ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

Тема: **Программирование в MathCAD. Оператор цикла for.**

Оператор **for** служит для организации циклов с заданным числом повторений. Он записывается в виде:

for Var $\in$ Nmin.. Nmax

Эта запись означает, что если переменная Var меняется с шагом + 1 от значения Nmin до значения Nmax, то выражение, помещенное в шаблон, будет выполняться. Переменную счетчика Var можно использовать в выражениях программы.

В цикле **for** число повторений определяется переменной, задаваемой в начале цикла. Рассмотрим создание такого цикла:

- Установите курсор на свободное место ввода в программе (справа от вертикальной черты).
- На панели программирования нажмите кнопку **for.** Появится шаблон с тремя местами ввода.
- Справа от слова «**for»** введите имя переменной цикла. После знака $\in$ введите диапазон изменения переменной цикла так же, как это делается с помощью дискретной переменной. Переменной цикла может быть ряд чисел, или вектор, или список скаляров, диапазонов, векторов, разделенных запятой.
- В оставшееся поле ввода (внизу, под словом «**for»)** введите выражение, которое вычисляется в цикле.
- Если в цикле надо вычислять несколько выражений, то вначале установите курсор на место ввода и нажмите кнопку Add Line (или клавишу]) столько раз, сколько строк будет содержать цикл. Затем заполните все места ввода, введя нужные выражения. Удалите лишние места ввода.

1. Табулирование функций.

Составить программу для табулирования функций $f(x) = 0{,}5\sin^2(x+3)$ и $g(x) = \dfrac{2x}{(3+x)^2}\ln(3+x)$ при изменении x от 0,9 до 2,1 с шагом 0,2. В первой колонке печатать x, во второй - $f(x)$, в третьей - $g(x)$.

```
ORIGIN := 1
Z := | a ← 0.9
     | b ← 2.1
     | h ← 0.2
     | Zag ← (" x "  " f(x) "  " g(x) ")
     | n ← 1
     | for  x ∈ a, a + h .. b
     |    | c ← x + 3
     |    | f_n ← 0.5·sin(c)^2
     |    | g_n ← (2·x / c^2)·ln(c)
     |    | x1_n ← x
     |    | n ← n + 1
     | Q^⟨1⟩ ← x1
     | Q^⟨2⟩ ← f
     | Q^⟨3⟩ ← g
     | Q
     | Q1 ← stack(Zag, Q)
```

$$Z = \begin{pmatrix} \text{" x "} & \text{" f(x) "} & \text{" g(x) "} \\ 0.9 & 0.237 & 0.161 \\ 1.1 & 0.335 & 0.185 \\ 1.3 & 0.42 & 0.205 \\ 1.5 & 0.478 & 0.223 \\ 1.7 & 0.5 & 0.238 \\ 1.9 & 0.483 & 0.252 \\ 2.1 & 0.429 & 0.263 \end{pmatrix}$$

2. Нахождение элементов, удовлетворяющих условию.

Разработать программу, которая определяет первый отрицательный элемент последовательности значений функции $y(x) = \sin x$ при изменении x на интервалах $[2,5]$ и $[7,9]$ с шагом 0,5.

```
ORIGIN := 1
y := | a ← 2
     | b ← 5
     | h ← 0.5
     | n ← 1
     | for  x ∈ a, a + h .. b
     |    | if  sin(x) < 0
     |    |    | z ← sin(x)
     |    |    | break
     |    | otherwise
     |    |    | z ← "отрицательный элемент не найден"
     |    |    | x ← " "
     |    | n ← n + 1
     | (z)
     | (x)
```

$$y = \begin{pmatrix} -0.351 \\ 3.5 \end{pmatrix}$$

```
ORIGIN := 1

y := | a ← 7
     | b ← 9
     | h ← 0.5
     | n ← 1
     | for x ∈ a, a + h .. b
     |    | if sin(x) < 0
     |    |    | z ← sin(x)
     |    |    | break
     |    | otherwise
     |    |    | z ← "отрицательный элемент не найден"
     |    |    | x ← " "
     |    | n ← n + 1
     | (z)
     | (x)
```

$$y = \begin{pmatrix} \text{"отрицательный элемент не найден"} \\ \text{" "} \end{pmatrix}$$

3. Вычисление конечных сумм и произведений.

3.1. Составить программу для вычисления суммы $S = \sum_{i=i1}^{i2} \frac{i^2}{i^2+3}$.

Вычисления провести для: $i1 = 1$ и $i2 = 8$.

```
S := | i1 ← 1
     | i2 ← 8
     | S0 ← 0
     | for i ∈ i1 .. i2
     |    | a ← i^2
     |    | S0 ← S0 + a/(a + 3)
     | S0
```

S = 6.127

3.2. Составить программу для вычисления суммы $S = \sum_{n=N1}^{N2} \frac{n+1}{n!}$.

Здесь $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$ -факториал.
Вычисления провести для: $N1 = 2$ и $N2 = 7$.

```
S := | N1 ← 2
     | N2 ← 7
     | V0 ← 1
     | S0 ← 0
     | for n ∈ N1 .. N2
     |    | V0 ← V0·n
     |    | a ← (n + 1)/V0
     |    | S0 ← S0 + a
     | S0
```

S = 2.436

4. Вложенный арифметический цикл

Под вложенным арифметическим циклом понимают такую алгоритмическую структуру, при которой в тело одного цикла с параметром включен другой цикл со своим параметром.

Составить программу для вычисления суммы $S = \sum_{k=1}^{10} k^3 \sum_{p=1}^{15} (k-p)^2$.

```
S1:= | S0 ← 0
     | for  k ∈ 1..10
     |    | R ← 0
     |    | for  p ∈ 1..15
     |    |    | a ← (k − p)^2
     |    |    | R ← R + a
     |    | S0 ← S0 + k^3·R
     | S0
```

$S1 = 9.835 \times 10^5$

5. Арифметический цикл с рекуррентной зависимостью

Многие циклические вычислительные процессы используют рекуррентные зависимости при решении различных математических задач. В общем виде формулу для рекуррентных вычислений можно представить так:

$$y_i = F(y_{i-1}, y_{i-2}, \ldots, y_{i-k}).$$

В этой рекуррентной формуле для вычисления i-го члена последовательности y_i, где $i \ge k$, используется k предыдущих членов последовательности $y_{i-1}, y_{i-2}, \ldots, y_{i-k}$. Для вычисления по этой формуле нужно задать k первых членов последовательности $y_0, y_1, \ldots, y_{k-1}$.

Элементы последовательности вычисляются рекуррентно по формуле $a_n = \frac{1}{3} a_{n-1}$. Составить программу для вычисления и печати числа элементов последовательности, удовлетворяющих неравенству $0{,}1 \le a_n \le 9$, если $a_0 = 27$, и значения n изменяются от 1 до 10.

Анализ задачи.

Пусть m - число вычисляемых элементов последовательности,

k - число элементов, удовлетворяющих условию $0{,}1 \le a_n \le 9$.

Тогда $k_n = \begin{cases} k_{n-1} + 1, & \text{если} \quad 0{,}1 \le a_n \le 9 \\ k_{n-1} & , \ \text{условие не выполнено} \end{cases}$, $i \in 1{:}10$,

$k = 0$ - начальное значение k.

```
k := | k0 ← 0
     | a ← 27
     | m ← 10
     | for  n ∈ 1..m
     |    | a ← a/3
     |    | k0 ← k0 + 1  if  0.1 ≤ a ≤ 9
     | k0
```

$k = 5$

Варианты задания

Задача 1. Составить программу для табулирования функций $f(x)$ и $g(x)$ при изменении x от a до b с шагом h. В первой колонке печатать x, во второй - $f(x)$, в третьей - $g(x)$. Исходные данные приведены в табл.1.

Таблица 1

Вариант	$f(x)$	$g(x)$	a	b	h
1.	$0{,}5\sin^2 x$	$\frac{2x}{4+x^2}\ln(3+x)$	0,3	0,36	0,01
2.	$\frac{4arctgx}{1+x^2}$	$\frac{3{,}5x\sin x}{7x^2+2x+1}$	0,12	0,22	0,02
3.	$\frac{1}{\ln 2}\ln\left\|\frac{x-1}{x+1}\right\|$	$x\sin^2(x-3)+x-3$	0,1	3,6	0,5
4.	$\frac{2\cdot 10^{-2}\ln x}{x}$	$\frac{x}{x^2-4x+5}$	1,2	2,2	0,2
5.	$\frac{xe^{x-1}}{x^2+1}$	$(4-x)\ln(1+\|x\|)$	0,3	1,1	0,1
6.	$2xe^{x^2-x}$	$\frac{1}{2}xe^{x(x^2-1)}$	0,5	1,5	0,2
7.	$\left(\sqrt{1-x^2}+x\right)\sin\frac{2}{x}$	$\sqrt{1-x^2}-x^2\sin\frac{2}{x}$	0,1	0,15	0,01
8.	$\frac{x}{3{,}56}arctgx$	$\frac{x^2-3x+3}{x^2-x+1}$	0,5	0,7	0,02
9.	$\frac{2x^2-\ln x}{2-x}$	$e^x(x-2)$	1,5	1,6	0,01
10.	$\frac{1}{2}(x-1)e^{x-3}$	$\frac{x-3}{x+1}e^{(x-1)^2}$	2,0	2,7	0,1
11.	$\frac{2\sin(2x)+1}{1+\cos^2 x}$	$e^{-x^2}(2x+1)$	-1,5	1,0	0,5
12.	$\frac{(x+5)^3}{1+\sin^2 x}$	$1+2^x$	-1,2	0,4	0,2
13.	$\sqrt{x^4+1}+e^{-x}$	$x^{\frac{1}{5}}+1$	0,2	0,7	0,1
14.	$\frac{e^{3x}+5}{2-x}$	$4\cos(3x)-3$	0,1	0,8	0,1
15.	$\frac{1-3^{2x}}{3x+5}$	$\frac{\sqrt[3]{x+4}}{\ln x}$	0,3	1,2	0,1
16.	$\frac{\sin x}{1+\sin x}3^{1+\sin x}$	$\frac{1}{4}xe^{x^2(x-1)}$	1,5	2,5	0,1
17.	$\frac{1}{4}(x^2+1)e^{x^2+1}$	$\frac{x+4}{x-1}e^{(x-1)^2}$	3,0	3,9	0,1
18.	$arctg\left(\frac{x+1}{2}\right)e^{x+1}$	$\sqrt{1+x^3}+x^3\cos\frac{3}{x}$	0,2	0,28	0,01

Задача 2. Разработать программу, которая определяет первый отрицательный (положительный) элемент последовательности значений функции $f(x)$ при изменении x в интервале $[a,b]$ с шагом h. Исходные данные приведены в табл.2.

Таблица 2

Вариант	$f(x)$	a	b	h	Первый элемент
1.	$\frac{1}{2}\cos x$	1	3	0,25	отрицательный
2.	$\frac{1}{4}arctgx$	-1	2	0,5	положительный
3.	$\frac{1}{3}\arccos x$	-1	-0,5	0,1	отрицательный
4.	$\frac{1}{2}\ln(x+2)$	-1,3	0,1	0,2	положительный
5.	$0{,}1-\sin(x-1)$	1	1,5	0,1	отрицательный
6.	$\frac{1}{3}\sqrt[3]{x+3}$	-5	0	1	положительный
7.	$2^{-x}-0{,}05$	0	6	1	отрицательный
8.	$\frac{1}{2}\lg(0{,}2+x)$	0,7	1	0,05	положительный
9.	$\frac{2}{3}\cos(x+1)$	0,25	1,25	0,25	отрицательный
10.	$\frac{x+1}{x-1}$	-0,5	0,7	0,3	положительный
11.	$\lvert\sin x\rvert-\frac{1}{2}$	-0,8	-0,2	0,1	отрицательный
12.	$\frac{2}{3}x^2-1$	0,9	1,2	0,05	положительный
13.	$\frac{1}{5}\arcsin x$	0,6	1	0,1	отрицательный
14.	$\frac{1}{2}-\cos x$	0,9	1,2	0,05	положительный
15.	$\frac{1}{2}-\sin x$	0,4	0,7	0,05	отрицательный
16.	$\frac{1}{4}\ln x$	0,2	0,8	0,1	положительный
17.	$\sqrt[4]{x+4}$	-3	2	1	отрицательный
18.	$\frac{1}{3}\ln_2(x+1)$	1	7	1	положительный

Задача 3. Составить программу для вычисления суммы $\sum_{i=m}^{n} f(i)$. Исходные данные приведены в табл.3.

Таблица 3

Вариант	$f(i)$	m	n
1.	$\frac{(-1)^i}{(i+1)!}$	0	8
2.	$\frac{e^i}{(i+2)!}$	1	7
3.	$\frac{i+1}{(i+1)!}$	1	9
4.	$\frac{1}{\sqrt{(i+1)!}}$	1	10
5.	$\frac{2}{(i+1)!}$	1	7
6.	$3^i(i+3)!$	1	6
7.	$\frac{(-1)^i}{i!}$	1	6
8.	$(i+2)!\ln i$	2	6
9.	$\frac{(i+3)!}{2^i}$	1	8
10.	$\frac{(i+1)!}{3^i}$	1	6
11.	$\frac{e^{3i}}{(i+1)!}$	1	8
12.	$\frac{\sqrt{i+1}}{(i+1)!}$	1	10
13.	$\frac{(i+1)!}{2^i}$	1	6
14.	$5^i(i+2)!$	1	5
15.	$\frac{2^i+2}{i!}$	1	10
16.	$\frac{4^i}{(i+2)!}$	2	7
17.	$\frac{2^i}{(i-1)!}$	1	8
18.	$\frac{3^i}{(i+1)!}$	1	6

Задача 4. Элементы последовательности заданы рекуррентно (табл. 4). Составить программу вычисления числа элементов последовательности, удовлетворяющих указанному неравенству.

Таблица 4

Вариант	Формула	Изменение i		Начальное значение	Неравенство
		от	до		
1.	$a_i = \frac{1}{2}a_{i-1}$	1	20	$a_o = 6$	$a_i > 1$
2.	$a_i = i + \sqrt{a_{i-1}}$	1	10	$a_o = 1$	$a_i < 5$
3.	$a_i = 3a_{i-1}$	1	12	$a_o = 2$	$a_i > 100$
4.	$a_i = -2a_{i-1}$	1	20	$a_o = 1$	$a_i < 40$
5.	$a_i = 2a_{i-1} - \sqrt{a_{i-1}}$	1	10	$a_o = 2$	$a_i > 15$
6.	$a_i = 4a_{i-1} + 2$	1	20	$a_o = 1$	$a_i <14$
7.	$a_i = i(2 + a_{i-1})$	1	6	$a_o = -1$	$a_i > 500$
8.	$a_i = -a_{i-1} + 2$	1	15	$a_o = 100$	$a_i < 10$
9.	$a_i = a_{i-1}$	1	10	$a_o = 1,2$	$a_i > 5$
10.	$a_i = -\frac{a_{i-1} + 3}{2a_{i-1} + 1}$	1	10	$a_o = 2$	$a_i < 3$
11.	$a_i = 2 + \sqrt{a_{i-1}}$	1	12	$a_o = 1$	$a_i > 10$
12.	$a_i = 4a_{i-1} + \frac{1}{4}a_{i-1}$	1	12	$a_o = 2$	$a_i < 150$
13.	$a_i = \frac{1}{4}a_{i-1}$	1	15	$a_o = 36$	$a_i > 0,1$
14.	$a_i = 2\sqrt{a_{i-1}} + 6$	1	11	$a_o = 64$	$a_i > 10$
15.	$a_i = -\frac{3a_{i-1}}{a_{i-1} - 1}$	1	14	$a_o = 3$	$a_i > 4$
16.	$a_i = 7a_{i-1} - 8$	1	18	$a_o = 1$	$a_i >-20$
17.	$a_i = \frac{7a_{i-1}}{2a_{i-1} + 1}$	1	15	$a_o = 1$	$a_i <5$
18.	$a_i = a_{i-1} + 1$	1	12	$a_o = 1,5$	$a_i > 3$