

Задача 2. Равновесие тел при действии силы трения покоя

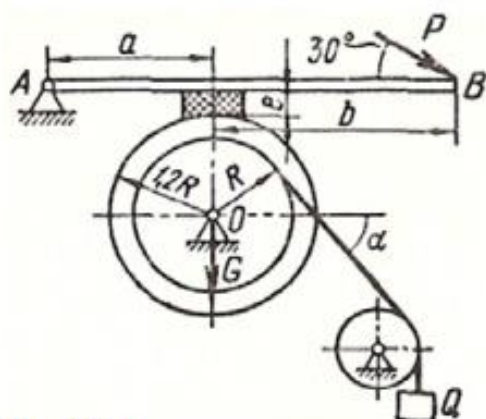


Рис. П2.1

Определить минимальное (в вариантах 1 – 20 ,25,26,29,30) или максимальное (в вариантах 21 – 24, 27.28) значение силы P и реакции опор системы, находящейся в покое. Схемы вариантов представлены на рис. 2. 1- 2.30, а необходимые для расчета данные – в табл. 1.

В вариантах 1 – 20 трение покоя учесть только между тормозной колодкой и барабаном. В вариантах 21 – 30 учесть трение покоя в двух опорных точках тела весом G .

Пример выполнения задания (варианты 1 - 20). Дано: $G = 2$ кН; $Q = 20$ кН; коэффициент трения покоя $f_1 = 0,1$; $\alpha = 20^\circ$, $a = 10$ см; $b = 20$ см (рис. П2.1).

Определить минимальное значение силы P и реакции опор O, A, B .

Решение. Рассмотрим сначала систему уравнивающих сил, приложенных к телу Q , рис. П2.2. На тело действуют сила тяжести \vec{Q} , реакция нити \vec{T} и нормальная реакция \vec{N}_1 .

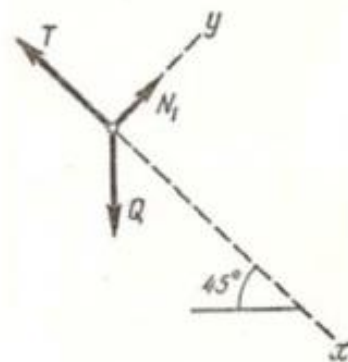


Рис. П2.2

Рассматривая тело Q как материальную точку, составим уравнения равновесия:

$$\sum X_i = 0; Q \cos 45^\circ - T = 0; \sum Y_i = 0; N_1 - Q \sin 45^\circ = 0.$$

Отсюда

$$T = Q \cos 45^\circ, N_1 = Q \sin 45^\circ.$$

Теперь рассмотрим равновесие сил, приложенным к барабану, рис.П2.3:

$$\sum M_{O_i} = -T \cdot R + F_m \cdot 1,5R = 0, \quad (2.1)$$

где F_m – сила трения покоя;

$$\sum X_i = T' + F_m \cos \alpha - N_2 \sin \alpha + X_O = 0 ; (2.4)$$

$$\sum Y_i = N_2 \cos \alpha + F_m \sin \alpha - G = 0 . (2.5)$$

В состоянии предельного равновесия сила P минимальна, а сила трения покоя между тормозной колодкой и барабаном определяется равенством (законом Кулона)

$$F_m = f_m \cdot N_2 . \quad (2.6)$$

Из уравнений (1.3) - (1.6) получим:

$$F_m = T' / 1,5 ; N_2 = F_m / f_m ; X_O = -T' + N_2 \sin \alpha + F_m \cos \alpha ;$$

$$Y_O = -N_2 \cos \alpha - F_m \sin \alpha + G .$$

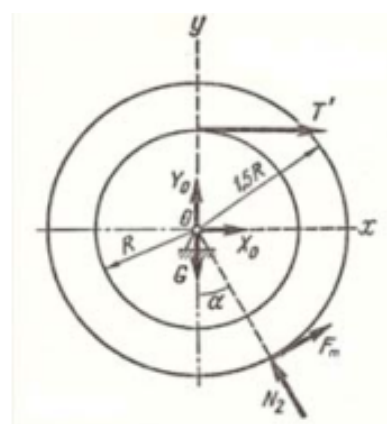


Рис. П2.3

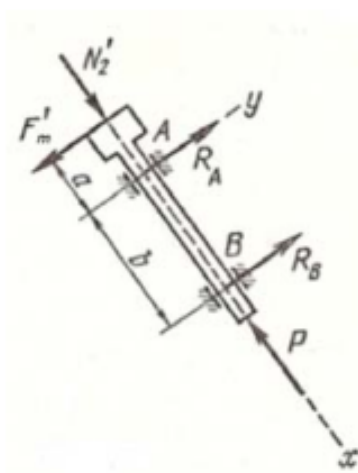


Рис. П2.4

Для определения минимального значения силы P и реакций опор A и B (эти реакции перпендикулярны направляющим A и B , так как трением здесь пренебрегаем) рассмотрим равновесие сил, приложенных к штоку тормозного устройства, рис. П2.4:

$$\sum M_{Ai} = F_m \cdot a + R_B \cdot b = 0 ; \quad (2.7)$$

$$\sum X_i = N_2 - P_{\min} = 0 ; \quad (2.8)$$

$$\sum Y_i = R_A + R_B - F_m' = 0 . \quad (2.9)$$

Решая эти уравнения, получаем:

$$R_B = -F_m' a / b ; P_{\min} = N_2 ; R_A = -R_B + F_m' .$$

Учитывая, заданные в условии числовые значения, получим:

$$N_1 = 14,1 \text{ кН}; \quad F_m = 9,4 \text{ кН};$$

$$N_2 = 94 \text{ кН}; \quad X_O = 9,2 \text{ кН};$$

$$Y_O = -89,6 \text{ кН}; \quad R_B = -4,7 \text{ кН};$$

$$R_A = 14,1 \text{ кН}; \quad R_B = 94 \text{ кН}.$$

Пример выполнения задания (варианты 21 -30). Дано: $G = 1 \text{ кН}$; коэффициент трения покоя $f_m = 0,4$; $a = 6 \text{ м}$; $b = 2 \text{ м}$ (рис. П2.7).

Определить максимальное значение силы P и реакции опор A , B , D , E .

Решение. Рассмотрим сначала систему уравновешивающихся сил, приложенных к телу весом G , рис. П2.8. На тело действуют сила тяжести \vec{G} , сила \vec{P} , нормальные составляющие сил реакции \vec{N}_D и \vec{N}_E , а также силы трения покоя $\vec{F}_{m(D)}$ и $\vec{F}_{m(E)}$.

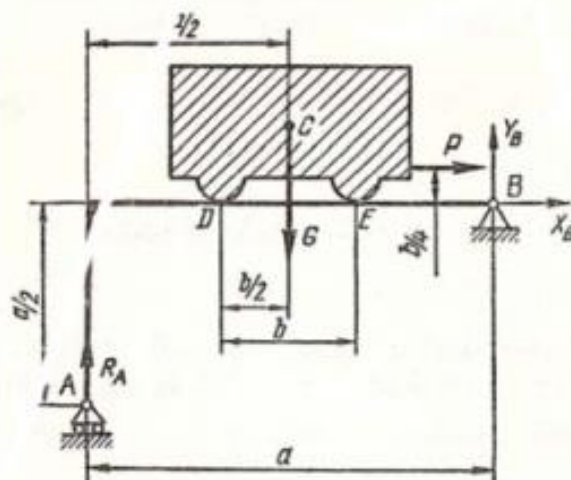


Рис. П2.7

Составим три уравнения равновесия тела весом G под действием указанных сил:

$$\sum X_i = -\vec{F}_{m(D)} - \vec{F}_{m(E)} + P = 0; \quad (2.10)$$

$$\sum X_i = N_D + N_E - G = 0; \quad (2.11)$$

$$\sum M_{Di} = -Gb/2 - N_E b - Pb/4 = 0. \quad (2.12)$$

В случае предельного равновесия $P = P_{max}$. При этом силы трения покоя принимают наибольшие значения, а система уравнений дополняется равенствами

$$F_{m(D)} = f_m \cdot N_D, \quad (2.13)$$

$$F_{m(E)} = f_m \cdot N_E. \quad (2.14)$$

Решая систему уравнений

(1.10) – (1.14), получаем:

$$P_{max} = f_m G, N_E = (G/2) \cdot (1 + 0,5 f_m), N_D = (G/2) \cdot (1 - 0,5 f_m).$$

Отсюда

$$P_{max} = 0,4 \text{ кН}; \quad N_E = 0,6 \text{ кН}; \\ N_D = 0,4 \text{ кН}; \quad F_{m(D)} = 0,16 \text{ кН};$$

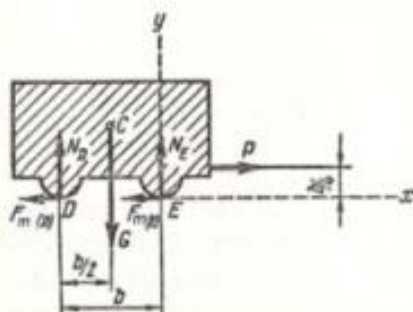


Рис. П2.8

$$F_{m(E)} = 0,24 \text{ кН.}$$

Совокупности сил \vec{N}_D и $\vec{F}_{m(D)}$, \vec{N}_E и $\vec{F}_{m(E)}$ образуют соответственно опорные реакции в точках D и E .

Рассмотрим теперь равновесие сил $\vec{R}_A, \vec{X}_B, \vec{Y}_B, \vec{G}, P = P_{\max}$, приложенных ко всей системе (рис. П2.7):

$$\sum X_i = 0; -X_B + P_{\max} = 0; \quad (2.15)$$

$$\sum Y_i = 0; R_A + Y_B - G = 0; \quad (2.16)$$

$$\sum M_{Di} = G a/2 - R_A \cdot a - P_{\max} \cdot b/4 = 0. \quad (2.17)$$

Решая эти уравнения, получаем:

$$X_B = -P_{\max}, R_A = (G \cdot a/2 - P_{\max} \cdot b/4) / a, Y_B = G - R_A.$$

Отсюда $R_A = 0,467 \text{ кН}$; $X_B = -0,4 \text{ кН}$, $Y_B = 0,533 \text{ кН}$.

Схемы к вариантам заданий представлены на рис. 2.1 – 2.30.

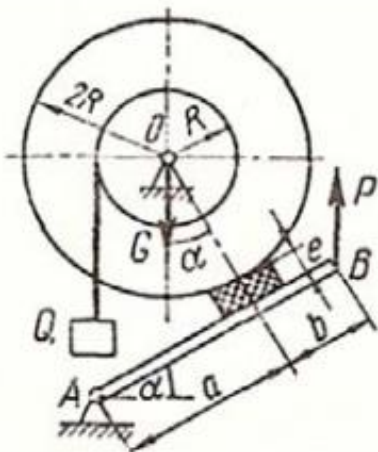


Рис. 2.1

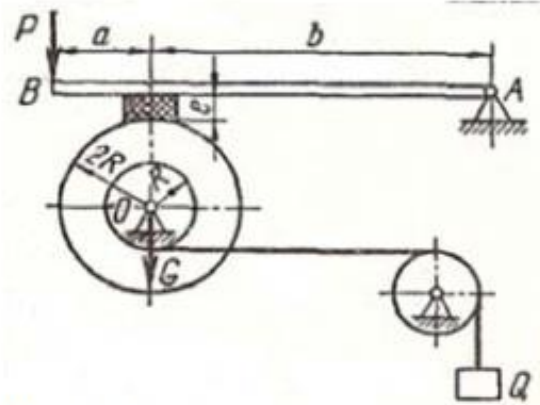


Рис. 2.4

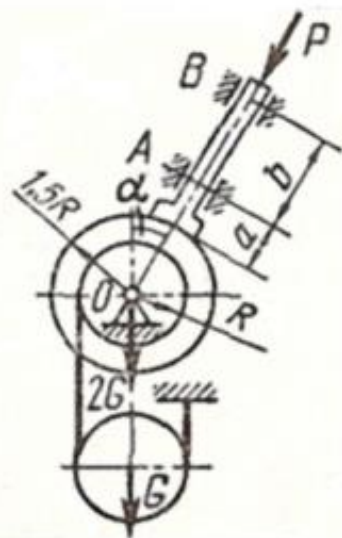


Рис. 2.2

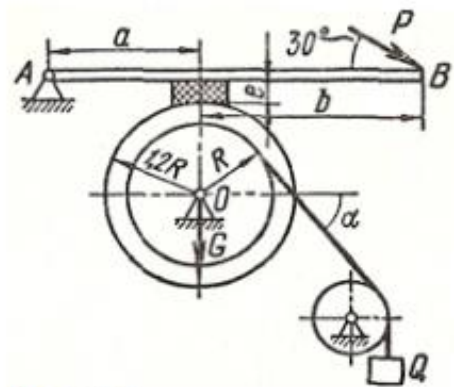


Рис. 2.5

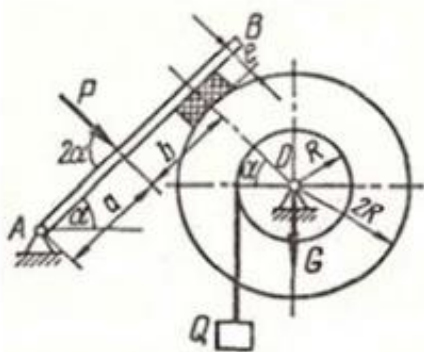


Рис. 2.3

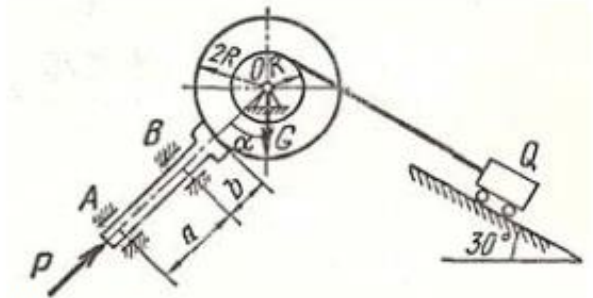


Рис. 2.6

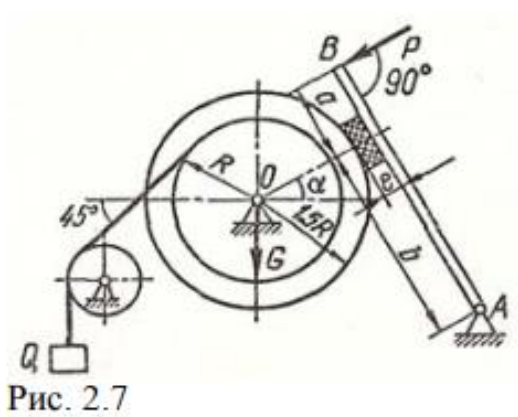


Рис. 2.7

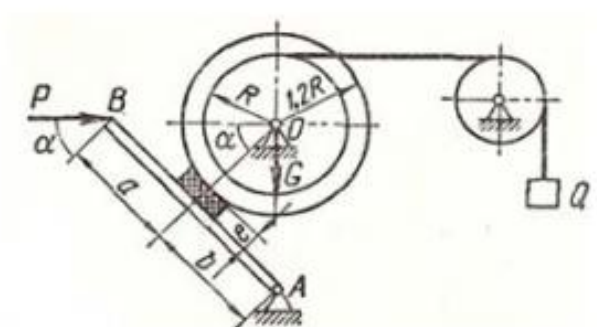


Рис. 2.10

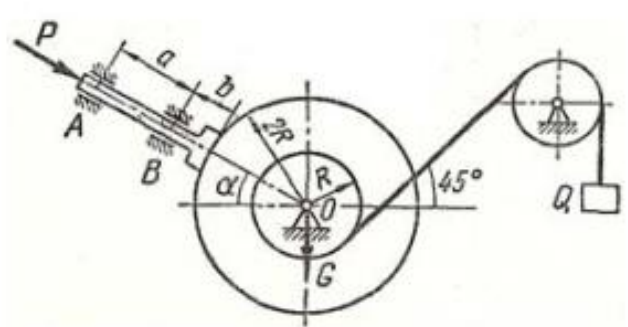


Рис. 2.8

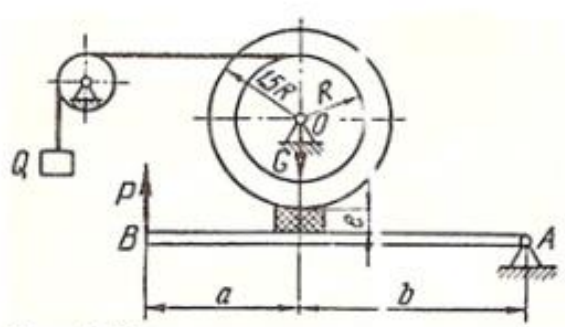


Рис. 2.11

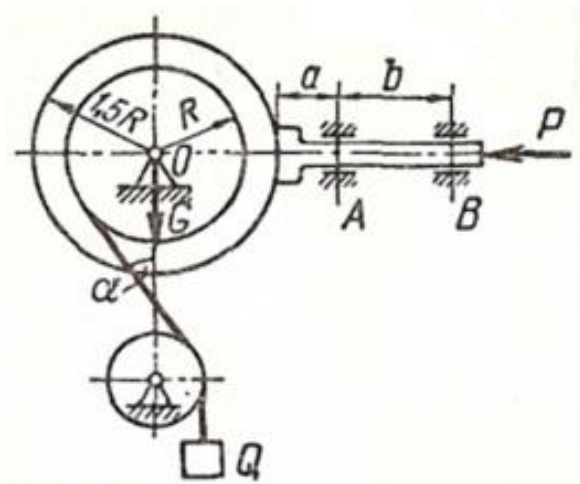


Рис. 2.9

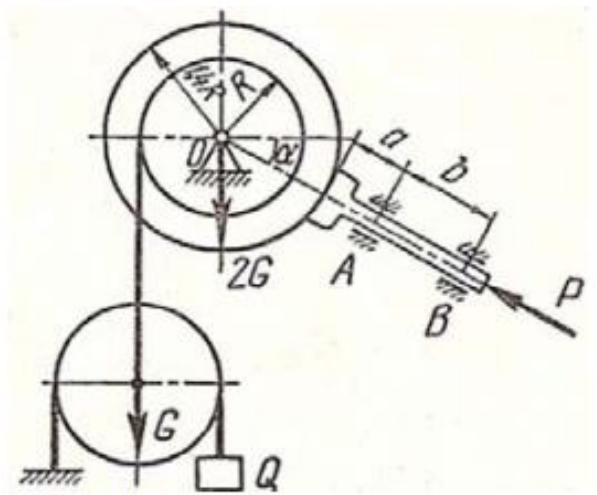


Рис. 2.12

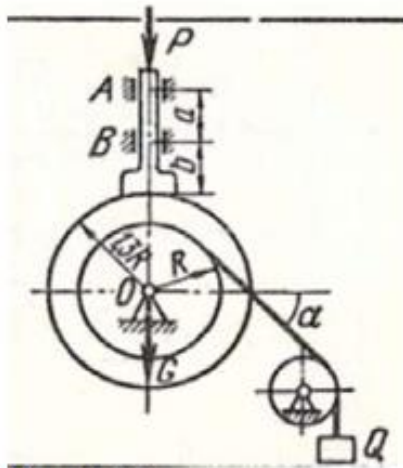


Рис. 2.13

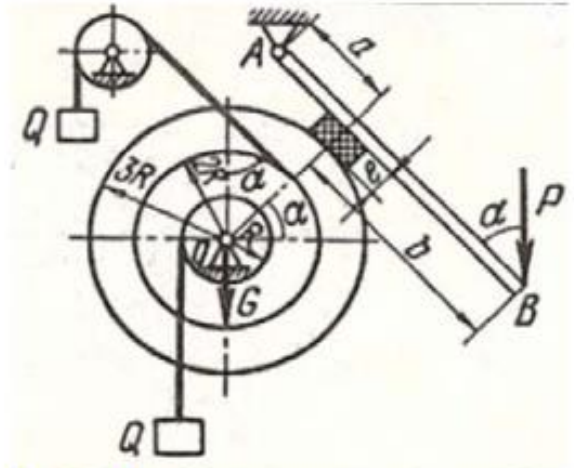


Рис. 2.16

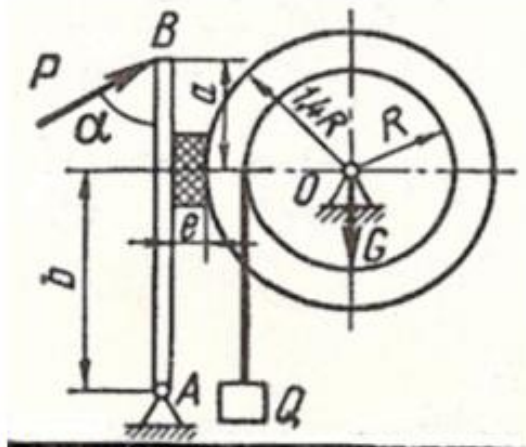


Рис. 2.14

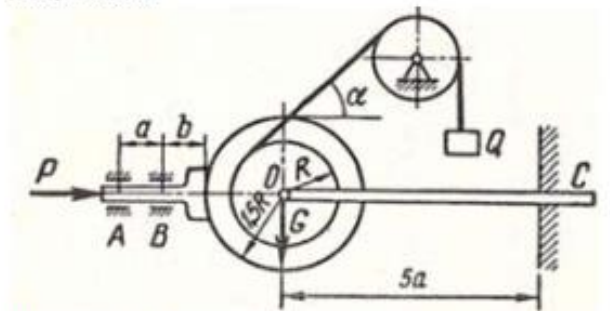


Рис. 2.17

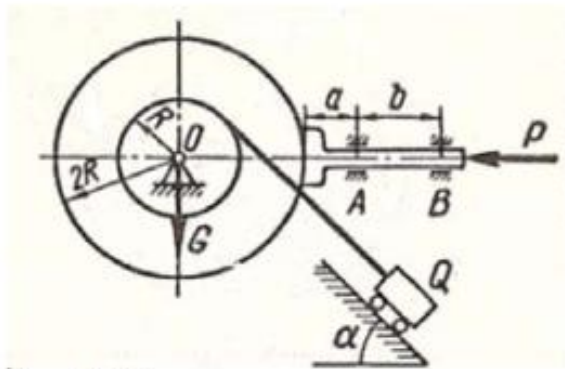


Рис. 2.15

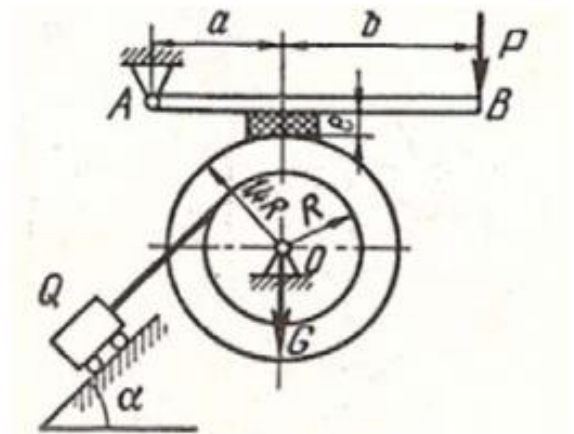


Рис. 2.18

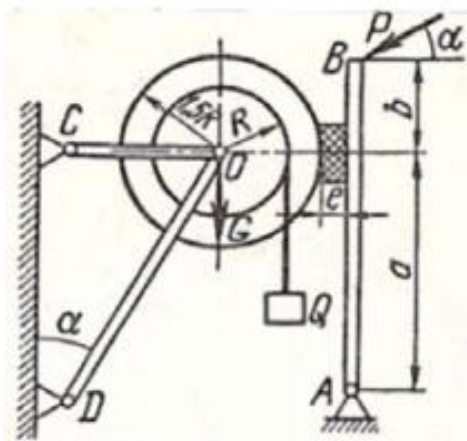


Рис. 2.19

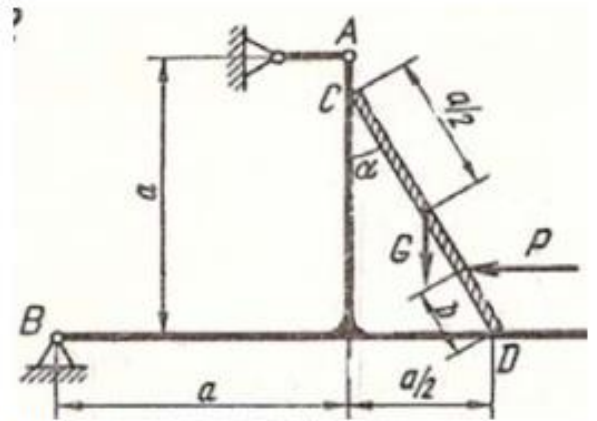


Рис. 2.22

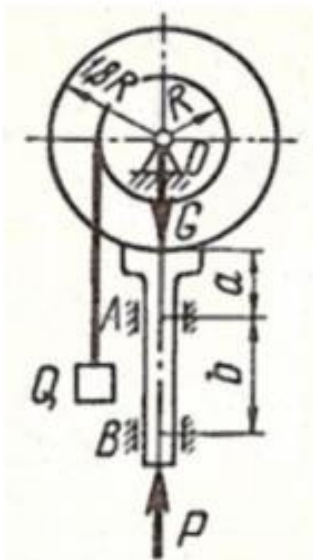


Рис. 2.20

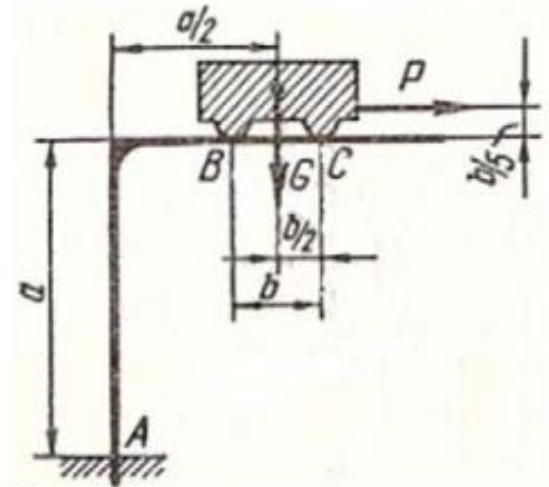


Рис. 2.23

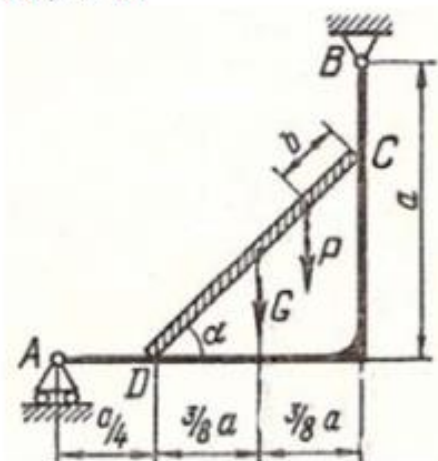


Рис. 2.21

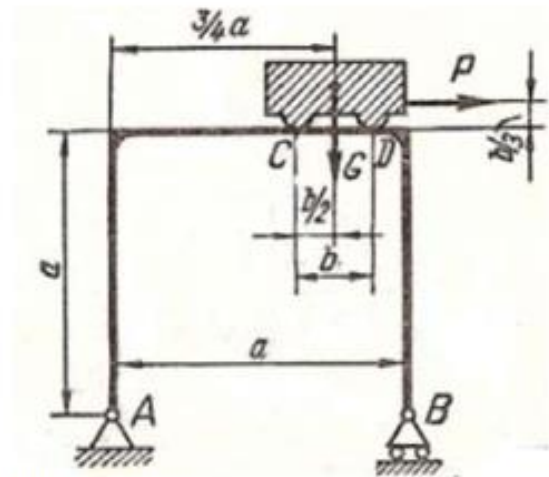


Рис. 2.24

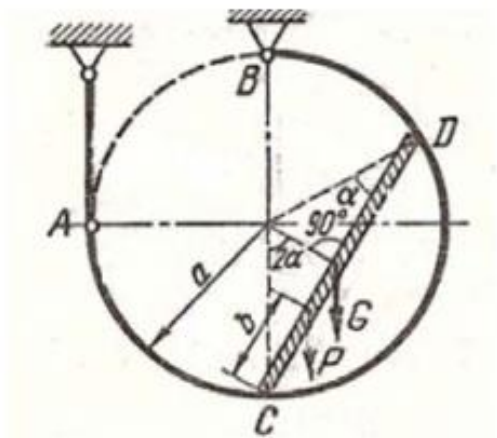


Рис. 2.25

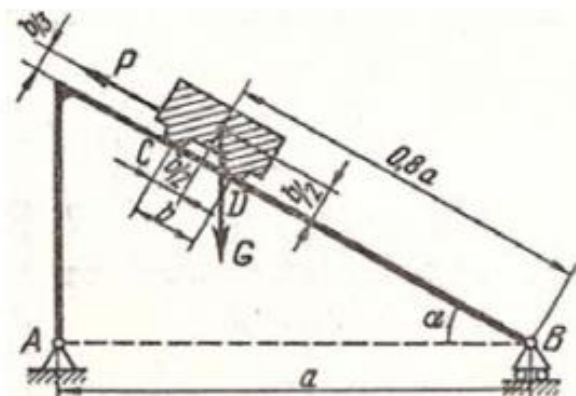


Рис. 2.28

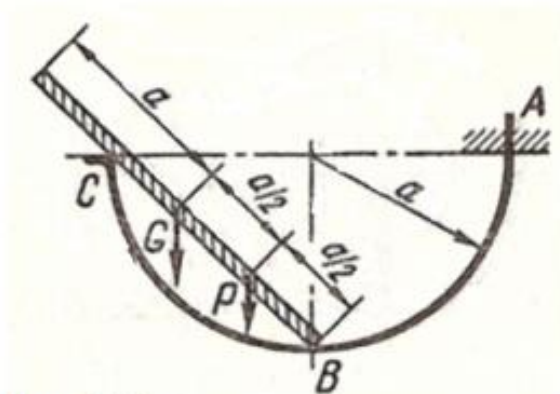


Рис. 2.26

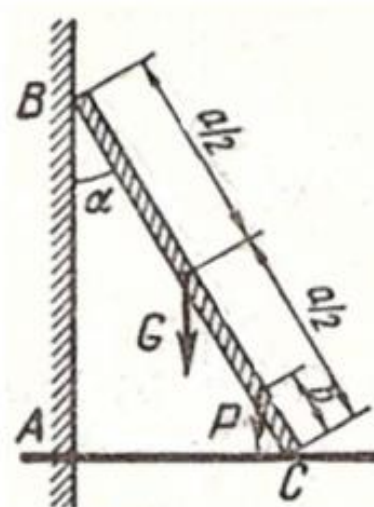


Рис. 2.29

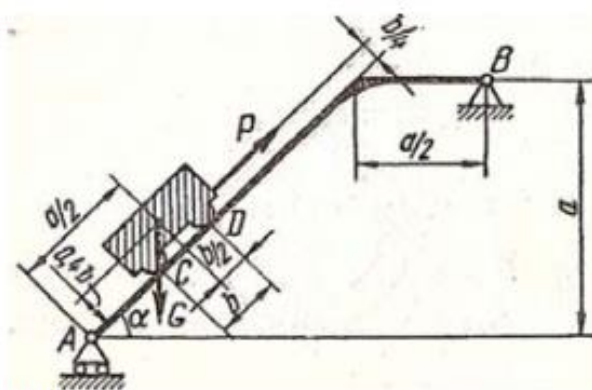


Рис. 2.27

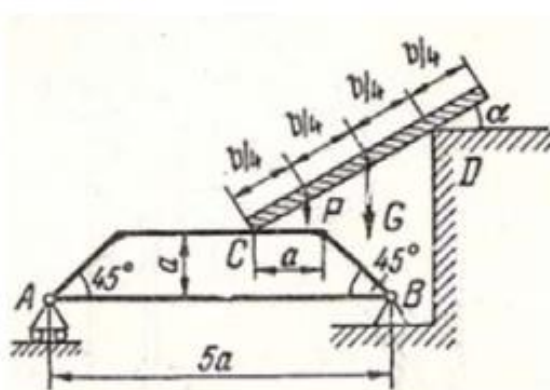


Рис. 2.30

Таблица 2.1 Исходные данные для расчета.

№ варианта	№ рисунка	G, кН	Q, кН	a, м	b, м	c, м	α , град	f_m	Точки, в которых определяются реакции
1	1.1	1,0	10	0,20	0,10	0,04	30	0,10	O, A
2	1.2	1,1	-	0,10	0,15	-	40	0,15	O, A, B
3	1.3	1,3	14	0,45	0,40	0,05	45	0,20	O, A
4	1.4	1,8	15	0,10	0,40	0,06	-	0,25	O, A
5	1.5	1,5	16	0,20	0,30	0,04	45	0,30	O, A
6	1.6	1,6	18	0,15	0,10	-	45	0,35	O, A, B
7	1.7	2,0	20	0,20	0,50	0,05	30	0,40	O, A
8	1.8	1,8	18	0,20	0,10	-	30	0,35	O, A, B
9	1.9	2,1	20	0,10	0,20	-	30	0,30	O, A, B
10	1.10	1,8	22	0,30	0,30	0,04	45	0,25	O, A
11	1.11	1,9	24	0,40	0,50	0,06	-	0,20	O, A
12	1.12	2,0	25	0,10	0,25	-	30	0,15	O, A, B
13	1.13	1,6	20	0,10	0,10	-	45	0,10	O, A, B
14	1.14	1,7	24	0,10	0,25	0,04	60	0,15	O, A
15	1.15	1,8	20	0,10	0,15	-	45	0,20	O, A, B
16	1.16	1,2	15	0,20	0,45	0,04	45	0,25	O, A
17	1.17	1,3	12	0,15	0,15	-	45	0,30	O, A, B, C
18	1.18	1,4	14	0,20	0,30	0,05	60	0,35	O, A
19	1.19	1,7	16	0,50	0,20	0,06	30	0,40	A, C, D
20	1.20	1,6	18	0,10	0,15	-	-	0,45	O, A, B
21	1.21	1,0	-	2,0	0,50	-	45	0,45	A, B, C, D
22	1.22	1,5	-	3,0	0,8	-	30	0,35	A, B, C, D
23	1.23	2,0	-	5,0	1,4	-	-	0,40	A, B, C
24	1.24	3,0	-	4,0	0,8	-	-	0,30	A, B, C, D
25	1.25	1,0	-	0,8	0,4	-	30	0,25	A, B, C, D
26	1.26	2,0	-	0,4	-	-	-	0,25	A, B, C
27	1.27	4,0	-	4,0	1,0	-	45	0,35	A, B, C, D
28	1.28	5,0	-	5,0	0,8	-	30	0,40	A, B, C, D
29	1.29	1,0	-	2,0	0,3	-	30	0,20	A, B, C
30	1.30	1,0	-	2,0	8,0	-	30	0,20	A, B, C, D