \sqrt{100})^2 = 831 \text{ Дж.}$$

Ответ: работа, совершённая газом за цикл, равна 831 Дж.

5 ЗАДАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

Расчётно-графическая работа 1

Тема: *термодинамические циклы*

Формулировка задания:

Идеальный газ массой $m = 10^{-3}$ кг, совершает цикл $a-b-c-d-a$.

Построить цикл в координатах $p - V$. Определить для одного из процессов величину, указанную в последнем столбце таблицы 2. Определить КПД цикла. Для всех участков цикла указать знак изменения внутренней энергии и определить: получает или отдает газ тепло; совершает газ работу или работа совершается над газом.

Чередование процессов указано в таблице 2 в соответствии с номером варианта.

Символы a, b, c, d обозначают соответствующие точки цикла на координатной плоскости $p - V$.

Исходные данные: $p_1 = 0,2$ МПа, $p_2 = 0,1$ МПа, $p_3 = 0,15$ МПа, $V_1 = 1$ л, $V_2 = 2$ л.

Таблица 2. Значения параметров по вариантам

№	Газ	Параметры	Вид процесса				Найти
			$a \rightarrow b$	$b \rightarrow c$	$c \rightarrow d$	$d \rightarrow a$	
1	H ₂	$V_a = V_1, V_b = V_2,$ $p_b = p_2$	$T = \text{const}$	$p = \text{const}$	$Q = 0$	$d = a$	$Q_{b \rightarrow c}$
2	H ₂	$V_a = V_1, V_b = V_2,$ $p_a = p_1, p_c = p_2$	$p = \text{const}$	$Q = 0$	$p = \text{const}$	$Q = 0$	$A_{b \rightarrow c}$
3	H ₂	$p_b = p_1, p_c = p_2,$ $V_b = V_2, V_d = V_1$	$T = \text{const}$	$V = \text{const}$	$p = \text{const}$	$V = \text{const}$	$Q_{b \rightarrow c}$
4	O ₂	$V_a = V_1, V_b = V_2,$ $V_c = V_1, p_b = p_2$	$T = \text{const}$	$p = \text{const}$	$V = \text{const}$	$d = a$	$Q_{c \rightarrow d}$
5	O ₂	$V_a = V_1, p_a = p_1,$ $V_b = V_2$	$p = \text{const}$	$V = \text{const}$	$Q = 0$	$d = a$	$Q_{b \rightarrow c}$
6	O ₂	$V_a = V_1, V_b = V_2,$ $p_a = p_1, p_c = p_3$	$p = \text{const}$	$V = \text{const}$	$p = \text{const}$	$T = \text{const}$	$Q_{b \rightarrow c}$
7	N ₂	$p_a = p_1, p_d = p_2,$ $V_b = V_2, V_d = V_1$	$T = \text{const}$	$V = \text{const}$	$Q = 0$	$V = \text{const}$	$A_{c \rightarrow d}$
8	N ₂	$p_a = p_1, p_b = p_2,$ $V_c = V_1$	$Q = 0$	$T = \text{const}$	$V = \text{const}$	$d = a$	$A_{a \rightarrow b}$
9	Ne	$p_a = p_1, p_b = p_2,$ $V_b = V_2$	$T = \text{const}$	$V = \text{const}$	$Q = 0$	$d = a$	$A_{c \rightarrow d}$
10	He	$p_c = p_2, p_a = 2p_1,$ $V_b = V_2, V_d = V_1$	$p = \text{const}$	$V = \text{const}$	$T = \text{const}$	$V = \text{const}$	$Q_{c \rightarrow d}$
11	Ar	$V_a = V_1, p_a = p_1,$ $p_c = p_2, V_b = V_2$	$p = \text{const}$	$V = \text{const}$	$p = \text{const}$	$Q = 0$	$A_{d \rightarrow a}$
12	CH ₄	$V_a = V_1, V_b = V_2,$ $p_a = p_1, p_c = p_2$	$p = \text{const}$	$T = \text{const}$	$p = \text{const}$	$T = \text{const}$	$Q_{c \rightarrow d}$
13	C ₂ H ₆	$p_b = p_1, p_c = p_2,$ $V_b = V_2, V_d = V_1$	$Q = 0$	$V = \text{const}$	$Q = 0$	$V = \text{const}$	$Q_{b \rightarrow c}$
14	C ₂ H ₄	$p_b = p_1, p_c = p_2,$ $V_b = V_2, V_d = V_1$	$Q = 0$	$V = \text{const}$	$T = \text{const}$	$V = \text{const}$	$Q_{d \rightarrow a}$
15	CH ₄	$V_b = V_2, p_a = p_1,$ $p_c = p_2, V_d = V_1$	$p = \text{const}$	$Q = 0$	$p = \text{const}$	$V = \text{const}$	$Q_{d \rightarrow a}$
16	C ₂ H ₆	$V_a = V_1, V_b = V_2,$ $p_c = p_2, p_a = 2p_1$	$p = \text{const}$	$V = \text{const}$	$Q = 0$	$V = \text{const}$	$A_{c \rightarrow d}$
17	CO ₂	$p_c = p_2, p_a = p_1,$ $V_b = V_2$	$p = \text{const}$	$V = \text{const}$	$T = \text{const}$	$d = a$	$Q_{a \rightarrow b}$
18	CO ₂	$V_b = V_2, p_b = p_2,$ $V_c = V_1$	$Q = 0$	$p = \text{const}$	$V = \text{const}$	$d = a$	$A_{a \rightarrow b}$
19	N ₂ O	$V_a = V_1, V_b = V_2,$ $p_a = p_1$	$p = \text{const}$	$Q = 0$	$T = \text{const}$	$d = a$	$A_{b \rightarrow c}$
20	NO	$p_a = p_1, p_d = p_2,$ $V_b = V_2, V_d = V_1$	$T = \text{const}$	$V = \text{const}$	$T = \text{const}$	$V = \text{const}$	$Q_{b \rightarrow c}$

21	NH ₃	$V_b = V_2, p_a = p_1,$ $p_c = p_2, V_d = V_1$	$p = \text{const}$	$T = \text{const}$	$p = \text{const}$	$V = \text{const}$	$Q_{c \rightarrow d}$
22	NH ₃	$p_c = p_2, p_a = 2p_1,$ $V_b = V_2, V_d = V_1$	$p = \text{const}$	$V = \text{const}$	$Q = 0$	$V = \text{const}$	$Q_{b \rightarrow c}$
23	H ₂ O	$V_a = V_1, V_b = V_2,$ $p_a = p_1, p_c = p_2$	$p = \text{const}$	$T = \text{const}$	$p = \text{const}$	$Q = 0$	$A_{d \rightarrow a}$
24	H ₂ O	$V_a = V_1, V_b = V_2,$ $p_a = p_1, p_c = p_2$	$p = \text{const}$	$Q = 0$	$p = \text{const}$	$T = \text{const}$	$Q_{c \rightarrow d}$
25	H ₂ O	$p_b = p_1, p_c = p_2,$ $V_b = V_2, V_d = V_1$	$Q = 0$	$V = \text{const}$	$p = \text{const}$	$V = \text{const}$	$A_{a \rightarrow b}$

Расчётно-графическая работа 2

Тема: термодинамические циклы

Формулировка задания:

Идеальный газ в количестве m килограмм совершает цикл (круговой процесс), которому соответствуют две изобары и две изохоры. Температура в состояниях 2 и 4 соответственно T_2 и T_4 . Точки 1 и 3 лежат на одной изотерме. Показатель адиабаты γ соответствует газу из варианта задания.

Построить цикл в координатах $p - V$. Определить: работу, совершенную газом за цикл; изменение внутренней энергии на участке 1-2 (варианты 1-9), на участке 2-3 (варианты 10-18), на участке 3-4 (варианты 19-27); количество теплоты, полученное газом за цикл; коэффициент полезного действия цикла.

Газ, значения температур и масса указаны в таблице 3 в соответствии с номером варианта.

Таблица 3. Значения параметров по вариантам

№	Газ	$m,$ кг	$T_2,$ К	$T_4,$ К	№	Газ	$m,$ кг	$T_2,$ К	$T_4,$ К	№	Газ	$m,$ кг	$T_2,$ К	$T_4,$ К
1	H ₂	0,10	49	225	10	Ne	0,04	100	225	19	H ₂ O	0,27	676	841
2	H ₂	0,20	64	324	11	Ne	0,08	121	256	20	H ₂ O	0,18	676	900
3	H ₂	0,30	90	361	12	Ne	0,10	144	289	21	H ₂ O	0,09	676	961
4	O ₂	0,80	169	400	13	Ar	0,20	169	729	22	CH ₄	0,40	225	676
5	O ₂	0,16	196	441	14	Ar	0,32	196	784	23	CH ₄	0,80	256	729
6	O ₂	0,32	225	484	15	Ar	0,40	225	529	24	CH ₄	0,16	289	784
7	N ₂	0,07	144	529	16	CO ₂	0,44	324	576	25	C ₃ H ₈	0,44	400	841
8	N ₂	0,14	256	576	17	CO ₂	0,11	361	676	26	C ₂ H ₄	0,14	441	900
9	N ₂	0,28	289	625	18	CO ₂	0,22	400	961	27	C ₂ H ₆	0,3	529	961

Расчётно-графическая работа 3
Тема: реальные газы.

Формулировка задания:

Газ в количестве m грамм, занимавший при температуре T_1 , объем V_1 , расширяется изотермически до объема V_2 . Определить начальное давление газа, работу при расширении, изменение внутренней энергии газа и количество поглощенной теплоты. Рассчитать постоянные Ван-дер-Ваальса a и b для газа, указанного в варианте задания, используя значения критических параметров и сравнить с данными таблицы 8 приложения.

Таблица 4. Значения параметров по вариантам

№	Газ	m , кг	V_1 , л	V_2 , л	T_1 , К	№	Газ	m , кг	V_1 , л	V_2 , л	T_4 , К	№	Газ	m , кг	V_1 , л	V_2 , л	T_4 , К
1	H ₂	0,10	0,08	0,1	50	10	He	0,08	0,8	3,2	60	19	CO ₂	0,11	2,0	3,0	500
2	H ₂	0,20	0,1	0,3	80	11	Ar	2,00	0,5	2,0	200	20	CO ₂	0,22	4,0	5,0	600
3	H ₂	0,30	0,2	0,5	100	12	Ar	3,20	1,0	3,0	300	21	CO ₂	0,44	5,0	6,0	700
4	O ₂	0,08	1,0	2,0	180	13	Ar	4,00	1,5	4,5	400	22	H ₂ O	0,09	0,5	1,0	800
5	O ₂	0,16	2,0	4,0	200	14	Cl	0,70	2,0	6,0	500	23	H ₂ O	0,18	1,0	3,0	900
6	O ₂	0,32	3,0	5,0	220	15	Cl	1,40	4,0	8,0	600	24	H ₂ O	0,27	2,0	5,0	950
7	N ₂	0,07	0,3	0,6	150	16	Ne	0,60	0,05	0,1	100	25	CH ₄	0,32	0,1	0,4	250
8	N ₂	0,14	0,4	0,8	250	17	Ne	0,40	0,10	0,15	120	26	CH ₄	0,16	0,2	0,8	300
9	He	0,04	0,7	1,4	30	18	Ne	0,20	0,15	0,3	150	27	CH ₄	0,08	0,6	1,8	350

6 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ПО КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ.

Распределения Максвелла и Больцмана

Из-за невозможности подробного описания состояния всех частиц в макросистемах в статической физике используют аппарат теории вероятностей. Если известна вероятность $dP(A)$ того, что значение физической величины A , характеризующей отдельную молекулу, находится в пределах от A до $A + dA$, то количество молекул dN с такими значениями величины A определяется

формулой:

$$dN = N dP(A) = N f(A) dA, \quad (37)$$

где: $f(A)$ имеет смысл плотности вероятности. Ее также называют *функцией распределения вероятностей* по величине A или просто функцией распределения.

Функция распределения молекул газа по скоростям называется *распределением Максвелла*. В частности, распределение молекул газа по значениям проекции скорости v_x имеет вид:

$$f(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}, \quad (38)$$

где: m – масса отдельной молекулы. График этой функции приведен на рис. 5.

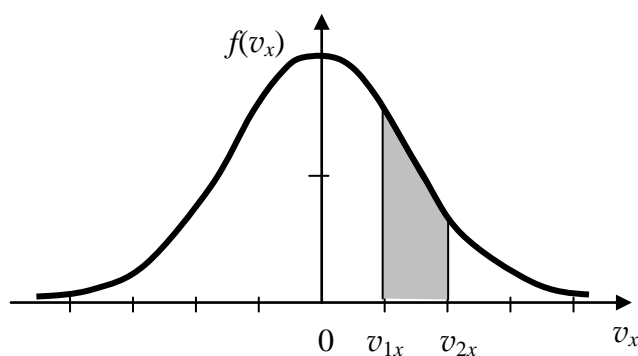


Рис. 5 Распределение молекул газа по скоростям

Площадь затемненного участка соответствует вероятности того, что молекула обладает проекцией скорости, значение которой находится в интервале от v_{1x} до v_{2x} .

В практических задачах вместо функции распределения (38) часто удобнее использовать функцию распределения по модулю скорости:

$$F(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}. \quad (39)$$

График этой функции приведен на рис. 6. Максимум соответствует *наиболее вероятной скорости* молекул $v_{\text{вер}}$, которая равна:

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}. \quad (40)$$

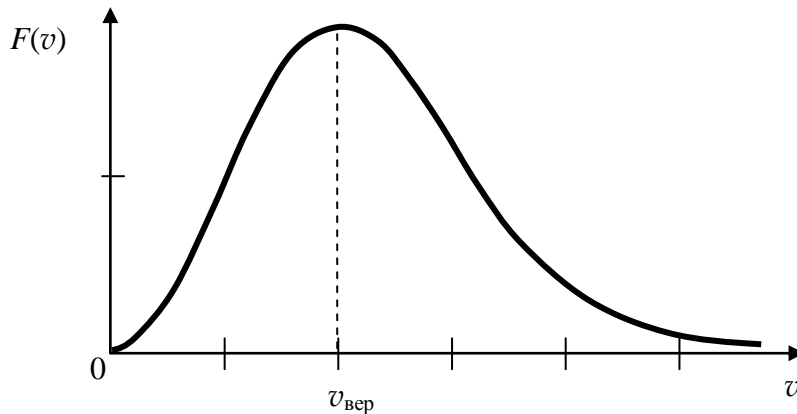


Рис. 6 Распределение молекул газа по модулю скорости

Зная функцию распределения $f(A)$, можно найти *среднее* значение самой величины $A_{\text{ср}}$ или величины, зависящей от A , т.е. $\Phi_{\text{ср}}(A)$:

$$A_{\text{ср}} = \int A f(A) dA, \quad \Phi_{\text{ср}} = \int \Phi(A) f(A) dA. \quad (41)$$

При этом интегрирование ведется по всей области определения величины A . Например, найденные таким образом *средняя скорость*

$v_{\text{ср}}$ и *средняя квадратичная скорость* $v_{\text{ср.кв}} = \sqrt{(v^2)_{\text{ср}}}$, соответственно равны:

$$v_{cp} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad (42)$$

$$v_{cp,кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \quad (43)$$

Функция распределения частиц по пространственным координатам в потенциальном поле сил называется *распределением Больцмана*. Например, если потенциальная энергия частиц зависит только от координаты x , то распределение Больцмана имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{U(x)}{kT}} dx} e^{-\frac{U(x)}{kT}}. \quad (44)$$

где $U(x)$ – потенциальная энергия частицы в точке с координатой x .

Функция распределения молекул газа по энергиям теплового движения:

$$f(K) = \frac{dN(K)}{N dK} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} K^{1/2} e^{-\frac{K}{kT}}. \quad (45)$$

Здесь функция $f(K)$ распределения молекул по энергиям теплового движения определяет относительное число молекул $dN(K)/N$ из общего числа N молекул, которые имеют кинетические энергии $K = m_0 v^2/2$, заключенные в интервале от K до $K + dK$.

Если же учитывать и потенциальную и кинетическую энергию молекул, т.е. полную энергию $E = U + K$, то получим **закон распределения Максвелла-Больцмана**:

$$dn = n_0 \left(\frac{m}{\pi 2kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{E}{kT}} v^2 dv. \quad (46)$$

Здесь n_0 – число молекул в единице объема в той точке, где $U = 0$.

**7 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ
РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ ПО КИНЕТИЧЕСКОЙ
ТЕОРИИ ГАЗОВ.**

Пример 3.

Найти число молекул хлора в одном кубическом миллиметре при $t = 500\text{ }^\circ\text{C}$ и давлении 10^5 Па , компоненты скорости которых заключены в следующих интервалах: $v_x = (200 \div 205)\text{ м/с}$; $v_y = (100 \div 110)\text{ м/с}$; $v_z = (100 \div 105)\text{ м/с}$. Относительная атомная масса хлора 35,45.

Дано:
 $t = 500\text{ }^\circ\text{C}$
 $T = 773\text{ К}$
 $p = 10^5\text{ Па}$
 $\mu = 0,0709\text{ кг/моль}$
 $v_x = 200\text{ м/с}$;
 $v_y = 100\text{ м/с}$;
 $v_z = 100\text{ м/с}$.
 $\Delta v_x = 5\text{ м/с}$;
 $\Delta v_y = 10\text{ м/с}$;
 $\Delta v_z = 5\text{ м/с}$
 $V = 1\text{ мм}^3 = 10^{-6}\text{ м}^3$.

Найти:
 $\Delta N = ?$

Решение

В соответствии с распределением Максвелла функция распределения молекул газа по значениям проекции скорости v_x

$$\frac{dN(v_x)}{N dv_x} = \varphi(v_x) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v_x^2}{2kT}\right).$$

Вероятность того, что проекция скорости на ось Ox лежит в интервале от v_x до $v_x + \Delta v_x$ равна:

$$\Delta P_x = \frac{\Delta N(v_x)}{N} = \varphi(v_x) \Delta v_x = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v_x^2}{2kT}\right) \cdot \Delta v_x.$$

Аналогично, для проекций скорости v_y и v_z :

$$\Delta P_y = \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v_y^2}{2kT} \right) \cdot \Delta v_y ;$$

$$\Delta P_z = \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v_z^2}{2kT} \right) \cdot \Delta v_z .$$

При этом учтено, что $\Delta v_x \ll v_x$, $\Delta v_y \ll v_y$, $\Delta v_z \ll v_z$.

По закону умножения вероятностей вероятность того, что молекула *одновременно* имеет все три проекции скоростей в указанных интервалах, равна произведению вероятностей:

$$\Delta P = \frac{\Delta N}{N} = \Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z = \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0}{2kT} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \right) \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z ,$$

откуда искомое число молекул:

$$\Delta N = N \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0}{2kT} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \right) \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z .$$

Здесь N – полное число молекул в объёме V : $N = n \cdot V$, n – концентрация молекул. Она может быть найдена из уравнения Менделеева-Клапейрона $p = nkT$. Тогда

$$\Delta N = \frac{p}{kT} \cdot V \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0}{2kT} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \right) \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z .$$

В последнем выражении остаётся неизвестной только масса одной молекулы; её найдём из закона Авогадро:

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A} = \frac{0.0709}{6.02 \cdot 10^{23}} = 1.18 \cdot 10^{-25} \text{ кг} .$$

Теперь можно найти искомую величину:

$$\Delta N = \frac{10^5 \cdot 10^{-6}}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 773} \cdot \left(\frac{1.18 \cdot 10^{-25}}{2 \cdot 3.14 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 773} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(- \frac{1.18 \cdot 10^{-25} \cdot (200^2 + 100^2 + 100^2)}{2 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 773} \right) \cdot 5 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta N = 5.3 \cdot 10^{12}.$$

Ответ: число молекул хлора в одном кубическом миллиметре при данных условиях $\Delta N = 5.3 \cdot 10^{12}$.

Пример 4.

В некотором объеме содержится один моль идеального газа. Определить число молекул ΔN , скорость которых меньше $0,001 v_{вер}$.

Решение

Число молекул ΔN найдём как произведение общего числа молекул (в данной задаче N_A) и вероятности ΔP того, что отдельная молекула имеет скорость в заданном интервале от 0 до $0,001 v_{вер}$.

На рис. 7 приведен начальный участок графика распределения Максвелла.

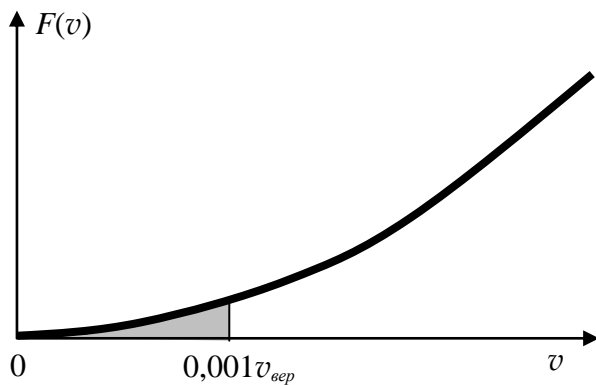


Рис. 7 График распределения Максвелла

Площадь под графиком на участке от 0 до $0,001 v_{вер}$ соответствует величине ΔP . Эту вероятность получим интегрированием функции распределения (39). Следовательно, число молекул:

$$\Delta N = N_A \int_0^{0,001 v_{вер}} F(v) dv.$$

Процесс интегрирования упрощается, если учесть, что по условию в заданном диапазоне $v \ll v_{вер}$. С учетом (40) это неравенство перепишем в виде $\frac{mv^2}{2kT} \ll 1$. Тогда выполняется

приближение $e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \approx 1 - \frac{mv^2}{2kT}$ и подынтегральное выражение можно существенно упростить:

$$\Delta N = N_A \int_0^{0,001 v_{вер}} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 dv \approx 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} N_A \int_0^{0,001 v_{вер}} \left(1 - \frac{mv^2}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 dv.$$

Так как $\frac{mv^2}{2kT} \ll 1$, то стоящей в скобках величиной $\frac{mv^2}{2kT}$ можно пренебречь. Тогда:

$$\Delta N \approx 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} N_A \int_0^{0,001 v_{вер}} v^2 dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} N_A \frac{v^3}{3} \Big|_0^{0,001 v_{вер}} = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} N_A \cdot 10^{-9} v_{вер}^3.$$

Подставив значение $v_{вер} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$ находим искомое число молекул:

$$\Delta N \approx \frac{4}{3} \pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} N_A \cdot 10^{-9} \left(\frac{2kT}{m} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} N_A \cdot 10^{-9} \approx 4,5 \cdot 10^{14}.$$

Ответ: число молекул, скорость которых меньше 0,001 от наиболее вероятной скорости, равно $4,5 \cdot 10^{14}$.

8 ЗАДАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

Расчётно-графическая работа 4

Тема: *распределение Максвелла*

Формулировка задания:

Найти число молекул заданного газа в заданном объёме V при температуре t и давлении p , компоненты скорости которых заключены в следующих интервалах: u_x ; u_y ; u_z (см. табл. 5). Определить среднюю арифметическую скорость молекул, среднюю квадратическую скорость и наиболее вероятную скорость молекул. Относительную атомную массу газа взять из справочников. Построить график зависимости числа молекул от температуры в заданном интервале Δt . Установить закон распределения молекул газа по энергиям теплового движения.

Таблица 5. Значения параметров по вариантам.

№ вар.	Газ	t , °C	V , мм ³	$p \cdot 10^{-5}$, Па	u_x , м/с	u_y , м/с	u_z , м/с	Δt , °C
1	аргон	500	1	1,03	200÷205	100÷110	100÷105	450÷520
2	хлор	600	2	1,10	195÷200	95÷105	95÷100	350÷440
3	этан	300	3	1,02	185÷190	75÷85	70÷75	550÷570
4	пропан	310	5	1,04	210÷215	110÷120	110÷115	410÷490
5	диоксид углерода	700	10	1,11	200÷205	100÷110	100÷105	450÷520
6	бензол	320	20	1,06	195÷200	95÷105	95÷100	350÷440
7	толуол	330	7	0,99	185÷190	75÷85	70÷75	550÷570
8	метанол	290	15	0,98	210÷215	110÷120	110÷115	410÷490
9	оксид углерода	550	16	0,97	200÷205	100÷110	100÷105	450÷520
10	водород	360	5	1,20	195÷200	95÷105	95÷100	350÷440
11	азот	370	1	1,21	185÷190	75÷85	70÷75	550÷570
12	кислород	440	6	1,19	210÷215	110÷120	110÷115	410÷490
13	ацетилен	285	40	1,17	200÷205	100÷110	100÷105	450÷520
14	этилен	360	30	1,05	195÷200	95÷105	95÷100	350÷440
15	метан	370	25	1,07	185÷190	75÷85	70÷75	550÷570
16	гелий	470	2	0,99	210÷215	110÷120	110÷115	410÷490

17	пропилен	290	30	0,95	200÷205	100÷110	100÷105	450÷520
18	хлористый водород	380	35	0,90	195÷200	95÷105	95÷100	350÷440
19	аммиак	415	20	1,21	185÷190	75÷85	70÷75	550÷570
20	диоксид азота	530	40	1,14	210÷215	110÷120	110÷115	410÷490
21	диоксид серы	520	15	1,10	200÷205	100÷110	100÷105	450÷520
22	сероводород	340	10	0,96	195÷200	95÷105	95÷100	350÷440
23	закись азота	365	5	0,89	185÷190	75÷85	70÷75	550÷570
24	сернистый ангидрид	400	7	0,99	210÷215	110÷120	110÷115	410÷490
25	бутан	300	1	1,02	200÷205	100÷110	100÷105	450÷520
26	гексан	310	3	1,04	195÷200	95÷105	95÷100	350÷440
27	криптон	375	45	1,07	185÷190	75÷85	70÷75	550÷570
28	ксенон	415	35	1,14	210÷215	110÷120	110÷115	410÷490
29	неон	425	25	1,09	200÷205	100÷110	100÷105	450÷520
30	пентан	360	15	1,01	195÷200	95÷105	95÷100	350÷440

ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица 6. Основные физические постоянные

Физическая величина	Численное значение
Атомная единица массы (унифицированная)	$1 \text{ у.а.е.м.} = 1,660531(11) \cdot 10^{-27} \text{ кг} =$ $= 931,481(52) \text{ МэВ}$
Давление атмосферное нормальное	$p_0 = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$
Молярная газовая постоянная	$R = 8,31441(26) \text{ Дж/(К}\cdot\text{моль)}$
Объем идеального газа при нормальных условиях	$V_0 = 22,4136 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постоянная Больцмана	$k = R/N_A = 1,380622(59) \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Ускорение свободного падения	$g = 9,80665 \text{ м/с}^2$
Число Авогадро	$N_A = 6,022169(40) \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

Таблица 7. Число степеней свободы газов и число i для различных молекул

Молекула	Число степеней свободы			i
	1	2	3	
Одноатомная	3	–	–	3
Двухатомная жёсткая	3	2	–	5
- упругая	3	2	1	7
Трехатомная жёсткая	3	3	–	6
Примечание. 1, 2 и 3 – поступательное, вращательное и колебательное движение соответственно.				

Таблица 8. Критические параметры и поправки Ван-дер-Ваальса

Газ	Критическая температура $T_{кр}$, К	Критическое давление $p_{кр}$, МПа	Поправки Ван-дер-Ваальса	
			a , Н·м ⁴ /моль ²	b , 10^{-5} м ³ /моль
Азот	126	3,39	0,135	3,86
Аргон	151	4,86	0,134	3,22
Водяной пар	647	22,1	0,545	3,04
Кислород	155	5,08	0,136	3,17
Неон	44,4	2,72	0,209	1,70
Углекислый газ	304	7,38	0,361	4,28
Хлор	417	7,71	0,650	5,62
Гелий	5,19	0,227	0,0035	2,37
Водород	33,24	1,30	0,0247	2,66
Метан	190,66	4,63	0,229	4,28

