лярным координатам.

113. $\iint\limits_{\sigma}(3-2z)d\sigma$ - часть поверхности цилиндра $z=1-\dfrac{y^2}{2}$, ограниченная плоскостями $y=x, x=0, z=0$.

114. $\iint\limits_{\sigma}\left(x^2+y^2\right)z^2 d\sigma$, где σ - часть поверхности конуса $x^2+y^2=z^2$, ограниченная плоскостями $z=0$ и $z=1$ (при вычислении двойного интеграла перейдите к полярным координатам).

115. $\iint\limits_{\sigma}\left(y^2+z^2\right)d\sigma$, σ - часть кругового цилиндра $y^2+z^2=1$, ограниченная плоскостями $x=y, x=2y, z=0(z\geq 0, x\geq 0)$.

116. $\iint\limits_{\sigma}\dfrac{1}{x^3}dydz+\left(y^2-x^2+z^2\right)dxdz$; σ - верхняя сторона части конуса $x^2=y^2+z^2$, ограниченной плоскостями $x=2, z=1\left(z\geq 1\right)$. При вычислении интеграла по $dydz$ перейти к полярным координатам.

117. $\iint\limits_{\sigma}\left(x^2+y^2+z^2\right)dydz+zdxdy$, где σ - верхняя сторона части сферы $x^2+y^2+z^2=1$ $\left(x\geq 0, y\geq 0, z\geq 0\right)$. При вычислении двойного интеграла перейдите к полярным координатам.

118. $\iint\limits_{\sigma}(2z-x)dydz+\left(x+2z\right)dxdz$, где σ - верхняя сторона части плоскости $x+y+z=4$, ограниченной координатными плоскостями.

119. $\iint\limits_{\sigma}\dfrac{e^{x+y}}{\sqrt{z+3y^2}}d\sigma$, σ - часть параболического цилиндра $z=y^2+1$, ограниченная координатными плоскостями и плоскостью $x+y=2$.

120. $\iint\limits_{\sigma}\dfrac{dxdz}{x^2+y^2+z^2+1}+\sqrt{4+y^2-z^2}\,dxdy$; σ - верхняя сторона части кругового цилиндра $x^2+z^2=4$, ограниченная круговым цилиндром $x^2+y^2=2x$ и плоскостью $z=0\left(z\geq 0\right)$. Перейдите к полярным координатам.

11-90

Контрольная работа № 8

В задачах 121-130 найдите градиент скалярного поля и проверьте, является ли скалярное поле $U(x,y,z)$ гармоническим.

121. $U(x,y,z)=3xy^2z+3xz^2+2xy-4z-5$,
122. $U(x,y,z)=2xyz+6x^2-4y^2-2z^2+3$,
123. $U(x,y,z)=y\sin z-x\cos y+xz-2z^2+7$,
124. $U(x,y,z)=x^2-y^2+xz-yz+2y-1$,
125. $U(x,y,z)=x^2y-yz^2+y^2-z^2+11x+8$,
126. $U(x,y,z)=x\sin y-y\cos x-y^2+z-3$,
127. $U(x,y,z)=ye^x-ze^y+x^2-z+27$,
128. $U(x,y,z)=xy+xz-yz+2x-3y-z+28$,
129. $U(x,y,z)=3xyz^2-xy^3+4y^2-4z^2-9$,
130. $U(x,y,z)=xy^3-x^3y+xz+y-1$.

В задачах 131-135 найдите поток векторного поля $\vec{a}$ через часть поверхности S, лежащую в первом октанте $(x\geq 0, y\geq 0, z\geq 0)$ в направлении нормали, образующей острый угол с осью Oz. Сделайте чертеж.

131. $\vec{a}=18z\vec{i}+3x\vec{j}+4y\vec{k}$, $S: x+2y+3z=1$,
132. $\vec{a}=(x-3y)\vec{i}+y\vec{j}+(2z-8)\vec{k}$, $S: x^2+y^2=4-z$,
133. $\vec{a}=2xy\vec{i}+4yz\vec{j}+y^2\vec{k}$, $S: x+3y+6z=6$,
134. $\vec{a}=x\vec{i}+(y+1)\vec{j}+2(z-1)\vec{k}$, $S: x^2+4y^2=1-z$,
135. $\vec{a}=y\vec{i}+4x\vec{j}+2z\vec{k}$, $S: 8x+4y+z=8$.

В задачах 136-140 вычислите с помощью теоремы Остроградского поток векторного поля $\vec{a}$ в сторону внешней нормали через поверхность σ тела, лежащего в первом октанте $(x\geq 0, y\geq 0, z\geq 0)$ и ограниченного заданной поверхностью S и координатными плоскостями. Сделайте чертеж.

136. $\vec{a}=3x\vec{i}+3y\vec{j}-x^2(y-2)\vec{k}$, $S: 5x+y+5z=5$,
137. $\vec{a}=7yz\vec{i}+5x^2z\vec{j}+15yz\vec{k}$, $S: x^2+y^2=4-z$,
138. $\vec{a}=3xy^2z^2\vec{i}+6xy\vec{j}-y^2z^3\vec{k}$, $S: 2x+y+4z=4$,
139. $\vec{a}=3xz\vec{i}+2xyz\vec{j}-xz^2\vec{k}$, $S: x^2+4z^2=(y-2)^2$,

11-20

140. $\vec{a} = 4x\vec{i} + x\sqrt{z}\,\vec{j} + 2z\vec{k}$, $S: 2x + y + 6z = 6$.

В задачах 141-150 вычислите циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ по пути $ABFA$ пересечения с координатными плоскостями той части поверхности S, которая лежит в первом октанте $(x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$. A, B, F - точки пересечения поверхности S с осями Ox, Oy, Oz соответственно. Сделайте чертеж.

В задачах 141-145 вычислите циркуляции с помощью теоремы Стокса.

141. $\vec{a} = 3y\vec{i} + xy^3z\vec{j} - 6x^2z\vec{k}$, $S: x^2 + z^2 = 4 - y$,

142. $\vec{a} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + 6x\sqrt{y}z\vec{k}$, $S: 2x + 3y + z = 6$,

143. $\vec{a} = 3y^2\vec{i} - 3z^2\vec{j} - 9x^2\vec{k}$, $S: 4x^2 + y^2 + 16z^2 = 16$,

144. $\vec{a} = 2y\vec{i} - 2z\vec{j} - 3xy(3 - z)\vec{k}$, $S: 3x + y + 5z = 15$,

145. $\vec{a} = yz\vec{i} + 15y^2z\vec{j} - 3x^2\vec{k}$, $S: x^2 + 4y^2 = 4 - z$.

11-20

В задачах 146-150 вычислите циркуляцию с помощью ее определения.

146. $\vec{a}=\left(z^2+yz\right)\vec{i}+xz\vec{j}+xy\vec{k}$, $S:9x^2+4y^2+z^2=36$,

147. $\vec{a}=\left(x^3+y\right)\vec{i}+x\vec{j}+\left(y^2+z\right)\vec{k}$, $S:x+6y+2z=6$,

148. $\vec{a}=xy^2\vec{i}+x^2y\vec{j}+2yz\vec{k}$, $S:9y^2+z^2=(x-3)^2$,

149. $\vec{a}=(z-4y)\vec{i}+2x\vec{j}+(x-z)\vec{k}$, $S:7x+3y+z=21$,

150. $\vec{a}=3x^2z\vec{i}+2xy\vec{j}+x^3\vec{k}$, $S:y^2+16z^2=16-x$.

В задачах 151-160 проверьте является ли векторное поле $\vec{a}$: а) потенциальным, б) соленоидальным. Если поле потенциально, найдите его потенциал.

151. $\vec{a}=e^xyz\vec{i}+e^xz\vec{j}+\left(ye^x-2\right)\vec{k}$,

152. $\vec{a}=e^x\vec{i}+2yz\vec{j}+y^2\vec{k}$,

153. $\vec{a}=xz^2\vec{i}+(y-1)\vec{j}+x^2z\vec{k}$,

154. $\vec{a}=2xz\vec{i}+(1-2yz)\vec{j}+\left(x^2-y^2\right)\vec{k}$,

155. $\vec{a}=e^x\vec{i}+e^z\vec{j}+ye^z\vec{k}$,

156. $\vec{a}=\cos y\vec{i}-x\sin y\vec{j}+z\vec{k}$,

157. $\vec{a}=e^xyz\vec{i}+\left(ze^x-1\right)\vec{j}+ye^x\vec{k}$,

158. $\vec{a}=\left(z^2-x^2\right)\vec{i}+\left(z^2-y^2+3\right)\vec{j}+2z(x+y)\vec{k}$,

159. $\vec{a}=z\sin x\vec{i}+y^2\vec{j}-\cos x\vec{k}$,

160. $\vec{a}=3z\vec{i}+(2yz+1)\vec{j}+\left(3x+y^2-z^2\right)\vec{k}$.

8 **2.27.** $\iint\limits_S (3x + 10y - z)\,dS$, (p): $x + 3y + 2z = 6$. (*Ответ:* $35\sqrt{14}$.)

9 **2.28.** $\iint\limits_S (2x + 3y + z)\,dS$, (p): $2x + 2y + z = 2$. (*Ответ:* $7/6$.)

10 **2.29.** $\iint\limits_S (5x - y + 5z)\,dS$, (p): $3x + 2y + z = 6$. (*Ответ:* $37\sqrt{14}$.)

11 **2.30.** $\iint\limits_S (x + 3y + 2z)\,dS$, (p): $2x + y + 2z = 2$. (*Ответ:* $9/2$.)

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода.

12 **3.1.** $\iint\limits_S (y^2 + z^2)\,dydz$, где S — часть поверхности параболоида $x = 9 - y^2 - z^2$ (нормальный вектор $\mathbf{n}$ которой образует острый угол с ортом $\mathbf{i}$), отсеченная плоскостью $x = 0$. (*Ответ:* $81\pi/2$.)

13 **3.2.** $\iint\limits_S z^2\,dxdy$, где S — внешняя сторона поверхности эллипсоида $x^2 + y^2 + 2z^2 = 2$. (*Ответ:* 0.)

14 **3.3.** $\iint\limits_S z\,dxdy + y\,dxdz + x\,dydz$, где S — внешняя сторона поверхности куба, ограниченного плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 1$, $y = 1$, $z = 1$. (*Ответ:* 3.)

15 **3.4.** $\iint\limits_S (z + 1)\,dxdy$, где S — внешняя сторона поверхности сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 16$. (*Ответ:* $256\pi/3$.)

16 **3.5.** $\iint\limits_S yz\,dydz + xz\,dxdz + xy\,dxdy$, где S — верхняя сторона плоскости $x + y + z = 4$, отсеченной координатными плоскостями. (*Ответ:* 32.)

17 **3.6.** $\iint\limits_S x^2\,dydz + y^2\,dxdz + z^2\,dxdy$, где S — внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, лежащая в первом октанте. (*Ответ:* 96π.)

18 **3.7.** $\iint\limits_S x\,dydz + y\,dxdz + z\,dxdy$, где S — внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. (*Ответ:* 4π.)

19 **3.8.** $\iint\limits_S xz\,dxdy + xy\,dydz + yz\,dxdz$, где S — верхняя часть