

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО МОРСКОГО И РЕЧНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
<<САНКТ - ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВОДНЫХ КОММУНИКАЦИЙ>>

С.А. Завгородний

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Динамический расчет механизма

Санкт-Петербург

2008

УДК 531.2
ББК 22.21

Рецензент:

доктор технических наук, профессор
В.Б. Чистов

Завгородний С.А.

Теоретическая механика. Динамический расчет механизма:
методические указания для самостоятельной работы студентов.— СПб.:
СПГУВК, 2008. – 47с.

Пособие предназначено для студентов очной формы обучения специальности 190602.65 - «Эксплуатация перегрузочного оборудования портов и транспортных терминалов» и содержит варианты исходных данных задания, методические указания по выполнению и оформлению РГЗ.

УДК 531.2
ББК 22.21

© С.А. Завгородний, 2008

© Санкт-Петербургский государственный
университет водных коммуникаций, 2008

Тема: Общие теоремы динамики и метод кинетостатики

Для изучения этой темы проработайте теоретический материал, содержащийся в параграфах 7.1. – 10.7 и 16.1 – 16.3 учебника [1] т.2 или соответствующих параграфах другого учебника.

Вопросы для самоконтроля

1. Как определяется понятие о центре масс механической системы?
2. Какие силы называются внешними?
3. Какие силы называются внутренними?
4. Как определяется кинетическая энергия материальной точки?
5. Как определяется кинетическая энергия механической системы?
6. Как формулируется теорема об изменении кинетической энергии механической системы в дифференциальной форме?
7. Как формулируется следствие из теоремы об изменении кинетической энергии механической системы в дифференциальной форме?
8. Как формулируется теорема об изменении кинетической энергии механической системы в интегральной (конечной) форме?
9. Как определяется кинетическая энергия твердого тела при его поступательном движении, вращении твердого тела вокруг неподвижной оси и плоскопараллельном (плоском) движении твердого тела?
10. Как определяется работа силы тяжести в общем случае?
11. В каком случае работа силы тяжести равняется нулю?
12. Как определяется работа силы, вращающей твердое тело вокруг неподвижной оси?
13. Как формулируется теорема о движении центра масс механической системы?

14. В каком случае центр масс механической системы находится в состоянии покоя или движется равномерно и прямолинейно?
15. Как определяется понятие о моменте количества движения (кинетическом) моменте материальной точки относительно центра и относительно оси?
16. Как определяется кинетический момент твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
17. Как формулируется теорема об изменении кинетического момента (момента количеств движения) механической системы относительно неподвижной оси?
18. Как определяется понятие о силе инерции материальной точки?
19. Как записывается векторное уравнение метода кинетостатики для материальной точки?
20. При решении каких задач динамики используются уравнения метода кинетостатики?

Расчетно - графическое задание
«Динамический расчет механизма»

1. Условие задания:

Груз А массы m_A , закрепленный на конце нерастяжимого троса, намотанного на барабан 1 радиуса r_1 и массы m_1 , при движении механизма опускается (перемещается) вниз. На одном валу с барабаном 1 располагается зубчатое колесо (шкив ременной передачи) 2 радиуса r_2 и массы m_2 , которое находится в зацеплении с зубчатым колесом 3 (шкивом ременной передачи) радиуса r_3 и массы m_3 , насаженным на второй вал вместе с барабаном 4 радиуса r_4 и массы m_4 .

На этот барабан навит нерастяжимый трос, с закрепленном на его конце грузом В, который при движении механизма поднимается (перемещается) вверх на заданное расстояние S , равное 1 м. Механизм приходит в движение из состояния покоя.

Требуется, учитывая трение скольжения грузов или трение качения грузов без скольжения и пренебрегая другими сопротивлениями, определить к моменту перемещения груза В на заданное расстояние:

1.1 - скорости центров масс грузов А и В, а также угловые скорости вращения валов, используя теорему об изменении кинетической энергии механической системы в интегральной (конечной) форме;

1.2 - ускорение, с которым перемещается центр масс груза В, и угловые ускорения при вращении валов, используя следствие из теоремы об изменении кинетической энергии механической системы в дифференциальной форме;

1.3 - время, за которое центр масс груза В переместится на заданное расстояние;

1.4 - усилия натяжения в тросах, которыми грузы А и В соединяются с барабанами;

1.5 - окружное (касательное) усилие в зубчатом зацеплении или усилия в ветвях ременной передачи, используя теорему об изменении главного момента количеств движения механической системы относительно неподвижной оси;

Варианты заданий (схемы механизмов) с исходными данными для расчетов (таблицы 1 и 2) представлены в приложении (с. 29-45). Номер варианта задания выдается преподавателем. При проведении расчетов зубчатые колеса следует рассматривать как однородные круглые диски, а массу катков, барабанов и шкивов ременной передачи считать равномерно распределенной по ободу. Массой тросов, ремней и блоков пренебречь.

В вариантах заданий с ременной передачей усилие в одной из ветвей принимать в два раза большим, чем в другой.

Перемещение груза В для студентов группы ГТ-21 принимается равным 1 метру, для ГТ – 22 соответственно 2 метрам.

2. Общие требования к выполнению и оформлению расчетно-графического задания.

2.1. Задание оформляется на стандартных листах писчей бумаги формата А4 и содержит перечень исходных данных, схему механизма и расчетную часть с необходимыми краткими пояснениями и рисунками.

2.2. Задание сшивается в тетрадь с титульным листом, образец которого приведен на с. 5.

Образец титульного листа

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ФЛОТА имени адмирала С.О. Макарова
ИНСТИТУТ ВОДНОГО ТРАНСПОРТА**

Кафедра основ инженерного проектирования

Расчетно - графическое задание

ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЗМА

Пояснительная записка

Вариант 11

Студент гр. ПТ-31

И.И.Иванов

Преподаватель

А.А.Петров

доц., к.т.н.

2008

3. Пример выполнения задания

3.1. Условие задания и исходные данные

Груз А массы $m_A = 150\text{кг}$ подвешен на тросе, который намотан на барабан 1 радиуса $r_1 = 0,3\text{м}$ и массой $m_1 = 50\text{кг}$. На валу I механизма вместе с барабаном 1 располагается зубчатое колесо 2 радиуса $r_2 = 0,4\text{м}$ и массой $m_2 = 20\text{кг}$, находящееся в зацеплении с колесом 3 зубчатой передачи радиуса $r_3 = 0,8\text{м}$ и массой $m_3 = 40\text{кг}$, которое установлено на валу II вместе с барабаном 4 радиуса $r_4 = 0,5\text{м}$ и массой $m_4 = 70\text{кг}$. Вращению вала I препятствует постоянный по величине момент сопротивления $M_c = 200\text{ Нм}$. На барабан 4 наматывается нерастяжимый

трос, переброшенный через блок с неподвижной осью, к концу которого крепится ось цилиндра (катка) В радиуса $r_B = 1,5\text{м}$, и массой $m_B = 100\text{кг}$, катящегося без скольжения вверх по наклонной плоскости, расположенной под углом к горизонту $\alpha = 30^\circ$.

Коэффициент трения качения цилиндра В о наклонную плоскость $k = 0,005\text{м}$. Массой тросов и блоков можно пренебречь. Схема механизма с обозначениями размеров, необходимых для проведения расчетов, приведена на рис. 1.

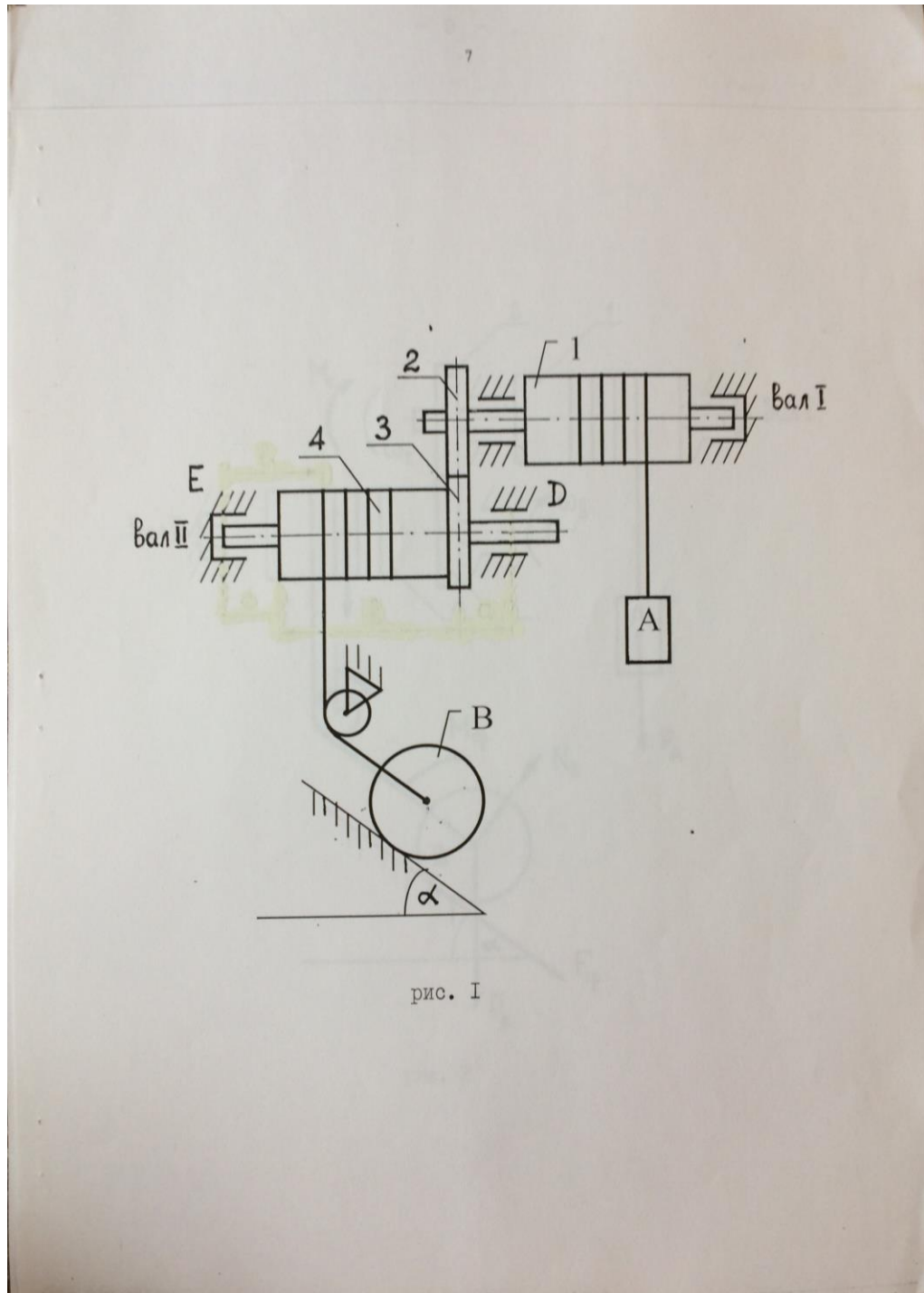
Считая, что механизм приходит в движение из состояния покоя, определить к моменту перемещения оси катка В на расстояние S , равное 10 м:

- скорость груза А, скорость центра масс катка В и его угловую скорость вращения, а также угловые скорости вращения валов;
- ускорение, с которым перемещается центр масс груза В, и угловые ускорения вращения валов;
- время, за которое центр масс груза В переместится на заданное расстояние;
- усилия натяжения в тросах, которыми грузы А и В соединяются с барабанами;
- окружное (касательное) усилие в зубчатом зацеплении;

Запишем кратко исходные условия:

Дано: $m_A = 150\text{кг}$; $r_B = 1,5\text{м}$; $m_B = 100\text{кг}$; $r_1 = 0,3\text{м}$; $m_1 = 50\text{кг}$;
 $r_2 = 0,4\text{м}$; $m_2 = 20\text{кг}$; $r_3 = 0,8\text{м}$; $m_3 = 40\text{кг}$; $r_4 = 0,5\text{м}$;
 $m_4 = 70\text{кг}$; $M_c = 200\text{ Нм}$; $\alpha = 30^\circ$; $k = 0,005\text{м}$;
 $S = 10\text{м}$.

Определить: $V_A, V_{CB}, \omega_B, \omega_I, \omega_{II}, a_{CB}, \varepsilon_B, \varepsilon_I, \varepsilon_{II}, t, T_A, T_B, Q, a_A, y_A$.



3.2. Расчетная часть

3.2.1. Определение скоростей центров масс грузов А, В и угловых скоростей вращения валов механизма к моменту перемещения центра масс груза В на заданное расстояние.

Для определения скорости груза В к моменту его перемещения на заданное расстояние воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии механической системы в интегральной (конечной) форме

$$T - T_0 = \sum_{k=1}^n A_k^e + \sum_{k=1}^n A_k^i,$$

где T_0 - кинетическая энергия механической системы в начальный момент движения,

T - кинетическая энергия механической системы в конечный момент движения,

$\sum_{k=1}^n A_k^e$ - алгебраическая сумма работ внешних сил на конечных перемещениях системы;

$\sum_{k=1}^n A_k^i$ - алгебраическая сумма работ внутренних сил на конечных перемещениях системы.

Кинетическая энергия T_0 механической системы, находящейся в начальный момент времени в покое, равняется нулю. Кинетическая энергия T механической системы в конечный момент движения складывается из кинетической энергии входящих в нее тел:

$$T = T_A + T_B + T_1 + T_2 + T_3 + T_4,$$

где T_A - кинетическая энергия груза А;

T_B - кинетическая энергия катка В;

T_1 - кинетическая энергия барабана 1;

T_2 - кинетическая энергия колеса 2;

T_3 - кинетическая энергия колеса 3;

T_4 - кинетическая энергия барабана 4.

Получим формулу для кинетической энергии системы, выразив линейные и угловые скорости, определяющие кинетическую энергию отдельных тел входящих в нее, через скорость центра масс катка В.

Обозначим через V_{CB} скорость центра масс катка В.

Угловая скорость вращения катка В, катящего без скольжения по наклонной плоскости, равняется

$$\omega = \frac{V_{CB}}{r_B} \quad (1)$$

Так как трос, посредством которого ось катка связана с барабаном 4, нерастяжимый, скорость точки обода этого барабана равна скорости движения центра масс катка. Угловая скорость вращения барабана 4 и зубчатого колеса 3 на валу II будет определяться

$$\omega_{II} = \frac{V_{CB}}{r_4} \quad (2)$$

Угловая скорость вала I механизма, с закрепленными на нем барабаном 1 и зубчатым колесом 2, находящимся в зацеплении с колесом 3, с учетом радиусов колес равна

$$\omega_I = \omega_{II} \frac{r_3}{r_2} \quad (3)$$

Находим скорость V_A груза А

$$V_A = \omega_I r_1 = \frac{r_1 r_3}{r_4 r_2} V_{CB} \quad (4)$$

Кинетическую энергию катка В, совершающего плоское движение, рассчитываем по формуле:

$$T_B = \frac{1}{2} m_B V_{CB}^2 + \frac{1}{2} I_{Cz}^{(B)} \omega_B^2 \quad (5)$$

где m_B - масса катка В, V_{CB} - скорость центра масс катка,

$I_{Cz}^{(B)}$ - осевой момент инерции катка относительно оси, проходящей через

его центр масс перпендикулярно плоскости движения, ω_B - угловая скорость вращения катка.

Осевой момент инерции катка В

$$I_{Cz}^{(B)} = m_B r_B^2 = 225 \text{ кгм}^2.$$

Тогда выражение для кинетической энергии катка В принимает вид:

$$T_B = \frac{1}{2} m_B V_{CB}^2 + \frac{1}{2} m_B r_B^2 \frac{V_{CB}^2}{r_B^2} = m_B V_{CB}^2$$

Груз А движется поступательно, поэтому его кинетическую энергию вычисляем по формуле:

$$T_A = \frac{1}{2} m_A V_A^2 = \frac{1}{2} m_A \frac{r_1^2 r_3^2}{r_4^2 r_2^2} V_{CB}^2, \quad \text{где}$$

m_A - масса груза А, V_A - скорость центра масс груза А.

Кинетическую энергию барабана 1 и зубчатого колеса 2, установленных на валу I и вращающихся вокруг неподвижной оси, находим по формулам:

$$T_1 = \frac{1}{2} I_z^{(1)} \omega_I^2; \quad T_2 = \frac{1}{2} I_z^{(2)} \omega_I^2,$$

где $I_z^{(1)}$ - осевой момент инерции барабана 1, $I_z^{(2)}$ - осевой момент инерции колеса 2, значения которых равны

$$I_z^{(1)} = m_1 r_1^2 = 4,5 \text{ кгм}^2; \quad I_z^{(2)} = \frac{1}{2} m_2 r_2^2 = 1,6 \text{ кгм}^2.$$

Аналогичным образом определяем кинетическую энергию колеса 3, закрепленного на валу II

$$T_3 = \frac{1}{2} I_z^{(3)} \omega_{II}^2,$$

где $I_z^{(3)}$ - осевой момент инерции колеса 3, значение которого вычисляется по формуле:

$$I_z^{(3)} = \frac{1}{2} m_3 r_3^2 = 12,8 \text{ кгм}^2.$$

В результате получим:

$$T_3 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_3 r_3^2 \frac{V_{CB}^2}{r_4^2} = \frac{1}{4} \frac{m_3 r_3^2}{r_4^2} V_{CB}^2.$$

Кинетическую энергию барабана 4, установленного на одном валу с колесом 3, определяем по формуле:

$$T_4 = \frac{1}{2} I_z^{(4)} \omega_4^2,$$

где $I_z^{(4)}$ - момент инерции барабана 4 относительно оси вращения.

Момент инерции барабана 4 находим по формуле

$$I_z^{(4)} = m_4 r_4^2 = 17,5 \text{ кгм}^2.$$

Выражение для кинетической энергии барабана 4 определяем с учетом того, что $\omega_4 = \omega_{II} = \frac{V_{CB}}{r_4}$,

$$T_4 = \frac{1}{2} m_4 r_4^2 \frac{V_{CB}^2}{r_4^2} = \frac{1}{2} m_4 V_{CB}^2.$$

В результате выражение, определяющее кинетическую энергию механизма, принимает вид

$$\begin{aligned} T &= m_B V_{CB}^2 + \frac{1}{2} m_A \frac{r_1^2 r_3^2}{r_4^2 r_2^2} V_{CB}^2 + \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2) \frac{r_3^2}{r_4^2 r_2^2} V_{CB}^2 + \frac{1}{4} m_3 \frac{r_3^2}{r_4^2} V_{CB}^2 + \\ &+ \frac{1}{2} m_4 V_{CB}^2 = \frac{1}{2} (2m_B + m_A \frac{r_1^2 r_3^2}{r_4^2 r_2^2} + \frac{1}{2} m_2 \frac{r_3^2}{r_4^2} + m_1 \frac{r_1^2 r_3^2}{r_4^2 r_2^2} + \frac{1}{2} m_3 \frac{r_3^2}{r_4^2} + m_4) V_{CB}^2 = \\ &= \frac{1}{2} M_{np} V_{CB}^2, \end{aligned} \tag{6}$$

где M_{np} - приведенная масса механизма, значение которой

$$\begin{aligned}
M_{\ddot{\theta}} &= 2m_B + (m_A + m_1) \frac{r_1^2 r_3^2}{r_4^2 r_2^2} + \frac{1}{2} (m_2 + m_3) \frac{r_3^2}{r_4^2} + m_4 = \\
&= 2 \cdot 100 + (150 + 50) \frac{0,3^2 0,8^2}{0,5^2 0,4^2} + 0,5 (20 + 40) \frac{0,8^2}{0,5^2} + 70 = 634,8 \text{ êã.}
\end{aligned}$$

Определим теперь работу внешних и внутренних сил на заданном перемещении системы.

Поскольку механизм, изображенный на рис.1 представляет совокупность абсолютно твердых и гибких нерастяжимых тел, сумма работ внутренних сил в этих телах равна нулю. Таким образом, изменение кинетической энергии системы будет определяться только работой внешних сил.

Изобразим на рис. 2 внешние силы, действующие в системе: P_B - силу тяжести груза В; N_B - нормальную составляющую опорной реакции наклонной плоскости; F_{mp} - сила трения скольжения; M_{mp} - момент трения качения; P_A - силу тяжести груза А; M_C - момент сопротивления вращению вала I механизма.

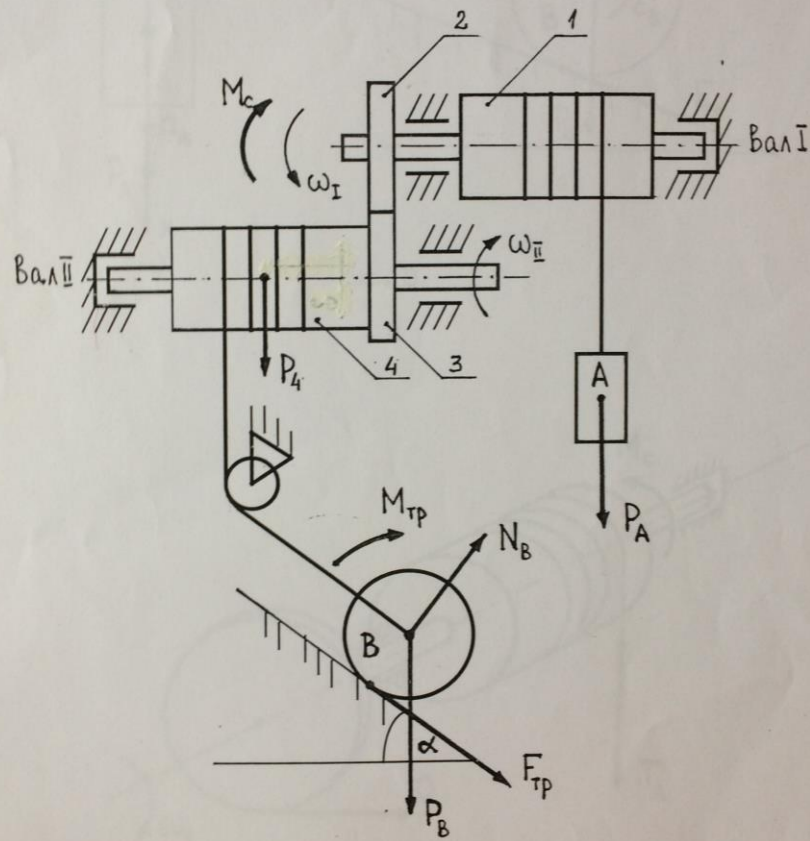
Работа силы трения скольжения при качении цилиндра В, реакций опор валов механизма, сил тяжести барабана 1, 4, колес 2 и 3, точки приложения которых неподвижны на перемещениях системы, равна нулю.

Таким образом, сумма работ внешних сил

$$\sum_{k=1}^n A_k^e = A(\vec{P}_B) + A(\vec{N}_B) + A(M_C) + A(M_{mp}) + A(\vec{P}_A).$$

Дадим перемещение S центру масс катка В параллельно наклонной плоскости вверх. При этом каток повернется на угол

$$\varphi = \frac{S}{r_B}.$$



Перемещение точки обода барабана 4, связанного с осью катка нерастяжимым тросом, будет также равняться S . Сам барабан 4 вместе колесом 3 повернется при этом на угол φ_{II} , который определяется через перемещение точки обода барабана $\varphi_{II} = \frac{S}{r_4}$. Поворот барабана 1 и

зубчатого колеса 2 будет определяться углом φ_I равным $\varphi_I = \frac{r_3}{r_2} \varphi_{II}$, тогда ось блока, с подвешенным к ней грузом А, опустится вниз на высоту

$$h = r_1 \varphi_I = \frac{r_1 r_3}{r_2 r_4} S.$$

Работа нормальной составляющей N_B опорной реакции катка В равна нулю, т.к. направление действия этой силы перпендикулярно направлению перемещения оси катка.

Работу силы тяжести катка P_B , у которой величина и направление действия не меняется в процессе движения системы, определяем по формуле

$$A(\vec{P}_B) = -m_B g S \sin \alpha,$$

где α - угол наклона опорной поверхности, S - расстояние, на которое перемещается ось катка.

Момент трения качения M_{mp} направлен в сторону противоположную вращению катка, величина его постоянна и определяется как

$$M_{mp} = -k N_B = -k m_B g \cos \alpha,$$

при движении катка совершает работу

$$A(M_{mp}) = -M_{mp} \varphi_B = -k m_B g \frac{S}{r_B} \cos \alpha.$$

Работу постоянного по величине момента сопротивления M_C вращению вала I определяем аналогичным образом:

$$A(M_C) = -M_C \varphi_I = -M_C \frac{r_3}{r_2 r_4} S.$$

Груз А при движении системы опускается вниз. Работу его силы тяжести вычисляем по формуле:

$$A(\vec{P}_A) = m_A g h = m_A g \frac{r_1 r_3}{r_2 r_4} S.$$

В результате сумма работ внешних сил на конечном перемещении системы принимает вид

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n A_k^e &= (m_A g \frac{r_1 r_3}{r_2 r_4} S - m_B g S \sin \alpha - k m_B g \frac{S}{r_B} \cos \alpha - M_C \frac{r_3}{r_2 r_4} S) = \\ &= (m_A g \frac{r_1 r_3}{r_2 r_4} - m_B g \sin \alpha - k m_B g \frac{1}{r_B} \cos \alpha - M_C \frac{r_3}{r_2 r_4}) S = F_{np} S, \end{aligned}$$

где F_{np} - приведенная сила, значение которой равно

$$\begin{aligned} F_{np} &= (m_A g \frac{r_1 r_3}{r_2 r_4} - m_B g \sin \alpha - \frac{k}{r_B} m_B g \cos \alpha - M_C \frac{r_3}{r_2 r_4}) = \\ &= (150 \cdot 9,8 \cdot \frac{0,3 \cdot 0,8}{0,4 \cdot 0,5} - 100 \cdot 9,8 \cdot 0,5 - \frac{0,005}{1,5} 100 \cdot 9,8 \cdot 0,866 - \\ &- 200 \frac{0,8}{0,4 \cdot 0,5}) = 471,2 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Приравнявая выражение для кинетической энергии механизма (6) сумме работ внешних сил,

$$\frac{1}{2} M_{np} V_{CB}^2 = F_{np} S$$

получаем формулу для определения искомой скорости центра масс катка В, к моменту перемещения его оси на заданное расстояние

$$V_{CB} = \sqrt{\frac{2 F_{np} S}{M_{np}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 471,2 \cdot 10}{634,8}} = 3,85 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Угловую скорость вращения катка В определяем по формуле (1)

$$\omega_B = \frac{3,85}{1,5} = 2,57 \frac{рад}{с}.$$

Значения угловых скоростей вращения вала I и вала II получаем, используя, соответственно, формулы (2) и (3)

$$\omega_{II} = \frac{3,85}{0,5} = 7,7 \frac{рад}{с}; \quad \omega_I = \frac{0,8}{0,5 \cdot 0,4} = 15,4 \frac{рад}{с}.$$

Величину скорости груза A находим по формуле (4)

$$V_A = \frac{0,3 \cdot 0,8}{0,5 \cdot 0,4} 3,85 = 4,62 \frac{м}{с}.$$

3.2.2. Определение ускорения центра масс катка В, его углового ускорения, а также угловых ускорений вращения вала I и вала II механизма.

Ускорение, с которым движется центр катка В, определяем, используя следствие из теоремы об изменении кинетической энергии механической системы в дифференциальной форме

$$\frac{dT}{dt} = \sum_{k=1}^n N_k^e + \sum_{k=1}^n N_k^i,$$

где $\sum_{k=1}^n N_k^e$ - алгебраическая сумма мощностей внешних сил,

$\sum_{k=1}^n N_k^i$ - алгебраическая сумма мощностей внутренних сил, равная в данном

случае нулю. Продифференцируем по времени правую и левую части ранее полученного выражения (7). В результате получим

$$\frac{1}{2} M_{np} 2V_{CB} \frac{dV_{CB}}{dt} = F_{np} \frac{dS}{dt} = F_{np} V_{CB}.$$

Сокращая скорость V_{CB} в правой и левой частях уравнения, определим величину ускорения $a_{CB} = \frac{dV_{CB}}{dt}$, с которым движется центр масс катка В

$$a_{CB} = \frac{F_{np}}{M_{np}} = \frac{471,2}{634,8} = 0,742 \frac{м}{с^2}. \quad (7)$$

Дифференцируя по времени правые и левые части формул (1), (2), (3) и (4) получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_{II} &= \frac{a_{CB}}{r_4} = \frac{0,742}{0,5} = 1,48 \frac{рад}{с^2}; \\ \varepsilon_I &= \frac{r_3}{r_4 r_2} a_{CB} = \frac{0,8}{0,5 \cdot 0,4} 0,742 = 2,97 \frac{рад}{с^2}; \\ \varepsilon_B &= \frac{a_{CB}}{r_B} = \frac{0,742}{1,5} = 0,495 \frac{рад}{с^2}; \\ a_A &= \frac{r_1 r_3}{r_4 r_2} a_{CB} = \frac{0,3 \cdot 0,8}{0,5 \cdot 0,4} 0,742 = 0,89 \frac{м}{с^2}. \end{aligned}$$

3.2.3. Определение времени t , за которое центр масс катка В переместится на заданное расстояние S .

Из формулы (7) следует, что центр катка В движется с постоянным по величине ускорением, т.е. равноускоренно. Воспользуемся известной из кинематики формулой для определения скорости точки при равноускоренном движении

$$V(t) = a_{\tau} t + V(0)$$

и найдем из нее время t , полагая $V_{CB}(0)$ - начальную скорость движения центра катка В равной нулю, а $a_{\tau} = a_{CB}$. Тогда

$$t = \frac{V_{CB}}{a_{CB}} = \frac{3,85}{0,742} = 5,19 \text{ с.}$$

3.2.4. Определение усилий натяжения в тросах, которыми груз А и ось катка В соединяются с барабанами механизма.

Для определения усилия в тросе, посредством которого груз А подвешен к барабану 1, воспользуемся методом кинетостатики. Изобразим на рис. 3а груз А и действующие на него силы, которые необходимо учитывать при составлении уравнений метода кинетостатики. В данном случае это будут: P_A - сила тяжести груза, T_A - сила натяжения троса, R_A'' - равнодействующая сил инерции груза А. В проекции на ось x , показанную на рисунке, уравнение метода кинетостатики примет вид

$$P_A - T_A - R_A'' = 0.$$

Полагая величину равнодействующей сил инерции R_A'' груза А

$$|\vec{R}_A''| = m_A a_A,$$

Определяем из уравнения силу натяжения троса

$$T_A = P_A - R_A'' = m_A (g - a_A) = 150 (9,8 - 0,89) = 1336,5 \text{ Н.}$$

Усилие T_B в тросе, с помощью которого поднимается каток В, совершающий плоское движение, находим, используя дифференциальные уравнения плоского движения твердого тела

$$M \ddot{x}_C = \sum_{k=1}^n F_{kx}^e; \quad M \ddot{y}_C = \sum_{k=1}^n F_{ky}^e; \quad I_{Cz} \ddot{\phi} = \sum_{k=1}^n M_z(\vec{F}_k^e).$$

Для решения этой задачи, дополнительно, на рис. 3б изобразим каток, а также все внешние силы и моменты, под действием которых происходит его движение. К ним относятся: P_B - сила тяжести катка,

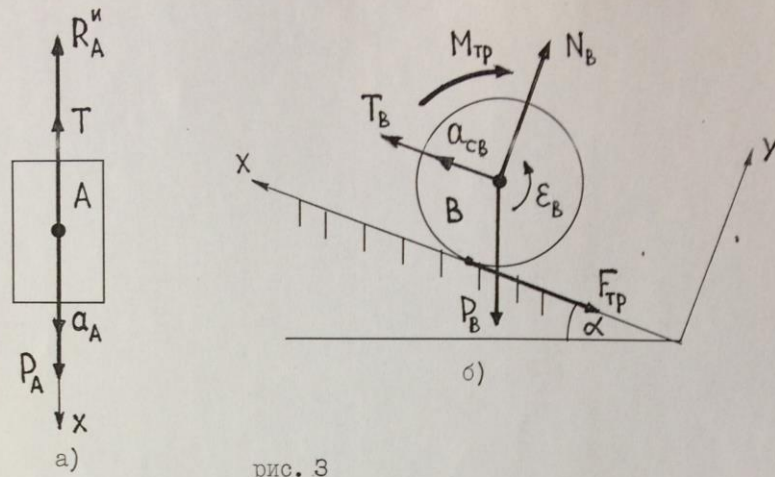


рис. 3

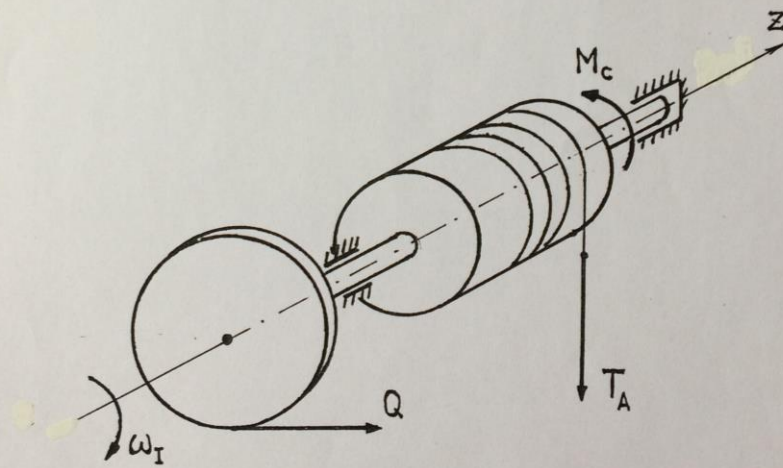


рис. 4

N_B - нормальная составляющая опорной реакции, F_{mp} - сила трения скольжения, T_B - сила натяжения троса, M_{mp} - момент трения качения.

Покажем на рисунке направление координатных осей x и y . Ось z располагается перпендикулярно плоскости движения катка, т. е. плоскости рисунка. Составим дифференциальные уравнения движения катка, учитывая, что проекция ускорения его центра масс на ось y равна нулю. Тогда система дифференциальных уравнений движения катка примет вид:

$$\text{для оси } x \quad m_B \ddot{x}_{CB} = T_B - m_B g \sin \alpha - F_{\partial\partial};$$

$$\text{для оси } y \quad 0 = N_B - m_B g \cos \alpha;$$

$$\text{для оси } z \quad I_{Cz}^{(B)} \ddot{\phi}_B = F_{mp} r_B - M_{mp},$$

где x_{CB} - абсцисса центра масс катка B , $\ddot{\phi}_B$ - его угловое ускорение.

С учетом того, что $M_{mp} = k N_B$, $N_B = m_B g \cos \alpha$, $\ddot{\phi}_B = \varepsilon_B$, придем к системе уравнений

$$m_B a_C = T_B - F_{\partial\partial} - m_B g \sin \alpha$$

$$I_{Cz}^{(B)} \varepsilon_B = F_{\partial\partial} r_B - k m_B g \cos \alpha.$$

Умножив обе части первого из уравнений на r_B , сложим затем правые и левые части уравнений системы. В результате получим

$$I_{Cz}^{(B)} \varepsilon_B + m_B r_B a_{CB} = (T_B - m_B g \sin \alpha) r_B - k m_B g \cos \alpha.$$

Из этого уравнения найдем значение

$$\begin{aligned} T_B &= \frac{I_{Cz}^{(B)} \varepsilon_B + m_B r_B a_{CB} + k m_B g \cos \alpha}{r_B} + m_B g \sin \alpha = \\ &= \frac{225 \cdot 0,495 + 100 \cdot 1,5 \cdot 0,742 + 0,005 \cdot 100 \cdot 9,8 \cdot 0,866}{1,5} + 100 \cdot 9,8 = \\ &= 641,3 \text{ Ё} . \end{aligned}$$

3.2.5. Определение окружных (касательных) усилий в зубчатом зацеплении.

Окружные (касательные) усилия в зубчатом зацеплении определим, используя теорему об изменении главного момента количеств движения (кинетического момента) механической системы относительно неподвижной оси

$$\frac{dK_z}{dt} = \sum_{i=1}^n M_z(\vec{F}_i^e) \quad (8)$$

Рассмотрим барабан 1 и колесо 2 зубчатой передачи, установленные на общем валу I. Покажем на рис. 4 внешние силы и моменты, действующие на эту часть механизма, которые определяют величину суммарного момента внешних сил относительно оси вращения. К таким внешним силам следует отнести: T_A - силу натяжения троса и Q - усилие в зубчатом зацеплении, а также M_C - момент сопротивления вращению вала.

Тогда уравнение (8) для оси z , направленной вдоль оси вращения, принимает вид

$$\frac{dK_z}{dt} = T_A r_1 - Q r_2 - M_C.$$

Кинетический момент K_z определяем, суммируя кинетические моменты колеса 1 и барабана 2,

$$K_z = K_z^{(1)} + K_z^{(2)} = (I_z^{(1)} + I_z^{(2)}) \omega_1.$$

Учитывая, что $\frac{d\omega_I}{dt} = \varepsilon_I$, получим

$$(I_z^{(1)} + I_z^{(2)}) \varepsilon_I = T_A r_1 - Q r_2 - M_C.$$

Из этого уравнения находим величину усилия в зубчатом зацеплении

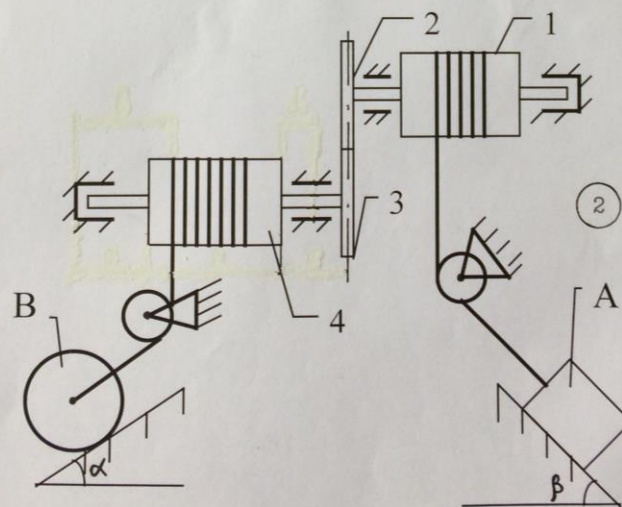
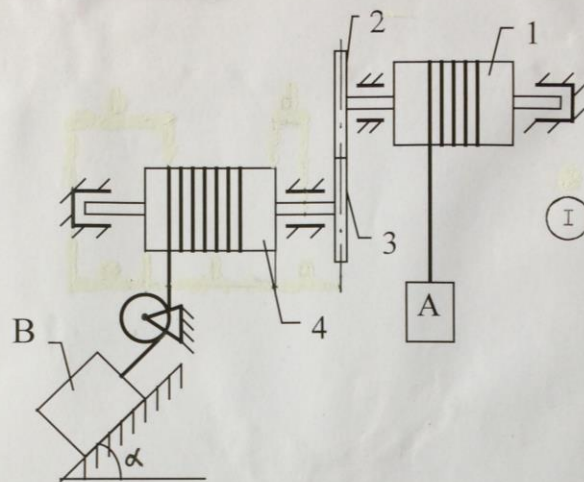
$$Q = \frac{T_A r_1 - M_C - (I_z^{(1)} + I_z^{(2)}) \varepsilon_I}{r_2} =$$

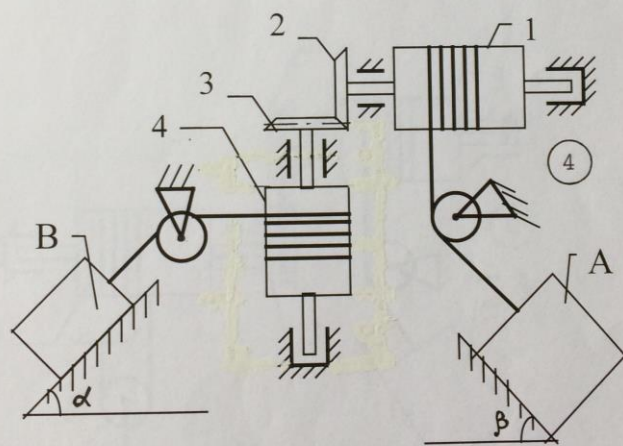
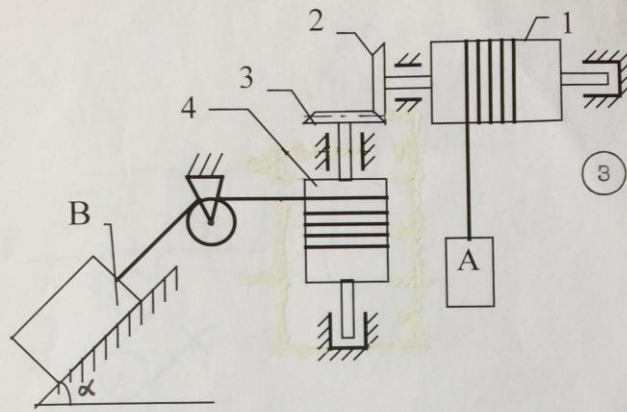
$$= \frac{1336,5 \cdot 0,3 - 200 - (4,5 + 1,6) \cdot 2,97}{0,4} = 457,1 \text{ Н.}$$

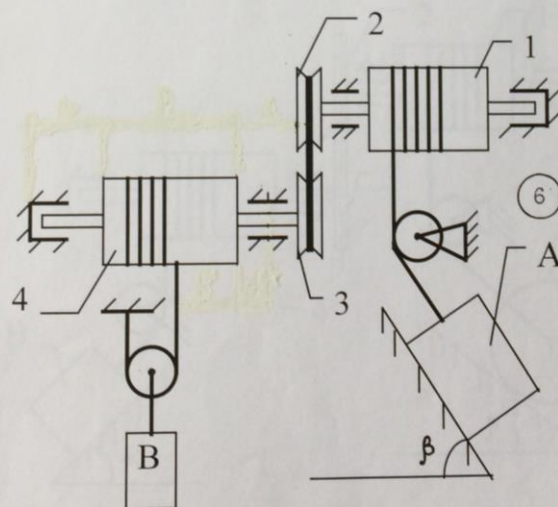
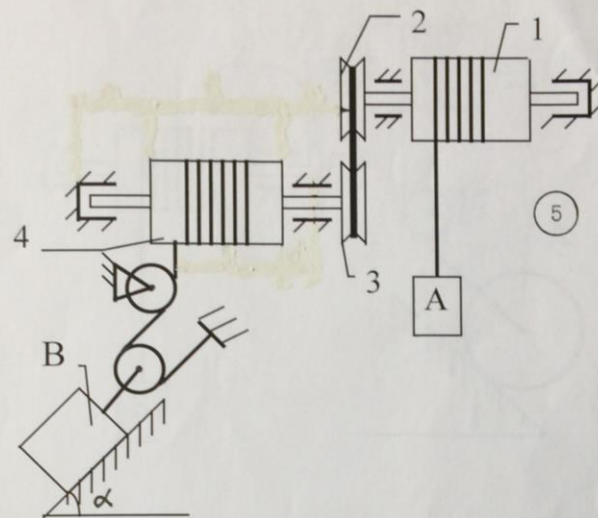
ЛИТЕРАТУРА

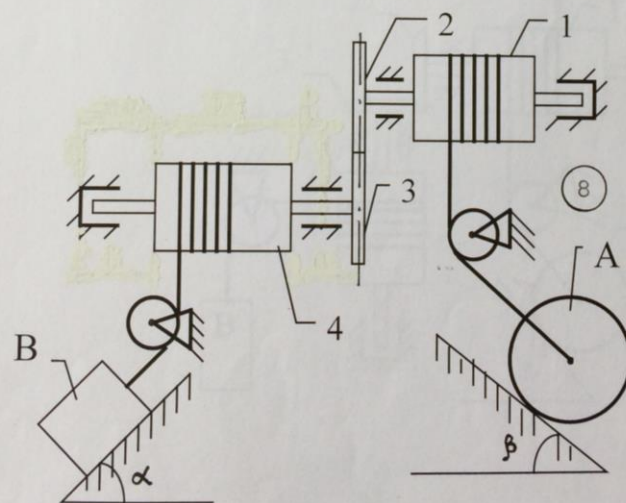
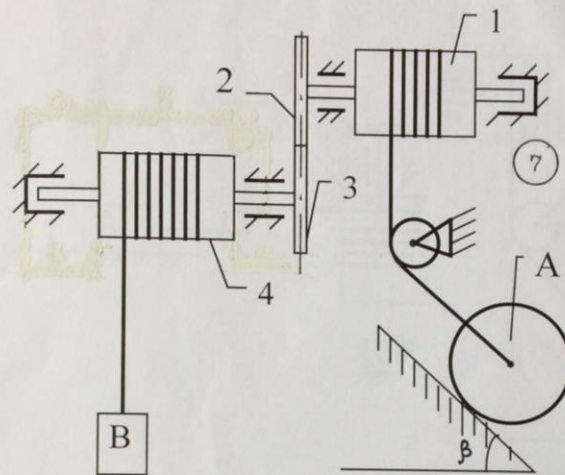
1. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. В двух томах. Т.II.: Динамика. – 8-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2006. – 736 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
2. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. / Под редакцией Д.Р. Меркина. Т.II.: Динамика. – 7-е изд., перераб. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 560 с.

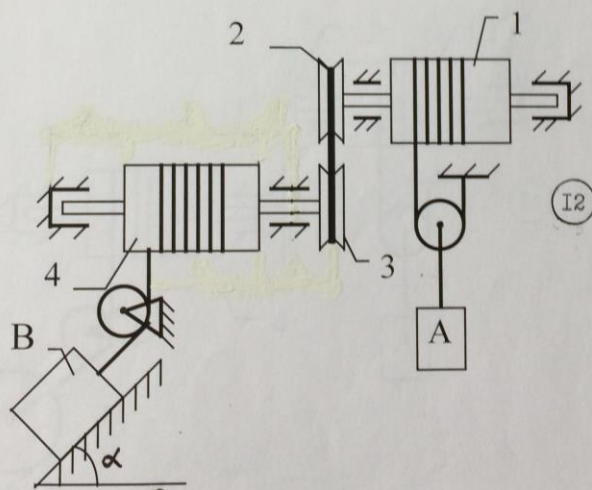
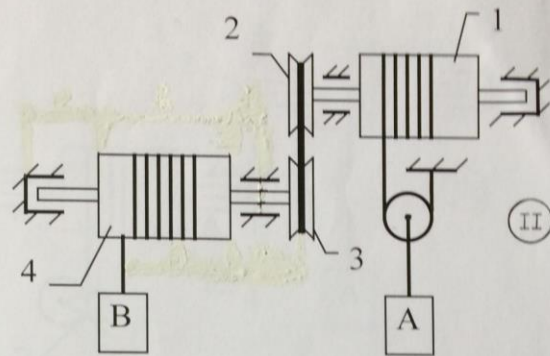
4. Приложение. Варианты заданий.

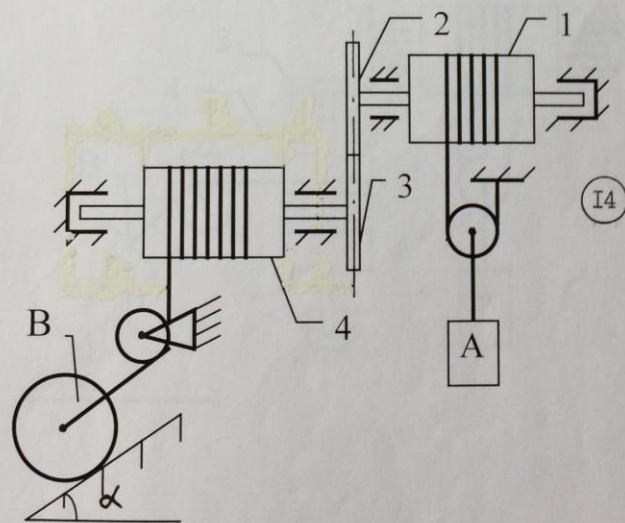
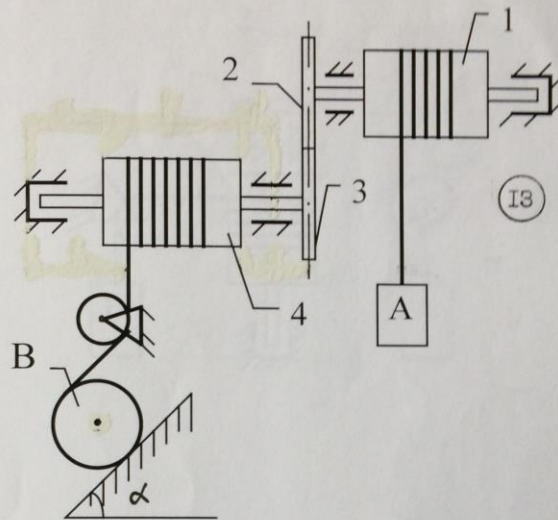


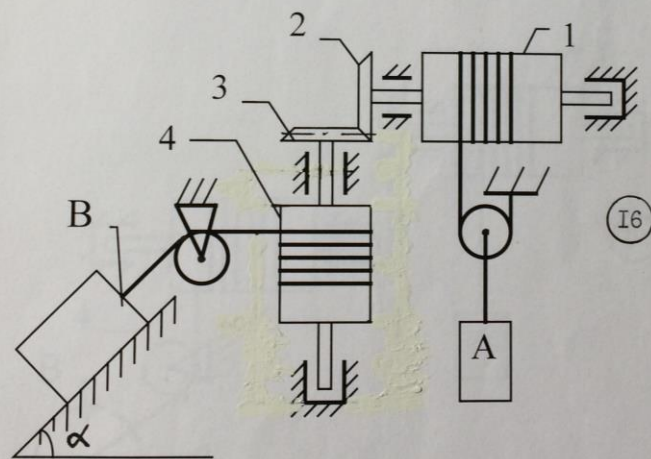
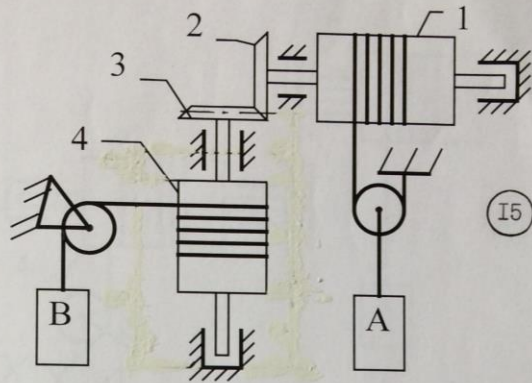


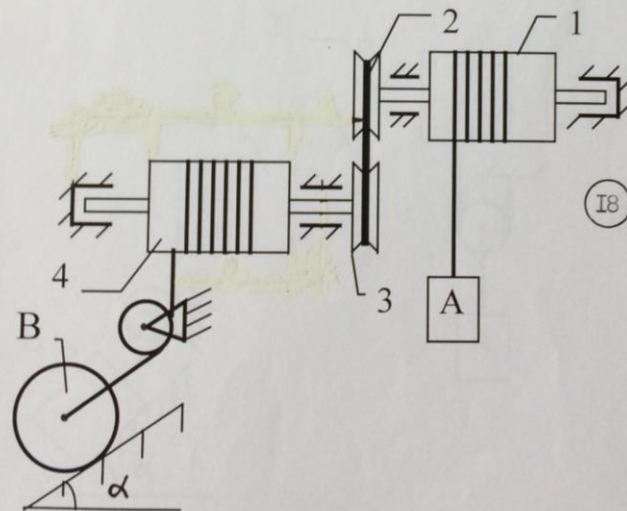
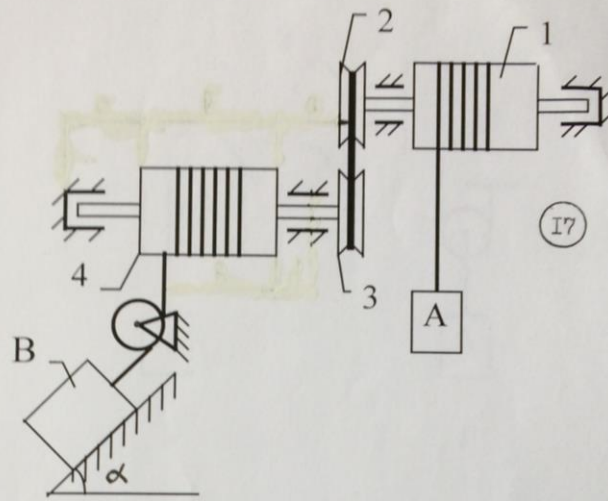


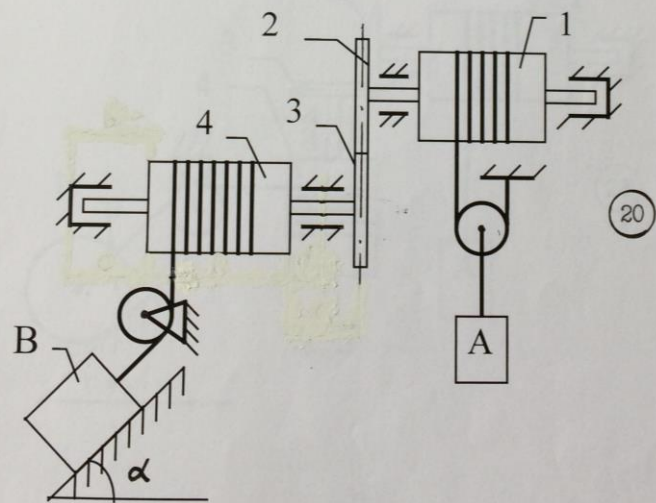
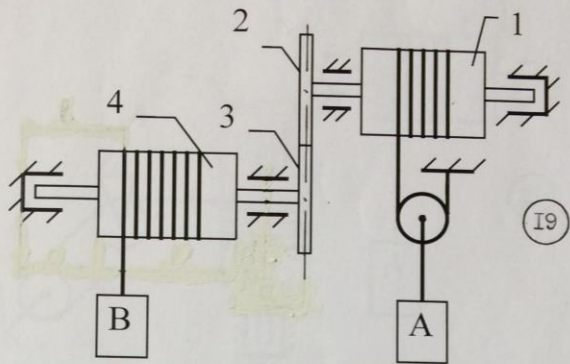


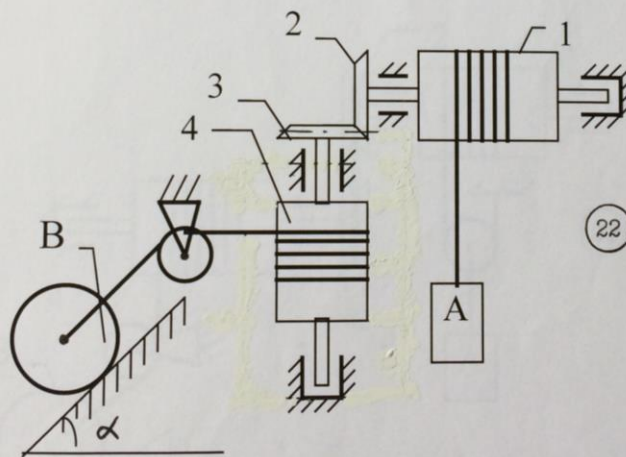
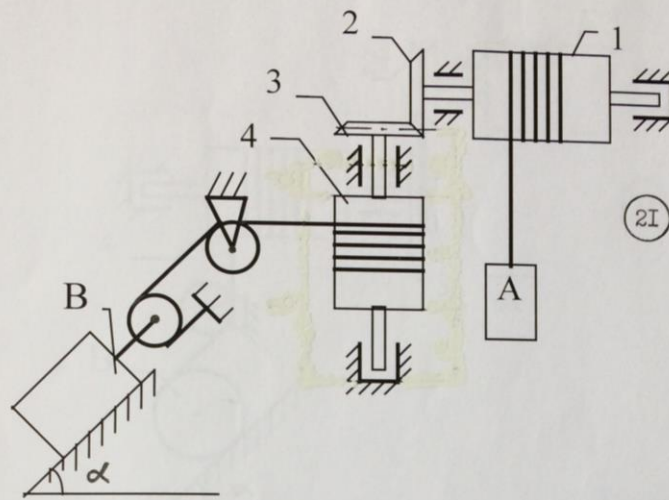


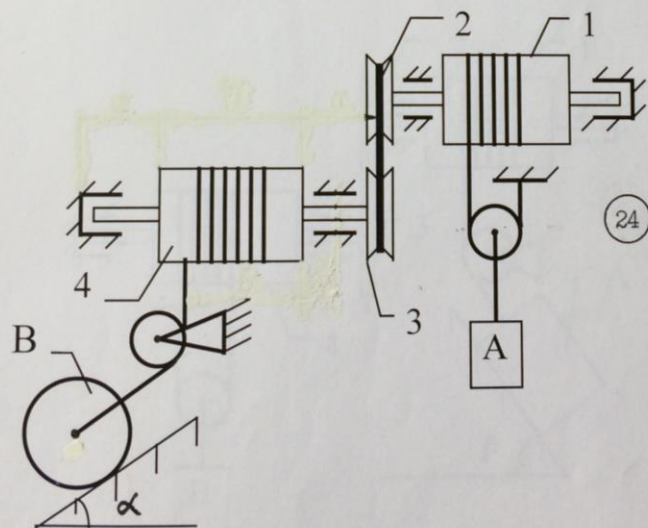
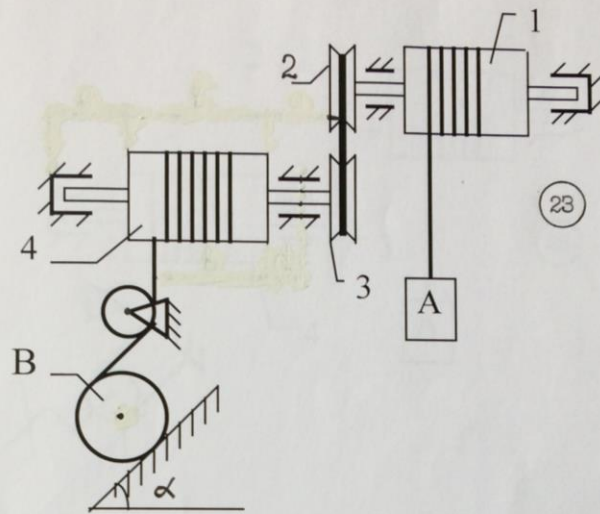


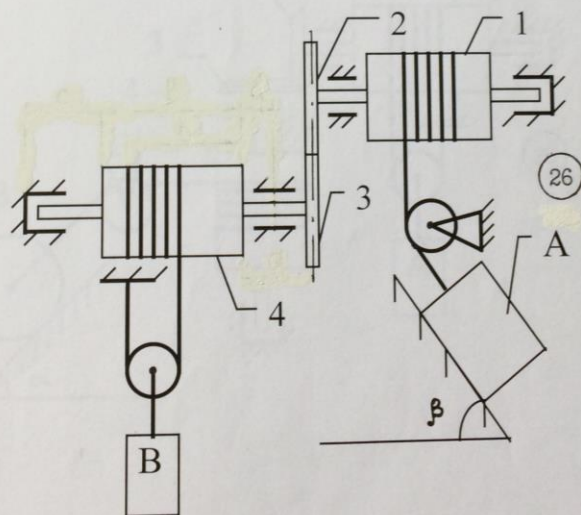
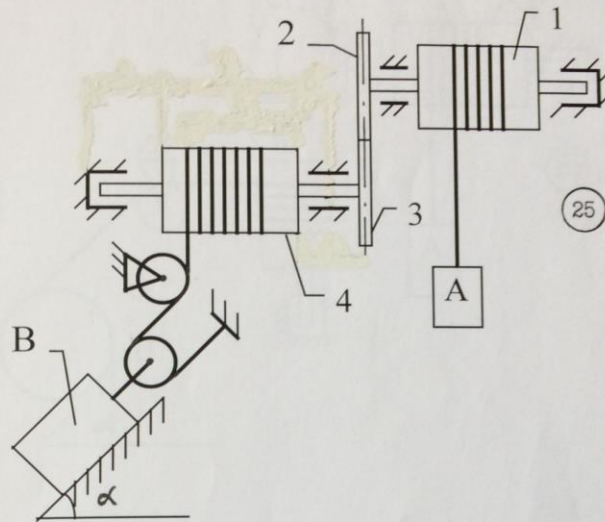


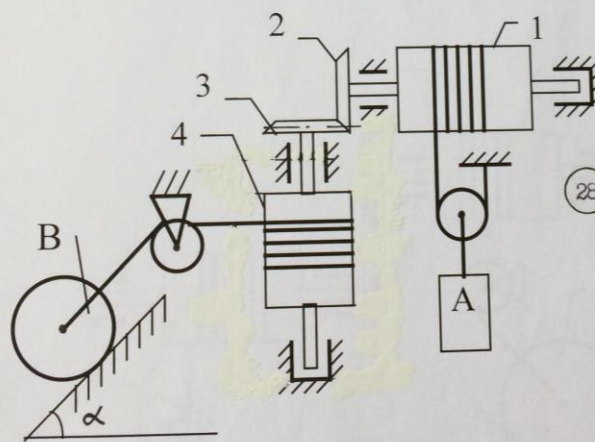
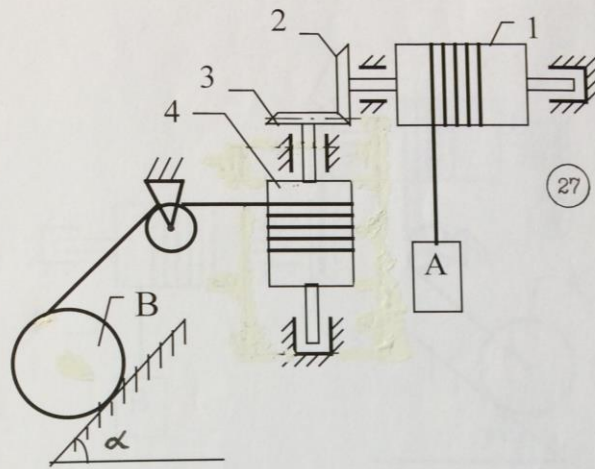


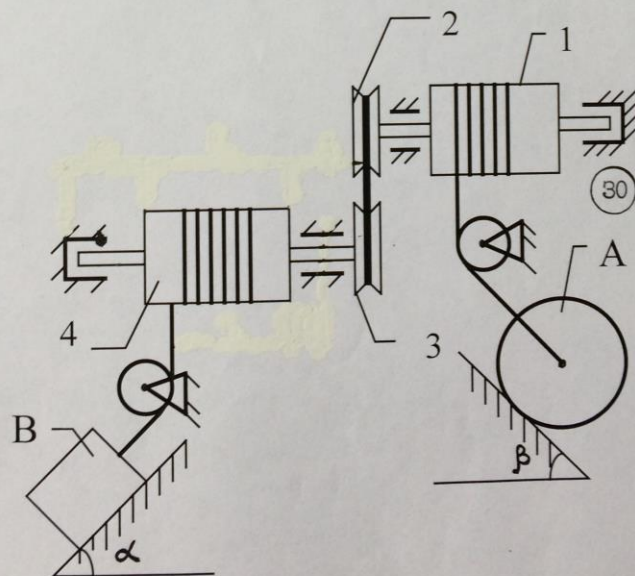
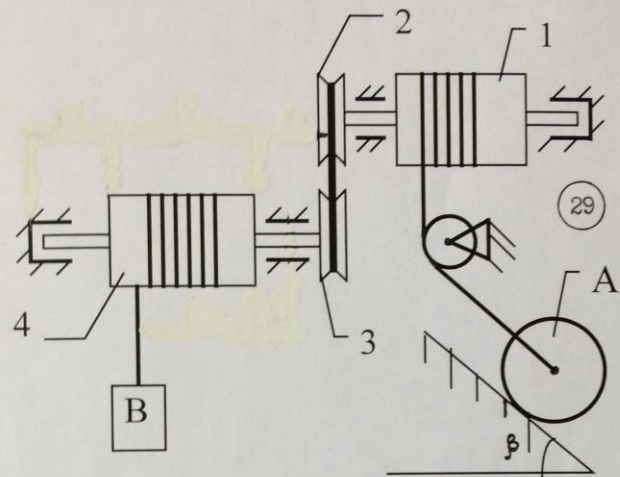












Исходные данные к заданию

Таблица 1

№Вариантов	Масса тел(кг)								Радиусы колес (шкивов) и барабанов (м)				Радиусы катков (м)		Углы наклона плоскости к горизонту		Кэф-фици-ент трения скольжения (м)	Кэф-фици-ент трения качения (м)	Смещение оси барабана (мм)
	m _A	m _B	m ₃	m ₂	m ₁	m ₄	m ₃	m ₂	Г ₁	Г ₂	Г ₃	Г ₄	Г _A	Г _B	α	β	f	K	δ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18		
1	60	100	75	20	30	100	0.1	0.2	0.3	0.15	-	-	15	-	0.1	-	3		
2	40	60	50	20	40	60	0.15	0.2	0.4	0.25	-	1	30	-	-	0.01	4		
3	100	200	45	20	40	60	0.15	0.2	0.4	0.2	-	-	20	-	0.15	-	5		
4	500	100	70	30	40	100	0.1	0.2	0.4	0.3	-	-	15	20	0.2	-	5		
5	80	120	60	30	50	90	0.25	0.3	0.7	0.5	-	-	30	-	0.1	-	3		
6	100	150	100	20	60	150	0.2	0.3	0.6	0.3	-	-	-	45	0.15	-	4		
7	500	200	150	30	60	200	0.2	0.35	0.7	0.4	1.5	-	-	30	-	0.02	4		
8	550	400	200	60	90	300	0.2	0.4	0.6	0.5	1.5	-	30	60	0.1	0.01	5		
9	60	250	200	75	150	300	0.2	0.3	0.6	0.3	1	-	-	45	0.15	0.01	3		
10	180	200	180	20	45	240	0.4	0.5	0.9	0.45	1.2	-	-	60	-	0.02	3		
11	275	150	120	60	80	150	0.2	0.3	0.5	0.25	-	-	-	-	-	-	4		
12	900	500	300	75	100	500	0.15	0.3	0.4	0.25	-	-	30	-	0.2	-	5		
13	220	250	180	50	75	240	0.18	0.3	0.6	0.4	-	100	45	-	-	0.01	5		
14	260	500	500	40	60	600	0.35	0.4	0.8	0.3	-	150	30	-	-	0.02	3		

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
15	200	300	350	80	130	500	0.5	0.2	0.6	0.4	-	-	-	-	-	-	4
16	120	100	300	25	50	400	0.2	0.2	0.5	0.3	-	-	45	-	0.1	-	4
17	45	60	150	80	100	200	0.15	0.2	0.4	0.25	-	-	30	-	0.2	-	5
18	130	200	200	10	20	360	0.35	0.4	0.8	0.7	-	100	30	-	-	0.01	3
19	380	250	300	100	300	600	0.5	0.4	1.2	1	-	-	-	-	-	-	3
20	720	300	150	40	80	300	0.2	0.3	0.7	0.6	-	-	45	-	0.25	-	4
21	820	2000	75	60	80	100	0.8	1.2	0.8	0.6	-	-	30	-	0.2	-	5
22	500	950	200	65	100	300	0.15	0.3	0.5	0.25	-	200	30	-	-	0.01	3
23	920	1200	50	40	80	100	0.1	0.15	0.3	0.2	-	250	45	-	-	0.02	4
24	450	500	100	60	80	120	0.2	0.3	0.5	0.25	-	300	30	-	-	0.01	4
25	120	500	50	25	40	70	0.25	0.3	0.4	0.2	-	-	30	-	0.2	-	5
26	420	420	100	30	50	120	0.2	0.3	0.5	0.25	-	-	-	30	0.1	-	3
27	50	100	150	40	75	200	0.25	0.3	0.4	0.2	-	100	45	-	-	0.01	3
28	170	60	35	40	50	60	0.15	0.2	0.5	0.35	-	70	35	-	-	0.02	4
29	140	75	200	45	60	260	0.2	0.3	0.6	0.45	150	-	-	45	-	0.01	5
30	380	300	180	10	20	300	0.25	0.4	0.8	0.6	120	-	30	45	0.2	0.01	5

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
1. Условие задания.....	3
2. Общие требования к выполнению и оформлению расчетно-графического задания.....	4
3. Пример выполнения задания.....	6
4. Литература.....	23
5. Приложение. Варианты заданий.....	24

Завгородний Сергей Александрович

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Динамический расчет механизма

методические указания для самостоятельной работы студентов

Печатается в авторской редакции