

## Расчетное задание 7

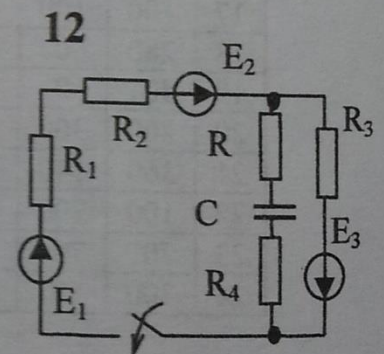
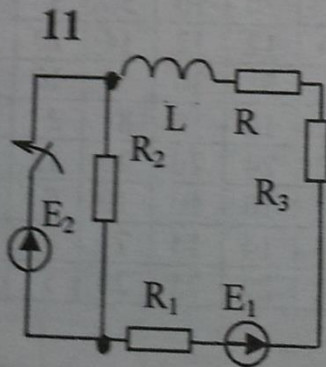
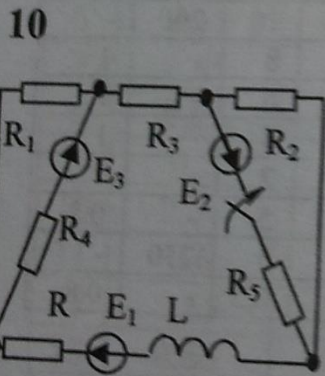
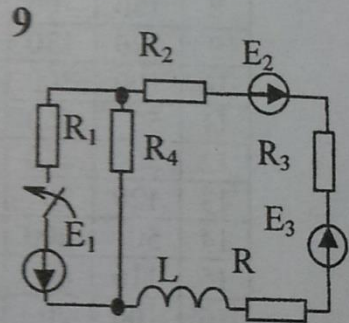
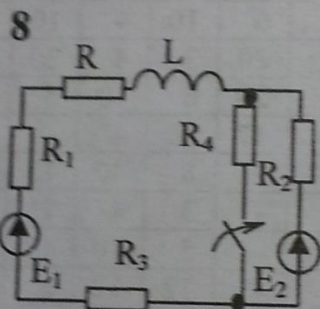
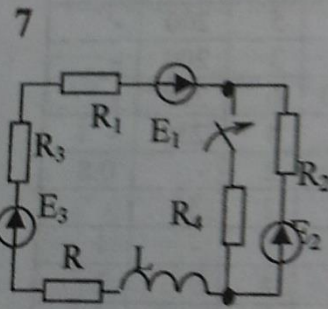
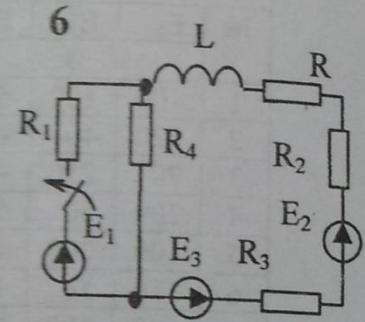
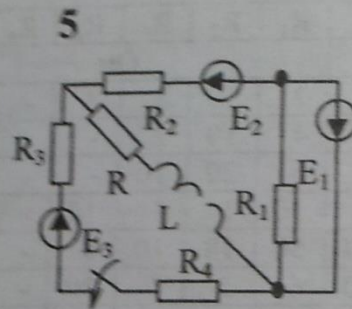
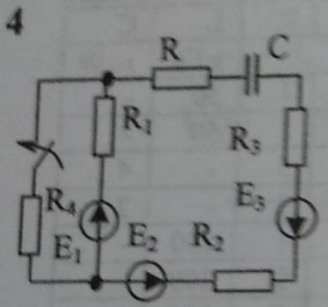
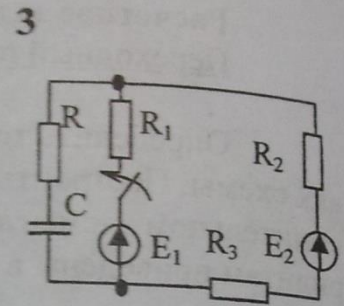
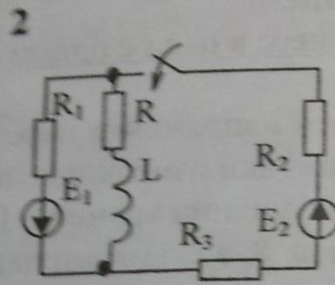
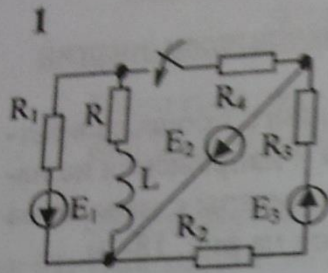
### Переходный процесс в цепи с одним накопителем энергии

Определить токи и напряжения переходного процесса в ветвях схемы. Построить графики изменения тока и напряжения на накопительном элементе в функции времени. Параметры схемы по вариантам приведены в табл. 8, а схемы вариантов на рис. 18-20.

Таблица 8

№	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R$	$L$	$C$
	В			Ом						мГн	мкФ
1	100	100	50	2	10	5	2	-	4	50	-
2	120	40	-	4	10	2	-	-	2	50	-
3	70	250	-	6	20	10	-	-	5	-	4
4	200	50	50	10	1	1	10	-	3	-	2
5	100	200	100	50	18	10	8	-	1	100	-
6	180	50	100	6	5	1	30	-	9	200	-
7	100	180	60	1	24	4	12	-	7	200	-
8	150	100	-	6	10	4	10	-	5	200	-
9	320	130	70	20	3	4	20	-	3	200	-
10	100	300	50	20	6	10	5	30	6	250	-
11	50	150	-	17	50	4	-	-	4	250	-
12	30	120	100	2	8	40	15	-	2	-	0.8
13	120	20	20	-	3	4	1	1	2	40	-
14	50	200	50	-	5	10	10	-	1	-	4
15	116	64	-	-	12	12	8	-	4	-	2
16	100	20	50	-	20	10	20	-	2	-	2
17	100	100	-	20	10	5	5	-	10	200	-
18	280	60	140	12	12	14	10	-	8	-	1
19	40	60	60	8	30	30	10	-	6	-	1
20	200	300	100	10	15	8	2	-	4	-	1
21	360	140	100	24	20	20	12	-	2	-	1
22	100	300	150	10	10	10	5	-	5	-	0.8
23	70	70	170	14	14	7	8	-	3	250	-
24	300	50	50	20	25	20	5	-	0,5	-	0.8

25	24	42	34	8	42	17	-	-	15	40	-
26	120	80	-	20	20	5	8	12	24	-	0,4
27	320	100	80	15	4	20	20	10	23	50	-
28	50	200	50	20	5	5	20	-	21	-	0,4
29	50	100	-	15	10	10	8	-	22	50	-
30	100	150	150	-	50	15	15	-	20	-	0,4





## Методические указания

### Порядок расчета.

1. Определить значения токов ветвей, напряжение на индуктивности и конденсаторе в до-коммутационном режиме. Необходимо помнить, что на постоянном токе  $U_L = 0$ , а ток через конденсатор не проходит.
2. Задать направления токов в ветвях.
3. Составить уравнения цепи для после коммутационного периода, пользуясь законами Кирхгофа. При этом элемент "накопитель" должен входить только в одно из уравнений.
4. Пользуясь методом подстановки, составить дифференциальное уравнение первого порядка для тока ветви с индуктивностью или для напряжения на конденсаторе.
5. По полученному дифференциальному уравнению составить характеристическое уравнение вида  $ay' + \epsilon = 0$ . Определить коэффициент  $K = -\epsilon/a$ .
6. Приняв в дифференциальном уравнении производную равной нулю, определить принуждённую составляющую тока индуктивности или напряжения на конденсаторе.
7. Составить уравнение по законам коммутации и определить постоянную интегрирования  $A$  в свободной составляющей при времени  $t = 0$ .
8. Записать токи переходного периода в функции времени и построить графики, задавая время  $t$  кратным постоянной времени переходного периода  $\tau = |1/K|$ .

**РАСЧЕТНОЕ ЗАДАНИЕ №4**  
**РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ**  
**ПОСТОЯННОГО ТОКА**

**Задача 1**

Рассчитать переходный процесс в электрической цепи постоянного тока.

Определить токи и напряжения на отдельных участках схемы при замыкании ключа К (рис. 1).

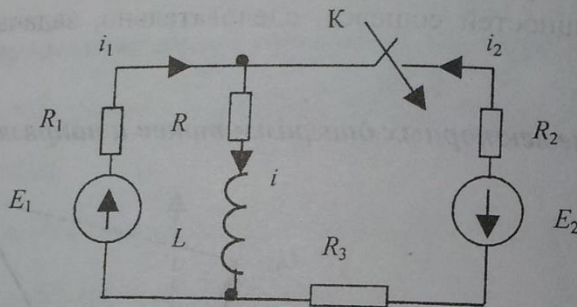


Рис. 1. Схема цепи постоянного тока с индуктивной катушкой.

Исходные данные:

$$E_1 = 30 \text{ В}, E_2 = 150 \text{ В}, R_1 = 4 \text{ Ом}, R_2 = 10 \text{ Ом}, R_3 = 2 \text{ Ом}, \\ R = 2 \text{ Ом}, L = 0,05 \text{ Гн}.$$

**1. Расчет докоммутационного режима**

В режиме до коммутации (ключ разомкнут) в ветви с сопротивлением  $R_2$  ток отсутствует  $i_2 = 0$ . Изменения тока  $i_1$  нет, поэтому на индуктивности  $L$  нет падения напряжения. В докоммутационном режиме ток  $i(0_-) = i_1(0_-)$  и определяется из выражения

$$i(0_-) = \frac{E_1}{R_1 + R} = \frac{30}{4 + 2} = 5 \text{ А}.$$

## 2. Коммутация и составление дифференциальных уравнений для послекоммутационного режима

Составляем уравнения на основании законов Кирхгофа.

$$1) i_1 + i_2 - i = 0.$$

Обходим первый контур по направлению тока  $i_1$

$$2) R_1 i_1 + Ri + L \frac{di}{dt} = E_1.$$

Обходим второй контур по направлению тока  $i_2$

$$3) (R_2 + R_3) i_2 + Ri + L \frac{di}{dt} = -E_2.$$

В индуктивной катушке накапливается энергия магнитного поля, поэтому составляем дифференциальное уравнение относительно тока в индуктивности. Подставим уравнение 1 и уравнение 2 в уравнение 3

$$(R_2 + R_3) \left( i - \frac{E_1}{R_1} + \frac{Ri}{R_1} + \frac{L}{R_1} \frac{di}{dt} \right) + Ri + L \frac{di}{dt} = -E_2.$$

Домножим обе части уравнения на  $R_1$  и сгруппируем члены при неизвестных

$$(R_1 + R_2 + R_3)L \frac{di}{dt} + [(R_2 + R_3)(R_1 + R) + R_1 R]i = (R_2 + R_3)E_1 - E_2 R_1.$$

Получили неоднородное дифференциальное уравнение относительно  $i$ . Решим это уравнение относительно тока  $i$ .

## 3. Определение корней характеристического уравнения

Решение представим в виде суммы частного решения неоднородного уравнения по окончании переходного процесса (принужденный режим) и общего решения однородного уравнения (с нулевой правой частью)

$$i = i_{\text{сп}} + i_{\text{св}}, \quad i_{\text{св}} = Ae^{kt},$$

где  $k$  – корень характеристического уравнения,

$A$  – постоянная интегрирования, определяемая из начальных условий.

Характеристическое уравнение

$$(R_1 + R_2 + R_3)Lk + [(R_2 + R_3)(R_1 + R) + R_1R] = 0.$$

Корень характеристического уравнения:

$$k = -\frac{(R_2 + R_3)(R_1 + R) + R_1R}{(R_1 + R_2 + R_3)L} = -100 \text{ с}^{-1}.$$

#### 4. Расчет послекоммутационного принужденного режима

Принужденную составляющую тока определим из уравнения переходного режима. Если учесть, что при  $t = \infty$ ,  $i_{\text{св}} = 0$  и  $i_{\text{пр}} = \text{const}$ , то отсюда следует  $\frac{di}{dt} = 0$ .

Уравнение для принужденного режима:

$$[(R_2 + R_3)(R_1 + R) + R_1R] i_{\text{пр}} = (R_2 + R_3)E_1 - R_1E_2,$$

$$i_{\text{пр}} = \frac{(R_2 + R_3)E_1 - R_1E_2}{[(R_2 + R_3)(R_1 + R) + R_1R]} = -3 \text{ А}.$$

#### 5. Определение постоянной интегрирования с помощью законов коммутации

Первый закон коммутации гласит, что ток в индуктивности мгновенно измениться не может  $i_L(0_+) = i_L(0_-)$ .

Запишем общее решение для момента времени  $t = 0$ .

При  $t = 0$   $Ae^0 = A$ , тогда

$i(0) = i_{\text{пр}} + A$ ,  $5 = -3 + A$ , постоянная интегрирования  $A = 8$ .

*Записывается окончательное решение*

Переходной ток в ветви с индуктивностью

$$i = -3 + 8e^{-100t} \text{ А}.$$

Для построения графика изменения во времени переходного тока в ветви с индуктивностью составим таблицу

Таблица значений переходного тока

№ п/п	Ряд значений $e^t$	Время $t, c$	Переходной ток $i, A$
1	$e^0 = 1$	0	5
2	$e^{-1} = 0,368$	0,01	-0,05
3	$e^{-2} = 0,135$	0,02	-1,92
4	$e^{-3} = 0,05$	0,03	-2,6
5	$e^{-4} = 0,018$	0,04	-2,86
6	$e^{-5} = 0,007$	0,05	-2,944

Напряжение на активном сопротивлении  $R$ :

$$U_R = Ri = 2(-3 + 8e^{-100t}) \text{ В.}$$

Напряжение на индуктивности  $L$ :

$$U_L = L \frac{di}{dt} = 0,05 \frac{d}{dt}(-3 + 8e^{-100t}) = 0,05(-100 \cdot 8e^{-100t}) = -40e^{-100t} \text{ В.}$$

Ток в первой ветви  $i_1$  и во второй ветви  $i_2$ :

$$i_1 = \frac{1}{R_1} (E_1 - Ri - L \frac{di}{dt}) = \frac{1}{4} (30 + 6 - 16e^{-100t} + 40e^{-100t}) = 9 + 6e^{-100t} \text{ А.}$$

$$i_2 = i - i_1 = -3 + 8e^{-100t} - 9 - 6e^{-100t} = -12 + 2e^{-100t} \text{ А.}$$

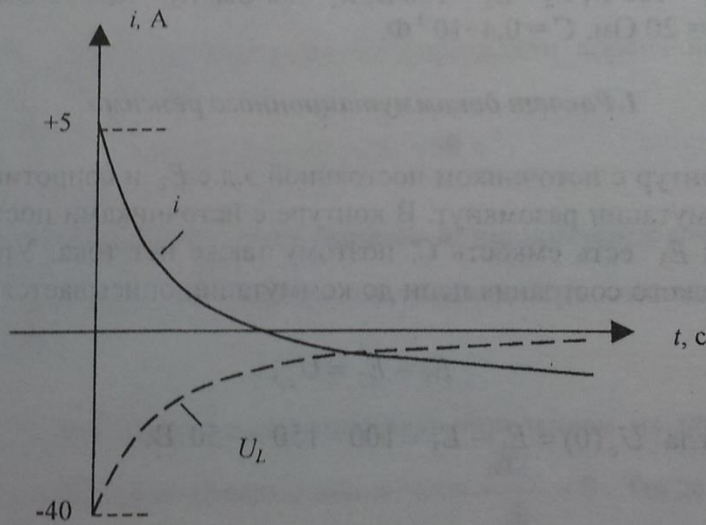


Рис.2. График изменения во времени переходного тока  $i$  и напряжения  $U_L$



**Задача 2**  
 Рассчитать переходный процесс в электрической цепи постоянного тока.  
 Определить токи и напряжения на отдельных участках схемы при замыкании ключа К (рис.3).

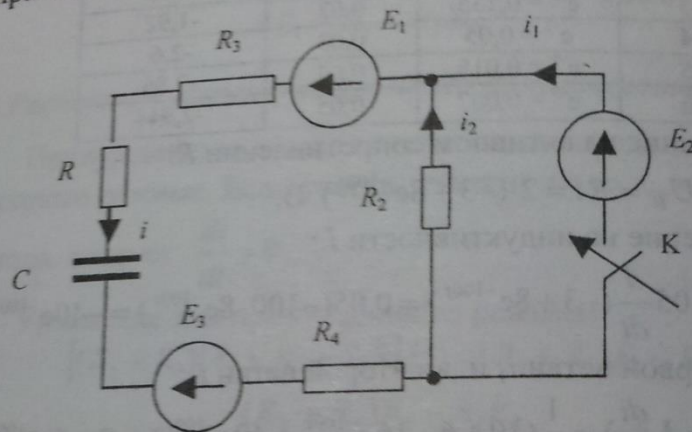


Рис. 3. Схема цепи постоянного тока с конденсатором

Исходные данные:

$$E_1 = 100 \text{ В}, E_2 = E_3 = 150 \text{ В}, R_2 = 50 \text{ Ом}, R_3 = R_4 = 15 \text{ Ом}, \\ R = 20 \text{ Ом}, C = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ Ф.}$$

### 1. Расчет докоммутационного режима

Контур с источником постоянной э.д.с  $E_2$  и сопротивлением  $R_2$  до коммутации разомкнут. В контуре с источниками постоянных э.д.с  $E_1$  и  $E_3$  есть емкость  $C$ , поэтому также нет тока. Уравнение электрического состояния цепи до коммутации описывается уравнением:

$$E_1 - E_3 = U_c,$$

тогда  $U_c(0) = E_1 - E_3 = 100 - 150 = -50 \text{ В.}$

## 2. Составление уравнений переходного процесса

$$1) i_1 + i_2 - i = 0,$$

$$2) (R + R_3 + R_4)i + R_2 i_2 + U_c = E_1 - E_3,$$

$$3) -R_2 i_2 = E_2,$$

$$4) i = C \frac{dU_c}{dt}.$$

Начальные условия в данной цепи определяются  $U_c$ , поэтому система уравнений должна быть решена относительно этого напряжения. Подставляем во 2-ое уравнение выражения 3 и 4

$$5) (R + R_3 + R_4)C \frac{dU_c}{dt} + U_c = E_1 - E_3 + E_2.$$

## 3. Составление характеристического уравнения и определение его корней

В последнем уравнении (5) обозначим  $\frac{dU_c}{dt} = k$ , и правую часть приравняем нулю:

$$(R + R_3 + R_4)Ck + 1 = 0.$$

Из полученного выражения определяем корень характеристического уравнения:

$$k = -\frac{1}{(R + R_3 + R_4)C} = -50 \text{ с}^{-1}.$$

## 4. Расчет послекоммутационного принужденного режима

Переходное напряжение на конденсаторе определяется из выражения:

$$U_c = U_{c\text{сп}} + U_{c\text{св}}.$$

Принужденную составляющую определяем из предположения, что переходный процесс закончился  $\frac{dU_c}{dt} = 0$ . Тогда из уравнения (5)

$$U_{c\text{сп}} = E_1 + E_2 - E_3 = 100 + 150 - 150 = 100 \text{ В}.$$

### 5. Расчет свободного режима

Свободную составляющую определяем в виде  $U_{c\text{св}} = Ae^{kt}$ , где  $k$  – корень характеристического уравнения,  $A$  – постоянная интегрирования, которая определяется из начальных условий с помощью законов коммутации.

В данном случае применим один из законов коммутации, который гласит, что напряжение на емкости мгновенно измениться не может.

Учитывая, что при  $t=0$   $e^{kt} = 1$ , запишем

$$U_c(0) = U_{c\text{пр}} + A,$$

отсюда определяем постоянную интегрирования

$$A = U_c(0) - U_{c\text{пр}} = -50 - 100 = -150 \text{ В.}$$

### 6. Запись выражения переходного процесса

$$U_c = U_{c\text{пр}} + U_{c\text{св}}, \quad U_c = U_{c\text{пр}} + Ae^{kt},$$

тогда переходное напряжение на конденсаторе

$$U_c = 100 - 150e^{-50t} \text{ В.}$$

Переходной ток в ветви с конденсатором

$$i = C \frac{dU_c}{dt} = 0,4 \cdot 10^{-3} \frac{d}{dt} (100 - 150e^{-50t}) = 3e^{-50t} \text{ А.}$$

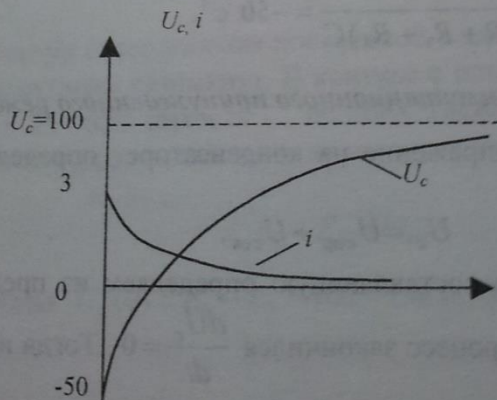


Рис.4. Графики изменения переходного напряжения  $U_c$  и переходного тока  $i$