

17. РАСЧЕТ РЕЖИМА НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

Цель работы: графоаналитическое определение рабочей точки нелинейного резистора с использованием метода эквивалентного источника, решение нелинейного уравнения итерационным методом и методом Ньютона-Рафсона, определение статического и динамического сопротивления, линеаризация вольтамперной характеристики нелинейного резистора в рабочей точке.

Задание.

Структура нелинейной цепи и параметры ее линейной части заданы в таблице 17.1. Вольтамперная характеристика (ВАХ) нелинейного резистора (НР) симметрична относительно начала координат и задана совокупностью экспериментальных точек U_k, I_k , расположенных в первом квадранте.

$$U_k = (0, 30, 45, 54, 56, 55, 51, 48, 46, 45, 45, 50, 60, 73, 90)^T \quad (1)$$

$$I_k = (0, 0.5, 1.0, 2.0, 3.5, 4.0, 5.1, 4.5, 5.0, 5.5, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10)^T \quad (2)$$

где T – знак транспонирования.

Требуется определить:

1. Параметры эквивалентного источника относительно точек подключения НР.
2. Используя ВАХ НР и внешнюю характеристику эквивалентного источника найти координаты рабочей точки.
3. Используя аппроксимацию ВАХ НР $U(I)$ найти ток и напряжение НР итерационным методом и методом Ньютона-Рафсона.
4. Найти статическое и динамическое сопротивление
5. Выполнить линеаризацию цепи в окрестности рабочей точки
6. Проверить результаты расчета на рабочем столе EWB

Таблица 17.1

№	E1	E2	E3	J1	J2	R1	R2	R3	R4	R5	NR
1	1-2 100	1-4 100		5-1 10		2-3 2	1-5 10	4-5 5	3-4 2		3-1
2	1-2 120	4-2 20		6-5 5			4-3 3	5-6 4	3-5 1	2-6 1	3-1
3	1-2 100	4-5 50		5-3 5		1-3 4	4-5 25	3-4 10	2-5 2		2-3
4	1-2 50	4-2 200	6-5 50				3-4 5	5-6 20	3-5 10	2-6 10	1-3
5	1-2 70	4-5 200		6-5 5		1-3 6	3-4 10	5-6 10	2-6 10		2-3
6	1-2 116	5-4 100	5-6 36				3-4 12	5-6 36	1-6 12	1-3 8	2-3
7	1-2 200	7-2 50		4-6 50		1-3 10	6-7 1	4-5 20	4-6 1	2-3 10	3-4
8	1-2 100	4-5 100		3-5 5			4-5 50	1-3 10	3-4 20	1-5 20	2-3
9	1-2 100	3-2 200		5-4 10		1-2 50	3-4 18	4-5 10	5-1 8		4-1
10	1-2 100	5-6 200		4-6 10		1-3 20	4-5 10	3-4 5	2-6 5		2-3
11	1-2 180	6-5 100	7-2 100			1-3 6	6-7 10	4-5 1	2-3 30	5-7 10	3-4

Окончание таблицы 17.1

№	E1	E2	E3	J1	J2	R1	R2	R3	R4	R5	NR
12	1-2 280			3-5 5	4-2 10	1-3 12	3-5 12	2-4 14	4-5 10		2-5
13	1-2 100	3-4 180		6-5 15		4-6 1	1-3 24	5-6 4	1-4 12		2-5
14	1-2 80	3-4 60	5-6 60			2-3 16	3-6 30	4-5 30	4-6 10	3-7 16	6-7
15	1-2 150	4-2 150	6-7 100			1-3 10	4-3 15	5-6 10	5-7 10	1-2 4	3-5
16	1-2 200	4-1 150		5-6 10		2-3 10	3-4 15	3-6 8	1-5 2		5-6
17	1-2 200	5-4 35		6-3 5		2-3 20	3-4 3	1-3 20	5-6 5	5-6 20	1-6
18	1-2 300	3-4 100		5-6 5		1-3 24	3-6 20	2-3 12	4-6 20	4-5 50	2-6
19	1-2 200	5-6 60		6-1 10		1-3 20	6-4 6	3-4 10	3-2 5	4-5 30	2-5
20	1-2 100	2-6 200		3-2 10		1-3 10	5-6 10	5-2 10	4-5 5		3-4
21	1-2 100	5-6 150		5-3 5		2-3 20	5-6 50	6-1 10	3-1 5	4-3 7	5-4
22	1-2 70			4-1 5	4-5 30	2-3 14	1-3 14	4-5 7	3-4 8		1-5
23	1-2 20	5-4 120		3-2 25		1-3 4	3-4 8	2-3 4	5-2 40	6-3 15	6-5
24	1-2 50	4-1 50		5-3 5		2-3 20	1-4 25	3-4 5	4-5 20		3-5
25	1-2 36	4-5 42		1-4 2		2-3 12	5-4 42	5-1 17	1-3 24		3-4
26	1-2 120	3-4 108		2-4 5		1-6 20	1-3 20	6-2 5	6-5 8	5-2 12	4-5
27	1-2 60			2-5 8	1-6 5	3-5 15	4-6 4	3-2 20	4-1 20	3-4 10	5-6
28	1-2 65	4-5 50		3-2 5		1-4 15	5-6 10	4-5 10	3-6 8		2-3
29	1-2 50	4-1 200		6-5 10		2-3 20	4-3 5	5-6 5	1-6 20		3-5
30	1-2 100	5-4 150		2-3 5			4-5 50	3-4 15	2-5 15		1-3

$$U_i(I) = U_a + R_d(I_a) \cdot (I - I_a) = E_d(I_a) + R_d(I_a) \cdot I, \quad (17)$$

$$E_d(I_a) = U_a - R_d(I_a) \cdot I_a \quad (18)$$

Здесь $E_d(I_a) = U_i(0)$ - точка пересечения касательной $U_i(I)$ с осью ординат.

Уравнение (17) можно рассматривать как уравнение ветви с источником напряжения $E_d(I_a)$ и сопротивлением $R_d(I)$. Для рассматриваемого примера имеем

$$U_a = 54.25, \quad I_a = 1.525, \quad R_d(I_a) = 10.57, \quad E_d(I_a) = 38.12.$$

Этим параметрам соответствует пунктирная линия, показанная на рис.6-б.

$$U_i(I) = 38.12 + 10.57I$$

Схема замещения нелинейного резистора для небольших отклонений от рабочей точки показана на рис.7.

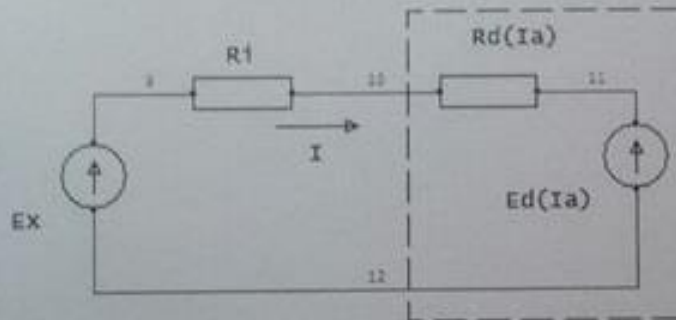


Рис.7. Схема замещения нелинейного резистора для расчета режима в окрестности рабочей точки

В точке экстремума динамическое сопротивление равно нулю $R_d = 0$, и схема замещения содержит только источник напряжения $E_d(I_a) = U_a$. Линейные схемы замещения используются для оценки устойчивости нелинейных цепей, при расчете режима переменного тока электронных усилителей и т.п.

7. Расчет токов и напряжений в линейной части нелинейной цепи

В соответствии с теоремой о компенсации элемент, параметры режима которого известны, может быть заменен компенсационным источником тока/напряжения без изменения режима цепи. Для расчета токов и напряжений в линейной части нелинейной цепи заменим нелинейный резистор известным источником напряжения $E_d = U_a$, как показано на рис.8.

Токи ветвей находятся по закону Ома и законам Кирхгофа

$$I_{R3} = I_{R4} = \frac{E_1 + E_2 - E_a}{R_3 + R_4} = \frac{100 + 150 - 54.25}{30} = 6.525, \quad I_{R2} = \frac{E_2}{R_2} = \frac{150}{50} = 3,$$

$$I_{R2} = I_{R3} + I_{R4} = 6.525 + 3 = 9.525, \quad I_{R1} = I_{R3} - I_1 = 6.525 - 5 = 1.525, \quad U_{J1} = E_1 - E_a = 45.75.$$

Результаты расчета совпадают с показаниями приборов схемы, показанной на рис. 8.

17. РАСЧЕТ РЕЖИМА НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА.

Цель работы: освоение метода эквивалентного генератора и теоремы о компенсации применительно к расчету нелинейных цепей, умение пользоваться такими понятиями как статическое и динамическое сопротивление, развитие навыков линеаризации характеристик нелинейных цепей и построения линейных схем замещения нелинейной цепи, освоение метода Ньютона-Рафсона и итерационного метода решения нелинейных уравнений.

Рассмотрим определение рабочей точки нелинейного резистора, а также режим линейной подцепи с помощью метода эквивалентного генератора и теоремы о компенсации. Структура цепи и параметры элементов заданы в таблице 1.

Таблица 1.

№	E_1, B	HP	J_1, A	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	E_2, B	$R_4, Ом$
30	1-5	1-2	5-2	3-2	3-4	4-3	4-5
	100	$U(I)$	5	15	50	150	15

Схема цепи, построенная по данным таблицы 1, показана на рис. 1-а.

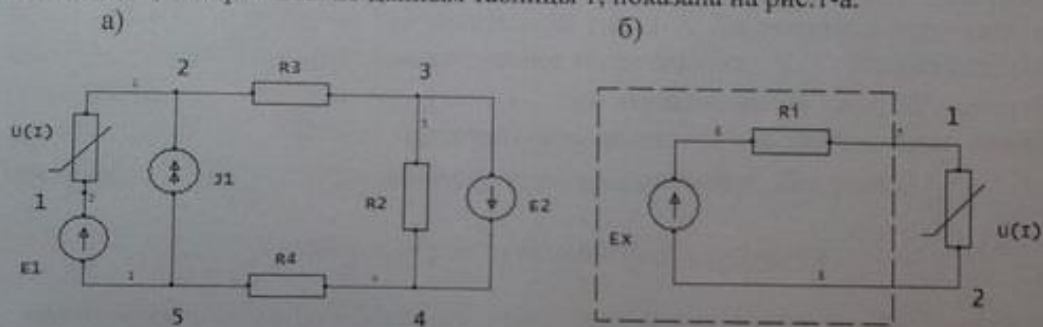


Рис.1 Схема нелинейной цепи – а) и её преобразование с помощью метода эквивалентного генератора – б)

Вольтамперная характеристика нелинейного резистора задана дискретными значениями напряжения и тока U_i, I_i

$$U_e = (0, 30, 45, 54, 56, 55, 51, 48, 46, 45, 45, 50, 60, 73, 90)^T \quad (1)$$

$$I_e = (0, 0.5, 1.0, 2.0, 3.5, 4.0, 5.1, 4.5, 5.0, 5.5, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10)^T \quad (2)$$

где T – знак транспонирования.

Графики характеристики $U_e = f(I_e)$ и обращенной характеристики $I_e = f^{-1}(U_e)$ представлены на рис.2. При построении графиков использована линейная интерполяция.

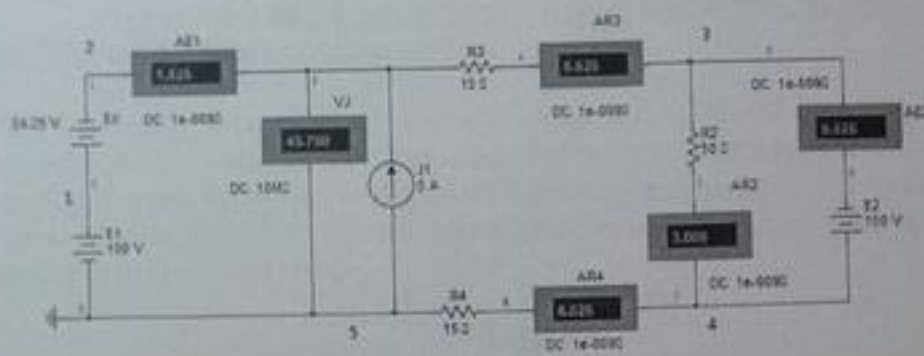


Рис. 8. Расчетная схема токов в линейной части нелинейной цепи

источника $U_1 = E_s$, напряжение НР – по выходной характеристике $U_2(U_1)$ при входном напряжении $U_1 = E_s$. Входное напряжение двухполосника определяется по закону Ома и ЗКН

$$U_{вх} = R_s I_s \quad U_{1в} = U_{вх} + U_s \quad (5)$$

После подстановки экспериментальных данных (1) и (2) в формулу (5) получим

$$U_{вх} = (0, 15, 30, 45, 60, 90, 105, 120, 135, 150, 180, 210, 240, 270, 300)^V \quad (6)$$

$$U_{1в} = (0, 45, 75, 99, 116, 145, 156, 168, 181, 195, 210, 226, 260, 300, 390)^V \quad (7)$$

Входная и выходная характеристики нелинейного четырехполосника, построенные по данным (1), (2), (6) и (7), показаны на рис. 4. Рабочий режим НР при входном напряжении $U_{1в} = E_s = 100$ определяется графически, как показано на рис.4: $I = 1.5$, $U_2 = 55$, $U_{вх} = 45$.

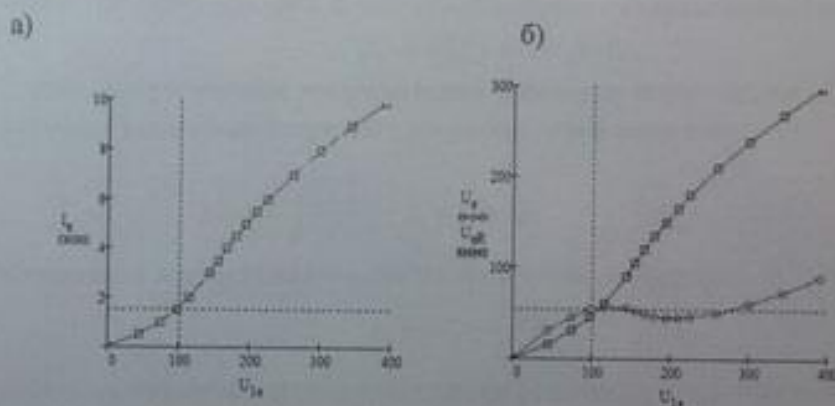


Рис.4. Входная характеристика – а) и выходные характеристики четырехполосника – б)

3. Определение рабочей точки с помощью внешней характеристики источника и ВАХ НР

Рабочая точка НР может быть определена как точка пересечения внешней характеристики эквивалентного источника и вольт-амперной характеристики нелинейного резистора в соответствии с выражением: $E_s - R_s I = U(I)$. Схема определения РТ ($U_2 = 54$, $I = 1.45$) для случая $E = 100$ и $R_s = 30$ приведена на рис. 4. При уменьшении сопротивления источника до значения $R_s = 12$ (пунктирная линия) рабочая точка переходит с возрастающего участка ВАХ на спадающий участок.

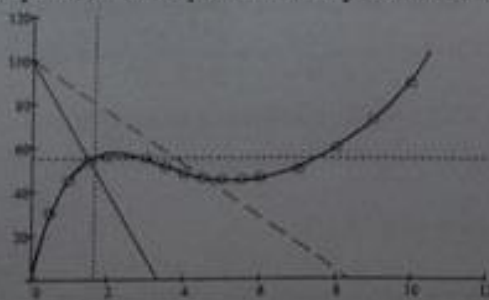


Рис.4. Графическое определение координат рабочей точки.

4. Определение рабочей точки с помощью решения нелинейного уравнения

Экспериментальная характеристика НР может быть аппроксимирована полиномом

$$U(I) = a_0 I + a_1 I^2 + a_2 I^3 + a_3 I^4 + a_4 I^5 \quad (5)$$

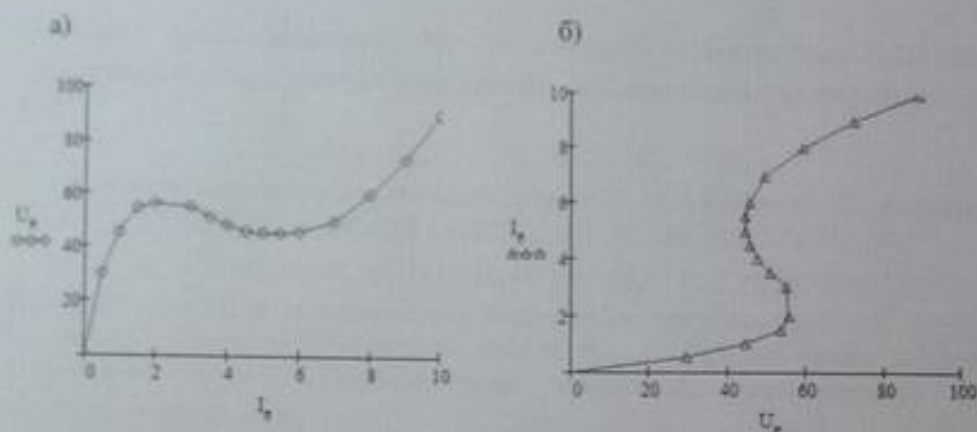


Рис.2. ВАХ нелинейного резистора $U_2(I_2)$ – а) и $I_2(U_2)$ – б)

В соответствии с рис. 2-б резистор имеет характеристику S -типа, которая является однозначной функцией тока и неоднозначной функцией напряжения.

Для определения тока и напряжения НР заменим линейную часть нелинейной цепи эквивалентным источником, как показано на рис. 1-б. Параметрами источника является напряжение холостого хода E_2 и внутреннее сопротивление R_2 . Напряжение холостого хода измеряется относительно узлов 1-2 при исключении из цепи НР, сопротивление R_2 определяется как входное сопротивление пассивного двухполюсника относительно зажимов 1-2, измеренное при равенстве нулю напряжений E_1, E_2 и тока J_1 .

1. Определение параметров эквивалентного генератора

Напряжение XX определяется по схеме, показанной на рис.3-а. Используя принцип суперпозиции, получим

$$E_x = E_1 + E_2 - J_1(R_3 + R_4) = 100 + 150 - 5(15 + 15) = 100 \quad (3)$$

Внутреннее сопротивление источника в соответствии с расчетной схемой (рис. 3-б) определяется по формуле

$$R_i = R_3 + R_4 = 30 \quad (4)$$

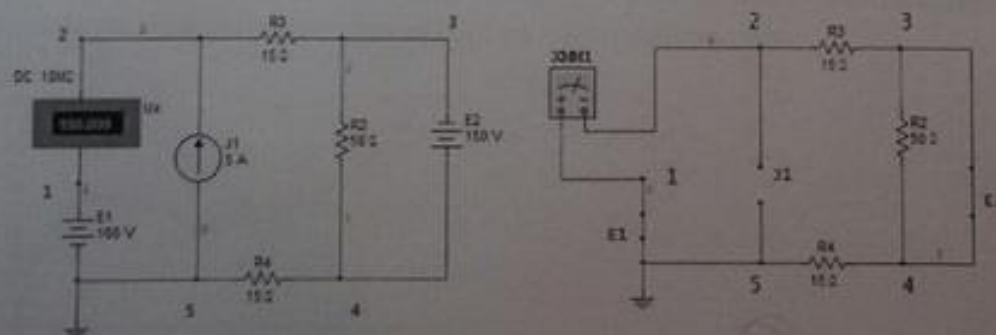


Рис.3. Расчетные схемы для определения напряжения XX – а) и внутреннего сопротивления – б).

2. Построение входной и выходной характеристики нелинейного делителя напряжения

Расчетная схема (рис.1-б) представляет собой нелинейный делитель напряжения. Ток источника определяется по входной характеристике $I(U_1)$ при заданном значении

$$I_{k+1} = G(I_k), \quad (k=0, 1, 2 \dots) \quad (14)$$

В качестве нулевого приближения примем значение тока $I_0 = 1.5$. Итерационная процедура имеет вид

$$I_1 = G(1.5) = 1.51, \quad I_2 = G(1.51) = 1.516, \quad I_3 = G(1.516) = 1.52, \quad I_4(1.52) = 1.522$$

$$I_5 = G(1.522) = 1.523 \quad I_6 = G(1.523) = 1.524 \quad I_7 = G(1.524) = 1.525$$

Из сравнения методов следует, что метод Ньютона-Рафсона имеет более высокую сходимость.

5. Статическое и динамическое сопротивление.

Статическое сопротивление R_s нелинейного резистора определяется как отношение напряжения к току

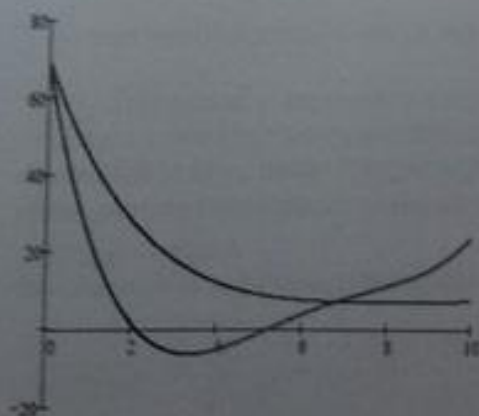
$$R_s(I) = \frac{U(I)}{I} = 70.1 - 29.8I + 5.31I^2 - 0.426I^3 + 0.013I^4 \quad (15)$$

Динамическое сопротивление R_d определяется как отношение приращений напряжения и тока в окрестности рабочей точки

$$R_d(I) = \frac{dU}{dI} = 70.1 - 59.61I + 15.93I^2 - 1.704I^3 + 0.066I^4 \quad (16)$$

Графики статического и динамического сопротивления показаны на рис.5. Статическое сопротивление определяется тангенсом угла наклона прямой, соединяющей начало координат с рабочей точкой, динамическое сопротивление - тангенсом угла наклона касательной к ВАХ в рабочей точке (рис 5-б). На выпуклом участке ВАХ динамическое сопротивление падает, на вогнутом участке возрастает с ростом тока. В точках максимума и минимума немонойтонной характеристики динамическое сопротивление равно нулю, на спадающем участке величина R_d отрицательна.

а)



б)

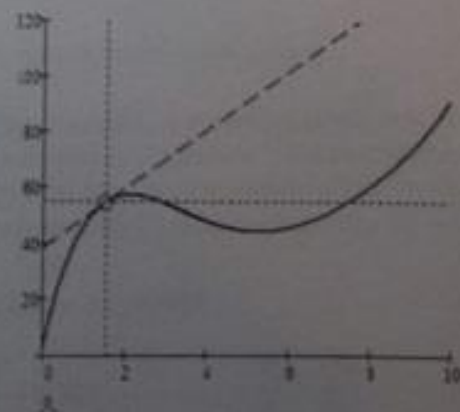


Рис.6. Статическое $R_s(I)$ и динамическое сопротивление $R_d(I)$ - а) нелинейного элемента с вольтамперной характеристикой $U(I)$ - б)

6. Линеаризация ВАХ НР в окрестности рабочей точки.

Для расчета режима НР в окрестности рабочей точки используют линейную схему замещения нелинейного элемента, параметры которой вытекают из формулы для ряда Тейлора, в который характеристика $U(I)$ разлагается вблизи рабочей точки (U_w, I_w)

где $a_0 = 70.1$, $a_1 = -29.8$, $a_2 = 5.31$, $a_3 = -0.426$, $a_4 = 0.013$

График этой зависимости показан на рис.4. Рабочий ток находится из решения нелинейного уравнения

$$F(I) = E_s - IR_s - U(I) = 0 \quad (6)$$

В электротехнических расчетах для решения нелинейных уравнений широко используется итерационный метод и метод Ньютона-Рафсона

4.1 Метод Ньютона-Рафсона

Численное решение нелинейного уравнения $F(I) = 0$ находится в два приема. Сначала делают грубую оценку корней и затем уточняют их значение на основе принятого алгоритма. Для получения нулевого приближения I_0 обычно используют графический метод. Поправку для грубой оценки ΔI_0 получают из разложения функции в ряд Тейлора

$$F(I_1) \approx F(I_0) + F'(I_0) \cdot \Delta I_0 \quad (7)$$

Считая, что уточненное значение корня I_1 является истинным, т.е. $F(I_1) = 0$, получим формулы для первой поправки и уточненного значения тока

$$\Delta I_0 = -\frac{F(I_0)}{F'(I_0)} \quad I_1 = I_0 + \Delta I_0 \quad (8)$$

Уточненное значение на k-ом шаге определяется по формуле

$$I_{k+1} = I_k - \frac{F(I_k)}{F'(I_k)} \quad (9)$$

Расчет производится до получения пренебрежимо малого значения поправки. Для рассматриваемого примера имеем

$$F(I) = 100 - 100.1 \cdot I + 29.8I^2 - 5.31I^3 + 0.426I^4 - 0.013I^5 \quad (10)$$

$$F'(I) = -100.1 + 59.61I - 15.93I^2 + 1.7I^3 - 0.066I^4 \quad (11)$$

В качестве нулевого приближения примем значение тока $I_0 = 1.45$, полученное графоаналитическим методом в разделе 2. Определим поправку и уточненное значение тока

$$\Delta I_0 = \frac{F(1.45)}{F'(1.45)} = \frac{3.12}{-42.27} = 0.0738, \quad \delta I_0 = \frac{\Delta I_0}{I_0} \cdot 100 = 5.1\%, \quad I_1 = 1.524$$

На следующем шаге уточнения имеем

$$\Delta I_1 = \frac{F(1.524)}{F'(1.524)} = \frac{0.055}{-40.6} = 1.34 \cdot 10^{-3}, \quad \delta I_1 = \frac{\Delta I_1}{I_1} \cdot 100 = 0.09\%, \quad I_2 = 1.525$$

Ввиду малости поправки $\delta I_1 = 0.09\%$ оценку $I_2 = 1.525$ можно принять за точное значение. Находим напряжение НР: $U_r(1.525) = 54.25$

4.2 Метод итераций

В методе итераций нелинейное уравнение $F(I)$ представляют в виде

$$F(I) = 0 \rightarrow I = G(I) \quad (12)$$

Из формулы (13) следует, что

$$G(I) = 0.999 + 0.298I^2 - 0.053I^3 + 4.26 \cdot 10^{-3}I^4 - 1.32 \cdot 10^{-4}I^5 \quad (13)$$

Приближенное значение корня I_0 подставляют в правую часть уравнения (15) и полученное значение $I_1 = G(I_0)$ принимают за уточненное значение. Процесс повторяется в соответствии с алгоритмом