

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА №2

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ И ПОВЕРХНОСТЕЙ В MS EXCEL

2.1. ЗАДАНИЯ И ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ

Задание 1. Даны координаты четырех точек, лежащих на кубической параболы. Необходимо построить график этой функции на указанном отрезке и отметить на нем заданные четыре точки.

Пример выполнения. Пусть заданы координаты следующих точек: $x_1=0,5$, $y_1=1,2$; $x_2=1,5$, $y_2=2,3$; $x_3=4,8$, $y_3=-0,5$; $x_4=6,3$, $y_4=1,4$. Требуется построить график полинома третьей степени, проходящего через эти точки на отрезке $[0;8]$ с шагом $0,25$.

Полином третьей степени в общем виде описывается уравнением $y=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3$. Подставив в это уравнение в качестве значений x и y координаты заданных точек, получим систему из четырех линейных уравнений с четырьмя неизвестными:

$$a_0+a_1\cdot 0,5+a_2\cdot 0,5^2+a_3\cdot 0,5^3=1,2$$

$$a_0+a_1\cdot 1,5+a_2\cdot 1,5^2+a_3\cdot 1,5^3=2,3$$

$$a_0+a_1\cdot 4,8+a_2\cdot 4,8^2+a_3\cdot 4,8^3=-0,5$$

$$a_0+a_1\cdot 6,3+a_2\cdot 6,3^2+a_3\cdot 6,3^3=1,4$$

Решим эту систему относительно неизвестных коэффициентов, в MS Excel методом обратной матрицы. На рис.3.1 приведен вид листа с исходными данными, а на рис.3.2 – этот же диапазон ячеек в режиме показа формул.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Исходные данные						
2	x	0,5	1,5	4,8	6,3		
3	y	1,2	2,3	-0,5	1,4		
4	Матрица коэффициентов системы					Правая часть	
5	1	0,5	0,25	0,125		1,2	
6	1	1,5	2,25	3,375		2,3	
7	1	4,8	23,04	110,592		-0,5	
8	1	6,3	39,69	250,047		1,4	

Рис.3.1.

	A	B	C	D	E	F
1	Исходные данные					
2	x	0,5	1,5	4,8	6,3	
3	y	1,2	2,3	-0,5	1,4	
4	Матрица коэффици					Правая часть
5	1	=B2	=B5^2	=C5*B5		=B3
6	1	=C2	=B6^2	=C6*B6		=C3
7	1	=D2	=B7^2	=C7*B7		=D3
8	1	=E2	=B8^2	=C8*B8		=E3

Рис.3.2.

Как известно, в матричном виде система линейных алгебраических уравнений может быть записана следующим образом:

$$AX=B,$$

где A – матрица коэффициентов левой части,

B – вектор-столбец свободных членов уравнений.

Отсюда решением системы является вектор-столбец

$$X=A^{-1}B,$$

где A^{-1} – матрица, обратная матрице коэффициентов.

Для решения в MS Excel будем использовать матричные функции.

Для получения обратной матрицы воспользуемся функцией МОБР. Для этого сначала выделим диапазон ячеек для записи матрицы (размер выделяемого диапазона должен соответствовать размеру обратной матрицы). В нашем примере это диапазон ячеек A10:D13. Введем название функции и в скобках в качестве аргумента укажем диапазон A4:D8. Подтверждаем нажатием комбинации клавиш Ctrl-Shift-Enter.

Для получения решения уравнения (значений коэффициентов $a_0..a_3$) используем функцию МУМНОЖ. Для этого сначала выделим диапазон ячеек для записи результата (размер выделяемого диапазона должен соответствовать размеру получаемого вектор-столбца). В нашем примере это диапазон ячеек F10:F13. Введем название функции и в скобках в качестве первого аргумента укажем диапазон A10:D13, а в качестве второго аргумента диапазон F5:F8. Подтверждаем нажатием комбинации клавиш Ctrl-Shift-Enter. На рис. 3.3 приведена обратная матрица и решение в режиме показа формул, а на рис.3.4 – результаты вычислений.

	A	B	C	D	E	F	G
9	Обратная матрица					Коэффициенты полинома	
10	1,8187650	-0,9545455	0,2219873	-0,0862069		-0,245	
11	-1,8801123	2,2594697	-0,6272023	0,2478448		3,601	
12	0,5052125	-0,7323232	0,3899460	-0,1628352		-1,501	
13	-0,0400962	0,0631313	-0,0469814	0,0239464		0,154	

Рис.3.3

	A	B	C	D	E	F
9	Обратная матрица					Коэффициенты полинома
10	=МОБР(A5:D8)	=МОБР(A5:D8)	=МОБР(A5:D8)	=МОБР(A5:D8)		=МУМНОЖ(A10:D13;F5:F8)
11	=МОБР(A5:D8)	=МОБР(A5:D8)	=МОБР(A5:D8)	=МОБР(A5:D8)		=МУМНОЖ(A10:D13;F5:F8)
12	=МОБР(A5:D8)	=МОБР(A5:D8)	=МОБР(A5:D8)	=МОБР(A5:D8)		=МУМНОЖ(A10:D13;F5:F8)
13	=МОБР(A5:D8)	=МОБР(A5:D8)	=МОБР(A5:D8)	=МОБР(A5:D8)		=МУМНОЖ(A10:D13;F5:F8)

Рис.3.4

Таким образом, искомое уравнение кубической параболы имеет вид: $y=0,154x^3-1,501x^2+3,601x-0,245$.

Построим график этой функции, используя полученные результаты. Сначала в табулируем нашу функцию на отрезке [0;8]. На рис.3.5 показано начала диапазона A16:B48 с формулами для построения графика.

	A	B
14	Шаг= 0,25	
15	x	y
16	0	=F\$13*A16^3+F\$12*A16^2+F\$11*A16+F\$10
17	=A16+\$B\$14	=F\$13*A17^3+F\$12*A17^2+F\$11*A17+F\$10
18	=A17+\$B\$14	=F\$13*A18^3+F\$12*A18^2+F\$11*A18+F\$10
19	=A18+\$B\$14	=F\$13*A19^3+F\$12*A19^2+F\$11*A19+F\$10
20	=A19+\$B\$14	=F\$13*A20^3+F\$12*A20^2+F\$11*A20+F\$10

Рис.3.5

Для построения графика сначала нанесем на график заданные четыре точки. Для этого на вкладке Вставка выберем тип диаграммы «точечная с маркерами». В качестве значений X укажем B2:E2, в качестве значений Y – B3:E3. После подтверждения полу-

чим изображение четырех точек. Щелкнув правой кнопкой по любой из полученных точек выберем «формат ряда данных» и изменим в параметрах маркера тип маркера.

Затем, щелкнув правой кнопкой на свободном месте области диаграммы выберем в контекстном меню пункт «Выбрать данные...». Добавим второй ряд данных. В качестве значений X укажем A16:A48, в качестве значений Y – B16:B48. После подтверждения получим изображение графика кубической параболы. Щелкнув правой кнопкой по любой из точек графика выберем «Изменить тип диаграммы для ряда» и укажем «точечная с гладкими кривыми». Включим вертикальные и горизонтальные линии сетки и изменим размер области диаграммы, чтобы масштабы по осям примерно совпадали. Результат построения приведен на рис.3.6.

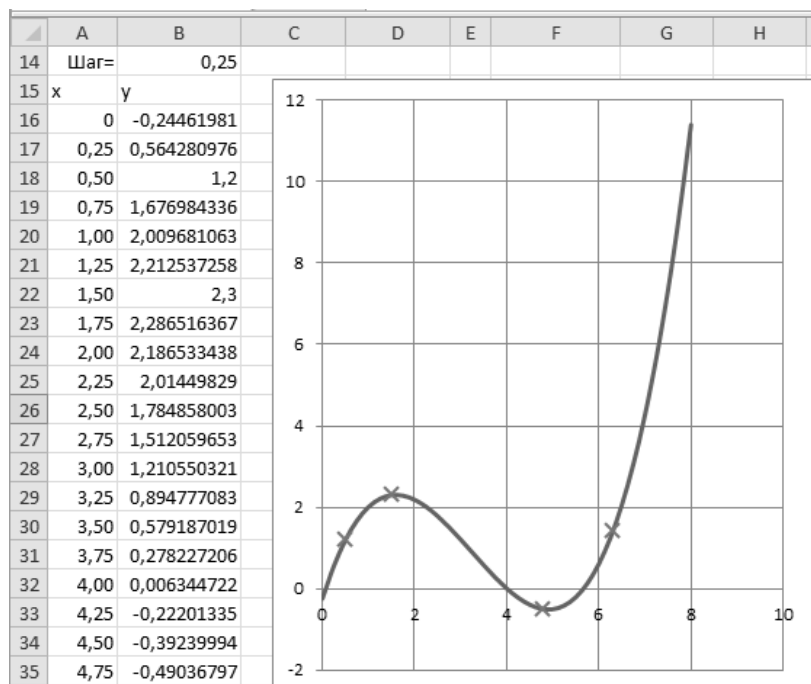


Рис.3.6

Задание 2. Построить график функции, заданной параметрически с возможностью изменения коэффициентов.

Пример выполнения. Требуется построить график функции, заданной двумя параметрическими уравнениями:

$$x = a \sin(b\varphi)$$

$$y = c \cos(d\varphi)$$

для $\varphi \in [-\pi; \pi]$ с шагом $\frac{\pi}{16}$. Проверить при $a=1, b=2, c=3, d=1$.

На листе 2 подготовим исходные данные (рис.3.7). В качестве значения шага (в ячейке F2) запишем формулу $=\text{ПИ}()/16$.

	A	B	C	D	E	F
1	a	b	c	d		шаг
2	1	2	3	1		0,19635

Рис.3.7

В ячейках A4:A36 введем значения φ , в ячейках B4:B36 – значения x , в ячейках C4:C36 – значения y в соответствии с заданными уравнениями. На рис.3.8. показана часть ячеек с необходимыми формулами.

	A	B	C	D	E	F
1	a	b	c	d		шаг
2	1	2	3	1		=ПИ()/16
3	Угол	x	y			
4	=-ПИ()	=A\$2*SIN(\$B\$2*A4)	=C\$2*COS(\$D\$2*A4)			
5	=A4+\$F\$2	=A\$2*SIN(\$B\$2*A5)	=C\$2*COS(\$D\$2*A5)			
6	=A5+\$F\$2	=A\$2*SIN(\$B\$2*A6)	=C\$2*COS(\$D\$2*A6)			
7	=A6+\$F\$2	=A\$2*SIN(\$B\$2*A7)	=C\$2*COS(\$D\$2*A7)			
8	=A7+\$F\$2	=A\$2*SIN(\$B\$2*A8)	=C\$2*COS(\$D\$2*A8)			

Рис.3.8

Для построения графика на вкладке Вставка выберем точечную диаграмму с гладкими кривыми. В качестве значений X укажем B4:B36, в качестве значений Y – C4:C36. После подтверждения по-

лучим изображение графика. Включим вертикальные и горизонтальные линии сетки и изменим размер области диаграммы, чтобы масштабы по осям примерно совпадали. Результат построения приведен на рис.3.9.

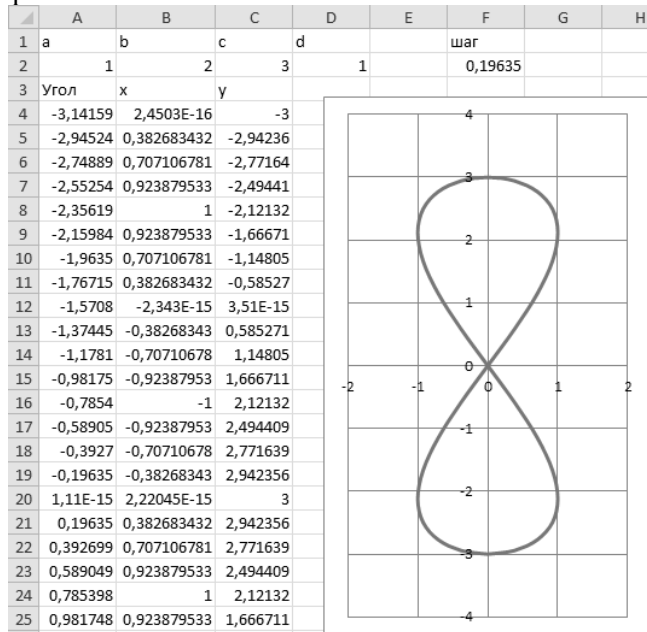


Рис.3.9

Задание 3. Построить график функции, заданной в полярных координатах.

Пример выполнения. Требуется построить график функции

$R = L - a \sin \varphi$ при $L=1, a=2, \varphi \in [0; 2\pi]$. Шаг выбрать таким, чтобы функция представлялась гладкой кривой без углов.

Хотя в MS Excel среди предлагаемых типов диаграмм нет диаграммы в полярных координатах, тем не менее, построить данную функцию можно. Для этого воспользуемся формулами перехода от полярной системы координат к декартовой:

$$x = R \cos \varphi$$

$$y = R \sin \varphi$$

Подставим в эти формулы выражение для функции и получим функцию, заданную двумя параметрическими уравнениями:

$$x = (L - a \sin \varphi) \cos \varphi$$

$$y = (L - a \sin \varphi) \sin \varphi$$

Построение такого рода функции подробно было разобрано в задании 2, только шаг придется выбрать самостоятельно. При выборе шага следует учитывать, что чем больше точек для построения, тем более плавной и точной будет кривая. Поэтому рекомендуется шаг выбрать так, чтобы точек получилось 32 или более (для изменения угла более, чем на 2π).

Результаты построения приведены на рис.3.10.

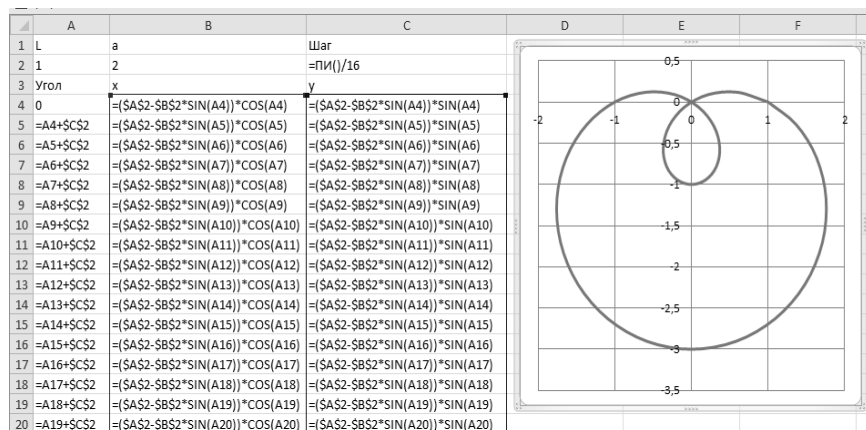


Рис.3.10

Задание 4. Построить график поверхности.

Пример выполнения. Требуется построить график поверхности $z = \ln(x^2 + y^2)$, $x \in [-10;10]$, $y \in [-10;10]$ с шагом 1.

На листе 4 в диапазоне ячеек В2:V2 заполняем значения x от -10 до 10 с шагом 1, в диапазоне ячеек А3:А23 заполняем значения y от -10 до 10 с шагом 1. Диапазон В3:V23 заполняем значениями z. При этом максимально используем автозаполнение. Фрагмент листа с данными приведен на рис.3.11.

	A	B	C	D
1				
2		-10	-9	-8
3	-10	=LN(B\$2^2+\$A3^2)	=LN(C\$2^2+\$A3^2)	=LN(D\$2^2+\$A3^2)
4	-9	=LN(B\$2^2+\$A4^2)	=LN(C\$2^2+\$A4^2)	=LN(D\$2^2+\$A4^2)
5	-8	=LN(B\$2^2+\$A5^2)	=LN(C\$2^2+\$A5^2)	=LN(D\$2^2+\$A5^2)

Рис.3.11

После этого выделяем любую ячейку внутри диапазона B3:V23 и на вкладке Вставка в области «Диаграммы» раскрываем кнопку «Другие» и выбираем «поверхность». Результат приведен на рис.3.12.

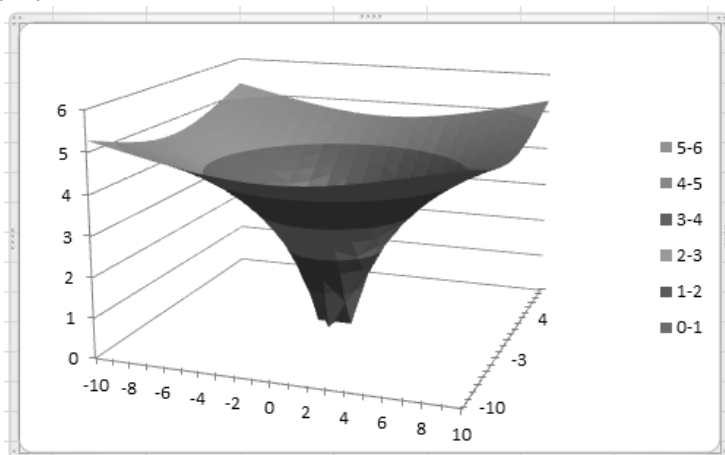


Рис.3.12

2.2. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Все задания выполняются в одной книге MS Excel, причем каждое задание на отдельном листе. Результат представляется в виде книги MS Excel и пояснительной записки. Пояснительная записка выполняется в MS Word и должна включать в себя титульный лист с указанием номера варианта, задания, результаты выполнения с необходимыми пояснениями, выводы, содержание. На все рисунки должны быть ссылки в тексте и рисунки должны быть снабжены подрисуночными подписями. Скриншоты должны быть обрезаны таким образом, чтобы иллюстрировать только нужную часть листа.

Варианты заданий приведены в табл.2.1.

Таблица 2.1

Варианты расчетно-графического задания №2

Задание 1										
Вариант	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3	x_4	y_4	Отрезок	Шаг
1	-3,5	-2,3	-1	1,2	1,5	3,5	4	-4	-4;4	0,2
2	-5	3,3	-2	2,2	0,5	1,5	2	3	-5;4	0,3
3	3,5	-2,5	5	4,2	6	-0,5	8	-1	3;9	0,15
4	5	-1,3	6,2	3,2	8,3	2,5	10	-2	4;12	0,25
5	-9,5	4,3	-1	-3,2	3,5	4,5	7	-1	-10;8	0,6
6	-5	-4,3	-3	2,2	-1,5	-0,5	0,5	2	-5,5;2,5	0,25
7	10,2	-2,3	12	1,2	15	3,5	16	-4	9;18	0,3
8	4,5	1,3	5,7	6,2	7,5	-2,4	7,9	1,3	3;9	0,15
9	-2,3	-2,2	-0,5	4,2	2,5	1,5	3,7	-5	-3;4	0,2
10	-1,5	-4,3	-1	5,2	1,5	-6,5	1,8	2	-1,6;2	0,15
Задание 2										
Вариант	x		y		φ	Шаг	a	b	c	d
1	$a \cdot \cos(b \cdot \varphi + c)$		$b \cdot \sin(a \cdot \varphi + d)$		$0; 2\pi$	$\pi/16$	1	1	1	1
2	$\cos(b \cdot \varphi - a)$		$c \cdot \sin(a \cdot \varphi - d)$		$-\pi; \pi$	$\pi/16$	1	2	2	0
3	$\sin(b \cdot \varphi + c)$		$\cos(a \cdot \varphi + d)$		$0; 4\pi$	$\pi/8$	4	1	0	0
4	$\cos(a \cdot \varphi / b)$		$\sin(c \cdot \varphi / d)$		$0; 3\pi$	$3\pi/16$	1	2	1	3
5	$\cos(a \cdot \varphi) / b$		$\sin(c \cdot \varphi) / d$		$0; 3\pi$	$3\pi/16$	1	2	1	3
6	$a + \sin(b \cdot \varphi)$		$c - \cos(d \cdot \varphi)$		$-2\pi; 2\pi$	$\pi/8$	0,5	1	0	2
7	$a - \sin(b \cdot \varphi)$		$c + \cos(d \cdot \varphi)$		$0; 4\pi$	$\pi/8$	1	0,5	0	2
8	$a + \sin(a \cdot \varphi + b)$		$c - \cos(d \cdot \varphi + c)$		$-\pi; \pi$	$\pi/16$	1	1	0	2
9	$a - \cos(a \cdot \varphi - b)$		$c - \sin(c \cdot \varphi - d)$		$-2\pi; 2\pi$	$\pi/8$	1	2	2	0
10	$a \cdot \cos(\varphi / b)$		$c \cdot \sin(\varphi / d)$		$0; 3\pi$	$3\pi/16$	1	1	1	1
Задание 3										
Вариант	Уравнение				L	a	φ			
1	$R = a \cdot \cos(L \cdot \varphi)$				1,75	1	$0; 6\pi$			
2	$R = a \cdot \sin(L \cdot \varphi)$				0,75	0,5	$0; 6\pi$			
3	$R = a \cdot \varphi + L$				2	1	$0; 2\pi$			
4	$R = a(L - \cos(\varphi))$				1	2	$0; 3\pi$			
5	$R = L \cdot \exp(a \cdot \varphi)$				2	1	$0; 4\pi$			
6	$R = L / (a - \cos(\varphi))$				6	2	$0; 2\pi$			
7	$R = a \cdot \exp(\sin(L \cdot \varphi))$				2	1	$0; 3\pi$			
8	$R = a \cdot \ln(\sin(L \cdot \varphi))$				1	2	$0; \pi$			
9	$R = a \sqrt{ \sin(L \cdot \varphi) }$				1	1	$0; \pi$			
10	$R = a \sqrt{ \cos(L \cdot \varphi) }$				1	1	$0; \pi$			

Таблица 2.1 (Продолжение)

Задание 4				
Вариант	Уравнение	x	y	Шаг
1	$z = \sqrt{x^2 + y^2}$	-10;10	-10;10	1
2	$z = \sqrt{x^2 - y^2}$	-5;5	-5;5	0,5
3	$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	-1;1	-1;1	0,1
4	$z = xe^{x+y}$	-1;1	-1;1	0,1
5	$z = e^{x^2+2y^2}$	-2;2	-2;2	0,2
6	$z = \sin(x^2 + y^2) + 1$	$-\pi/2; \pi/2$	$-\pi/2; \pi/2$	$\pi/16$
7	$z = -\cos(x^2 - y^2) + 1$	$-\pi/2; \pi/2$	$-\pi/2; \pi/2$	$\pi/16$
8	$z = 10(y - x^2) + (1 - x)^2$	-5;5	-5;5	0,5
9	$z = 5(y^2 - x) - \sqrt{x}$	0;10	0;10	0,5
10	$z = xe^{\sqrt{y}}$	-2;2	-2;2	0,2