

6. ЗАДАЧА

1. Однородная струна, закрепленная на концах $x = 0$ и $x = l$, в начальный момент времени имеет форму треугольника, определяемого функцией

$$u(x, t)|_{t=0} = f(x) = \begin{cases} \frac{3h}{l}x, & 0 \leq x \leq \frac{l}{3}; \\ \frac{3h}{2l}(l-x), & \frac{l}{3} < x \leq l. \end{cases}$$

Найти смещение точек струны от прямолинейного положения равновесия, предполагая, что начальные скорости и внешние силы, действующие на струну, отсутствуют.

струна закрепленная на концах $x = 0$ и $x = l$, в

Вариант 2. Однородная струна, закрепленная на концах $x=0$ и $x=l$, в начальный момент времени имеет форму параболы с вершиной в точке $\left(\frac{x}{2}, h\right)$. Определить смещение точек струны от прямолинейного положения равновесия, предполагая, что начальные скорости отсутствуют.

Вариант 3. Однородная струна, закрепленная на концах $x=-l$ и $x=l$, в начальный момент времени оттянута в точках $x=-a$ и $x=a$ на расстояние h (т.е. струне придана форма равнобочной трапеции). Определить смещение точек струны от прямолинейного положения равновесия, предполагая, что начальные скорости отсутствуют.

Вариант 4. Однородная струна закреплена на конце $x=0$, к другому ее концу прикреплено кольцо, массой которого можно пренебречь. Кольцо может скользить по гладкому стержню; оно отклонено на малое расстояние h от положения равновесия и в момент времени $t=0$ отпущено. Определить смещение точек струны от прямолинейного положения равновесия, предполагая, что начальные скорости отсутствуют.

Задача приводится к решению уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

при условиях

$$u(x, 0) = \frac{hx}{l}, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0;$$

$$u(0, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=l} = 0.$$

Варианты 8-10. Найти решение волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

удовлетворяющее однородным граничным условиям $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0$ и начальным условиям

$$u(x,0) = f(x), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = F(x)$$

при следующих значениях функций для вариантов:

$$8. f(x) = 0; \quad F(x) = \begin{cases} \frac{hx}{x_0} & \text{при } 0 \leq x < x_0, \\ \frac{h(x-l)}{x_0-l} & \text{при } x_0 \leq x \leq l. \end{cases}$$

$$9. f(x) = 0; \quad F(x) = \frac{4hx(l-x)}{l^2}$$

$$10. f(x) = A \sin \frac{\pi x}{l}; \quad F(x) = v_0$$

Вариант 11. Найти распределение температуры