СОДЕРЖАНИЕ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Даны координаты точек *B*, *C*, *D*, определяющих плоскость α, и точка *A* (используется для решения задачи 1).

Задача 1. Определить натуральную величину расстояния от точки *A* до плоскости α (*BCD*).

Задача 2. Построить плоскость β, параллельную плоскости α и отстоящую от нее на расстоянии 30…40 мм.

Задача 3. Через вершину *B* треугольника *BCD* провести плоскость γ, перпендикулярную к противоположной стороне [*DC*]; построить линию пересечения плоскостей α и γ, определить их видимость.

Вариант	A			B			C			D		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	45	0	155	100	10	35	85	95	120	0	45	20
2	100	5	90	110	45	15	45	100	70	0	15	40
3	85	115	90	105	70	10	45	10	70	0	105	35
4	45	120	10	0	15	50	115	35	25	60	110	120
5	100	115	95	116	65	15	75	5	95	5	110	35
6	100	100	135	0	35	115	120	5	85	75	100	20
7	100	90	5	110	15	45	45	70	100	0	40	15
8	20	115	90	0	70	10	60	10	70	105	105	35
9	70	10	120	115	50	15	0	25	35	55	120	110
10	100	95	115	115	15	65	75	95	5	5	35	110
11	65	110	5	0	30	15	25	115	100	110	15	50
12	10	5	90	0	45	15	65	100	70	110	15	40
13	20	90	115	0	10	70	60	70	10	105	35	105
14	45	15	115	0	55	10	105	30	30	60	125	105
15	100	135	100	0	115	35	120	85	5	75	20	100
16	15	95	115	0	15	65	40	95	5	110	35	110
17	70	120	10	155	15	50	0	35	25	55	110	120
18	85	90	115	105	10	70	45	70	10	0	35	105
19	45	5	110	110	15	30	85	100	115	0	50	15
20	10	90	5	0	15	45	65	70	100	110	40	15
21	20	95	110	0	15	65	60	75	5	105	40	100
22	20	130	100	130	115	35	0	85	5	45	20	100
23	15	115	95	0	65	15	40	5	95	110	110	35
24	45	10	120	0	50	15	115	25	35	70	120	110
25	45	115	5	110	30	15	85	115	100	0	15	50
26	10	85	10	110	10	50	45	65	105	0	35	20
27	20	100	135	130	35	115	0	5	85	45	100	20
28	95	95	115	110	15	65	70	95	5	0	35	110
29	65	5	110	0	15	30	25	100	115	110	50	15
30	20	105	130	130	40	110	0	10	80	45	105	15

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Графическое выполнение листа следует начинить с размещения на его рабочем поле заданных элементов – точек B, C, D и A, которые строят по их координатам, указанном в индивидуальном задании. Горизонтальные проекции точек определяются координатами X и Y, фронтальные – X и Z. Одноименные проекции точек B, C и D следует соединить линиями связи. Плоскость α задается треугольником BCD.

Пример компоновки листа, его оформления и решения задач 1, 2 и 3 приведен в приложении.

Задача 1

Определить натуральную величину расстояния от точки A до плоскости α (BCD).

Расстояние от точки А до плоскости α (BCD) определяется отрезком перпендикуляра, опущенного из точки А на плоскость α до точки его встречи с этой плоскостью. Прямая перпендикулярна к плоскости, если она перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости. В качестве пересекающихся прямых используются прямые уровня плоскости – горизонталь h и фронталь f.

Это обусловлено тем, что прямой угол проецируется на плоскость проекций без искажения, если одна из его сторон параллельна этой плоскости, а другая – ей не перпендикулярна.

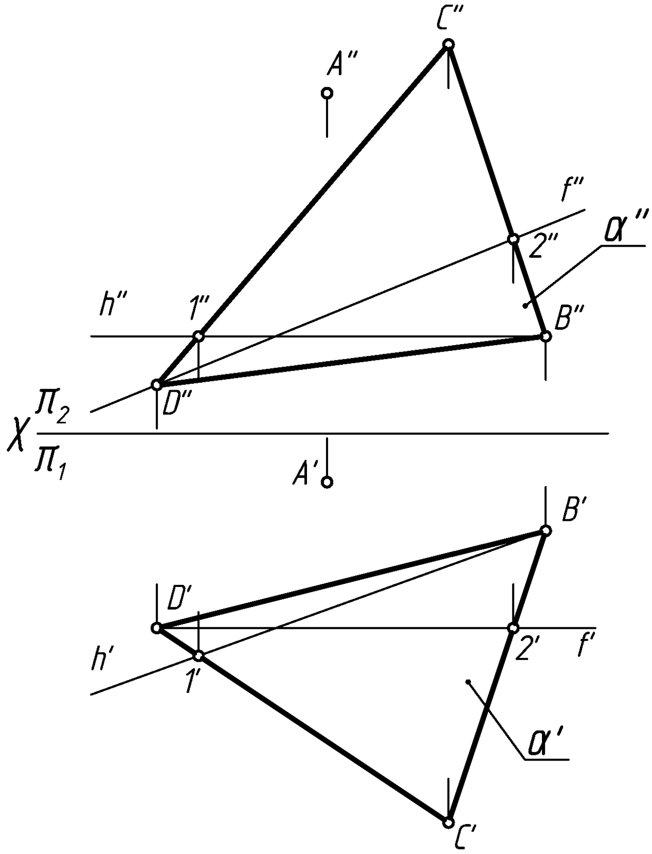
Тогда на чертеже прямой, перпендикулярной плоскости проекций, ее горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали плоскости, а ее фронтальная проекция – перпендикулярна фронтальной проекции фронтали этой же плоскости.

1. В заданной плоскости α строим горизонталь h – прямую, лежащую в плоскости и параллельную пл. π_1 (рис. 4.1).

$(h \subset \alpha) \wedge (h \,//\, \pi_1)$.

И фронталь f – прямую, лежащую в плоскости α и параллельную плоскости π_2.

$(f \subset \alpha) \wedge (f \,//\, \pi_2)$.

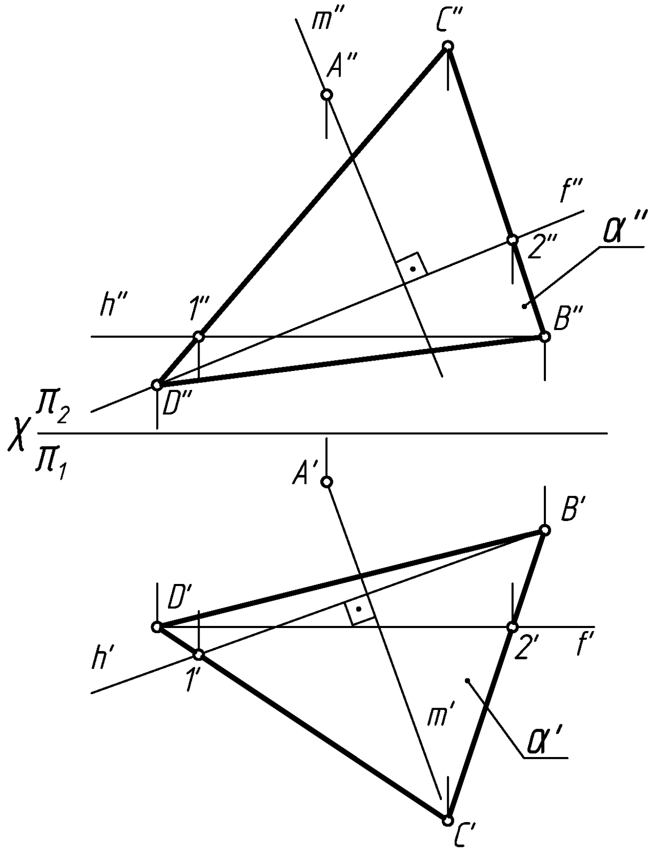


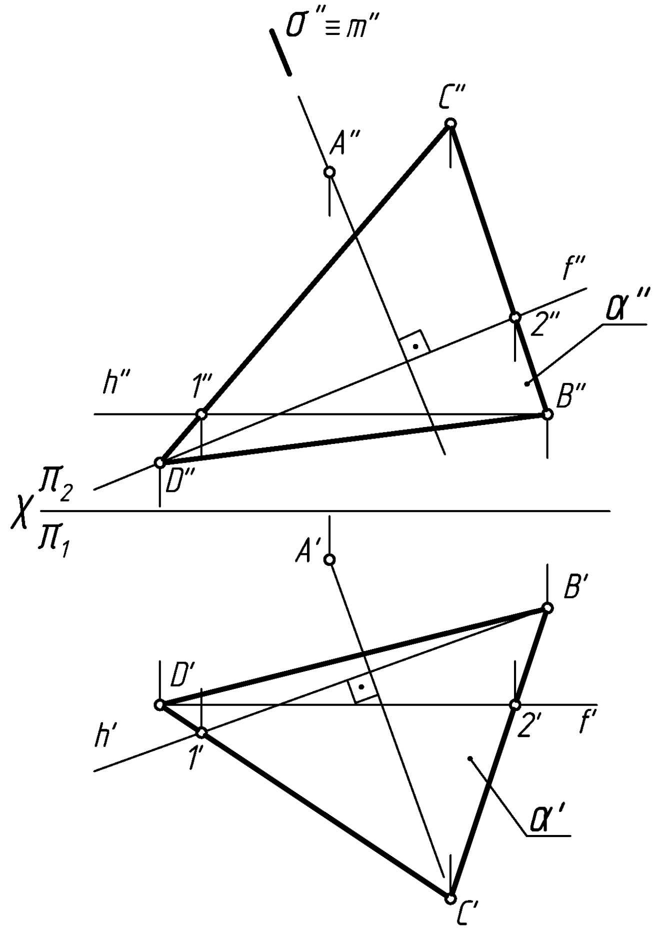
2. Опускаем перпендикуляр m из точки A на плоскость $\alpha\,(BCD)$:

$A \in m$.

На чертеже проекции перпендикуляра перпендикулярны соответствующим проекциям горизонтали и фронтали (на основании свойства проекций прямого угла):

$m \perp \alpha \Rightarrow (m' \perp h') \wedge (m'' \perp f'')$.





3. Находим точку встречи K перпендикуляра с плоскостью α:

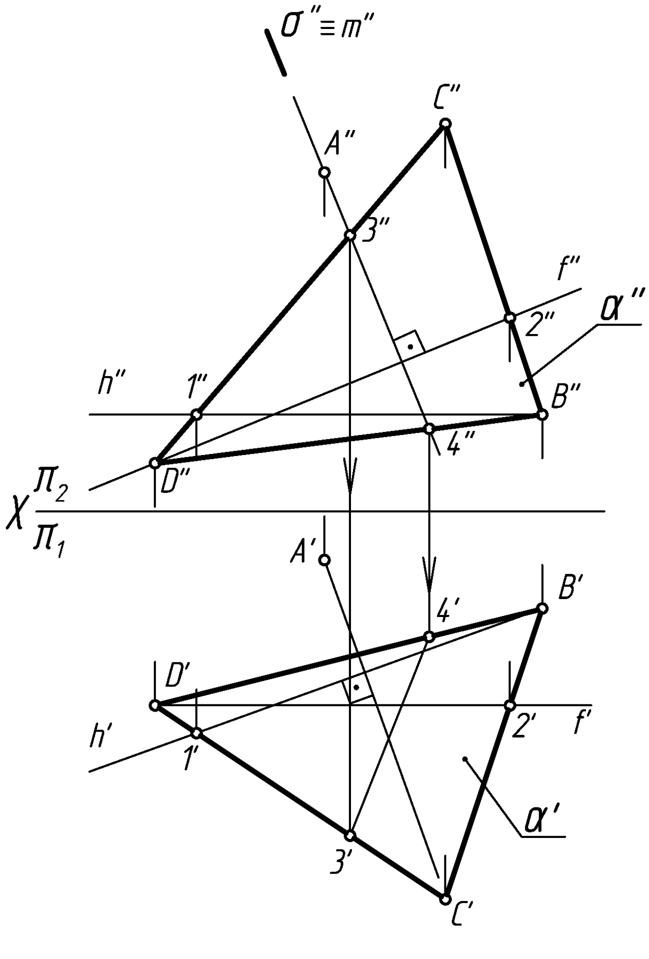
$m \cap \alpha = K.$

Для этого: через прямую m проводим вспомогательную, например фронтально-проецирующую, плоскость σ:

$(\sigma \supset m) \wedge (\sigma \perp \pi_2)$.

На чертеже ее вырожденная фронтальная проекция σ'' совпадает с фронтальной проекцией m'' перпендикуляра m:

$\sigma'' \equiv m''$.



Строим линию пересечения вспомогательной плоскости σ с плоскостью α:

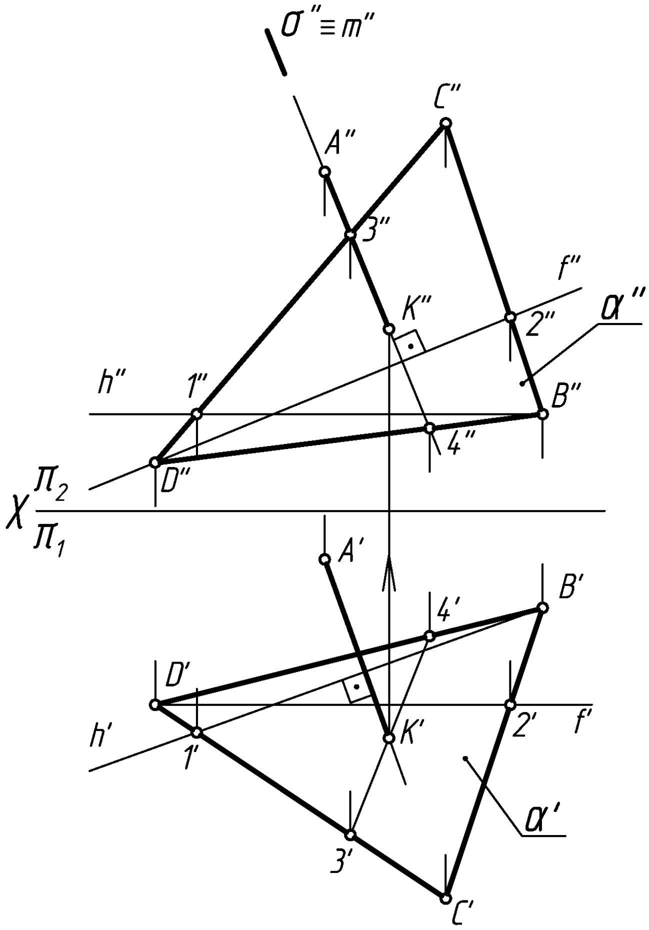
$\sigma \cap \alpha = [34].$

Находим точку пересечения перпендикуляра m с построенной линией пересечения – отрезком $[34]$:

$m \cap [34] = K.$

Точка K и есть точка встречи перпендикуляра с пл. α.

$K = m \cap \alpha.$

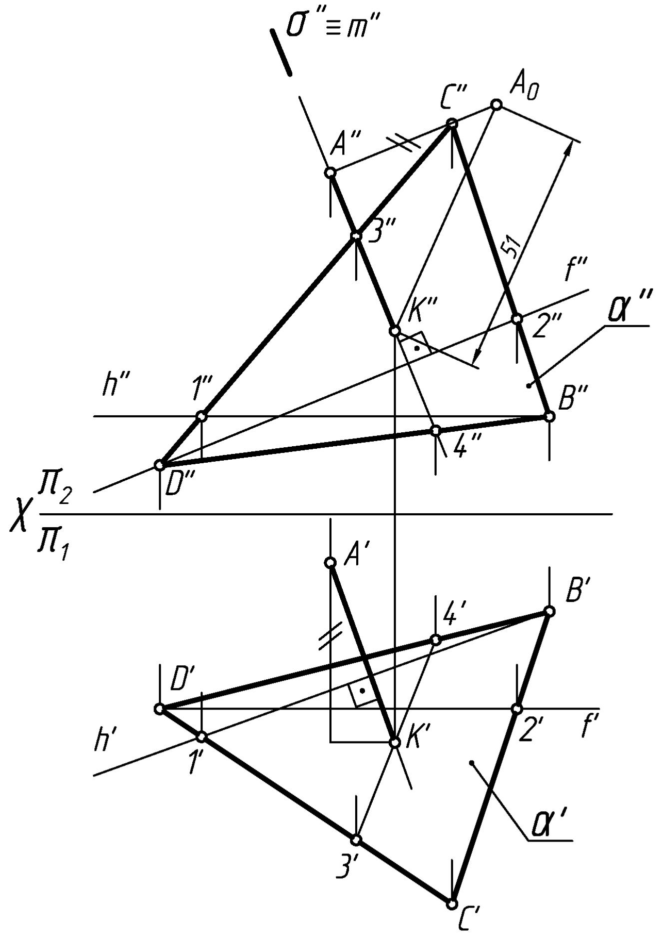


4. Определим натуральную величину расстояния от точки А до плоскости α (BCD) – отрезка $[AK]$ способом прямоугольного треугольника. Для этого необходимо построить, например на плоскости π_2, прямоугольный треугольник, одним катетом которого является фронтальная проекция отрезка $[AK]$, а вторым катетом служит разность удалений концов этого отрезка от плоскости π_2 – отрезок

$\Delta Y = [y(\cdot)K - y(\cdot)A].$

Гипотенуза этого треугольника определяет натуральную величину отрезка $[AK]$:

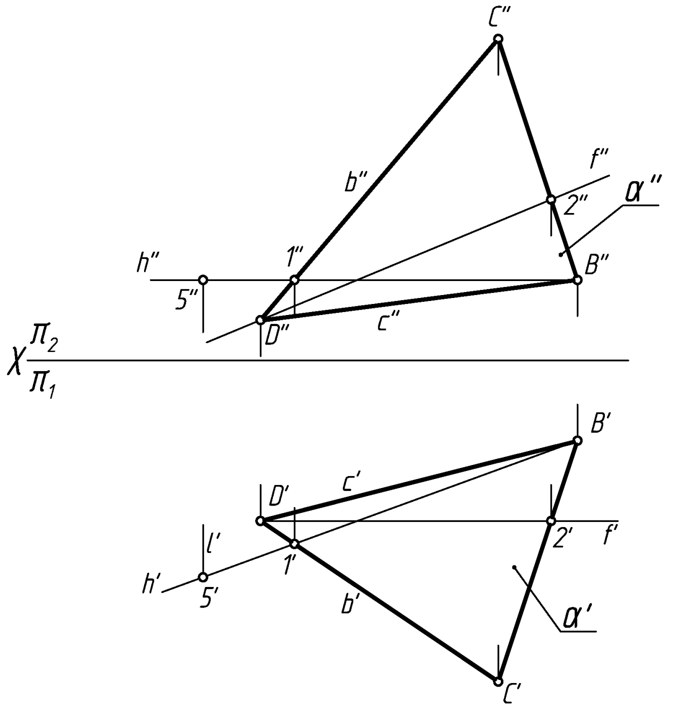
$|AK| = |A\alpha|.$



Задача 2

Построить плоскость β, параллельную плоскости α и отстоящую от нее на расстоянии 30…40 мм.

Чтобы построить плоскость, параллельную заданной плоскости на расстоянии 30…40 мм, необходимо из произвольной точки плоскости α (например из точки *5*, принадлежащей горизонтали этой плоскости), восставить к ней перпендикуляр; отложить на нем от точки *5* отрезок заданной величины (30…40 мм) и через полученную точку *M* провести искомую плоскость β, параллельную заданной плоскости α.



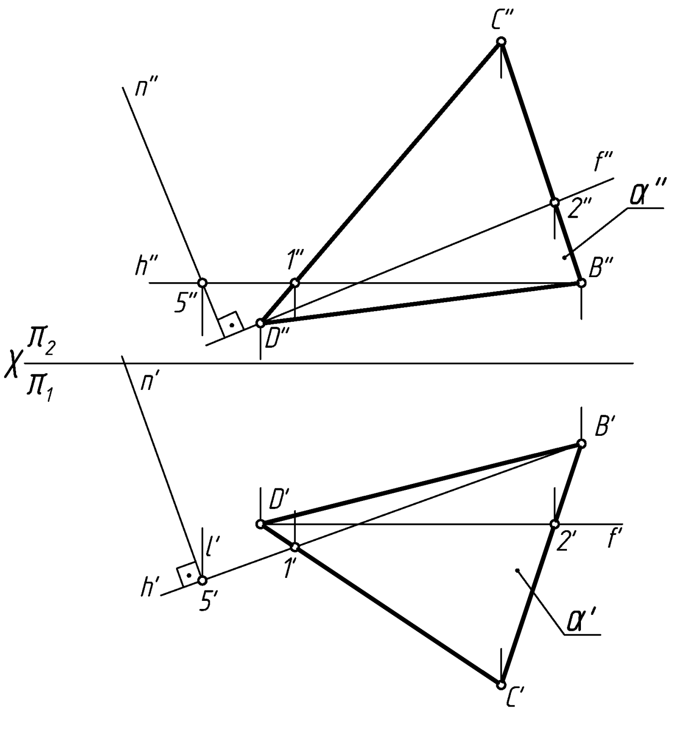
1. В заданной плоскости α строим горизонталь и фронталь (они были уже построены при решении задачи 1)

$(h \subset \alpha) \wedge (h \,//\, \pi_1)$

$(f \subset \alpha) \wedge (f \,//\, \pi_2)$

и отметим точку *5*, при принадлежащую горизонтали плоскости α :

$5 \in h \subset \alpha.$



2. Из точки *5* восставим перпендикуляр *n* к плоскости α :

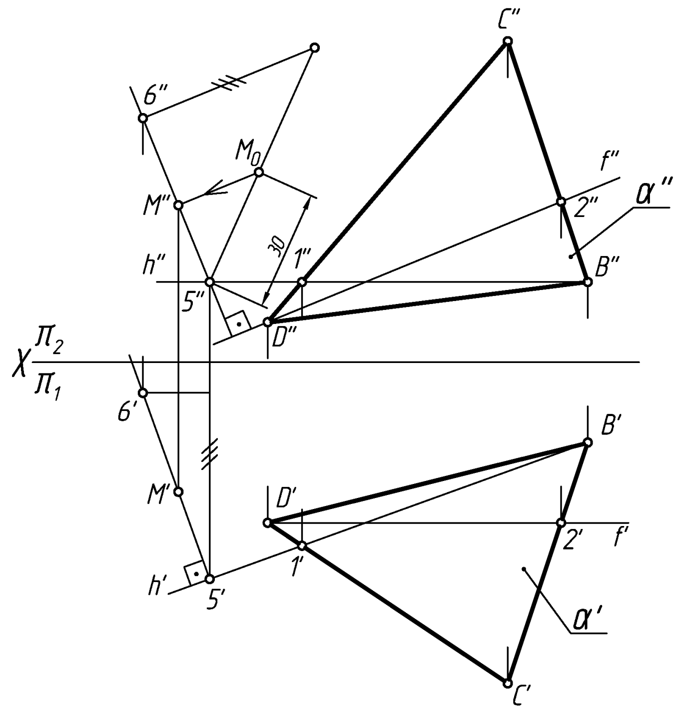
$n \perp \alpha$

На чертеже проекции перпендикуляра перпендикулярны соответствующим проекциям горизонтали и фронтали

$$n \perp \alpha \Rightarrow (n' \perp h') \wedge (n'' \perp f'').$$

3. Отложим на перпендикуляре *n* отрезок заданной величины (30…40 мм). Для этого возьмем на нем произвольную точку *6*, отсекающую на луче произвольный отрезок *[56]*.

Способом прямоугольного треугольника найдем натуральную величину этого отрезка и отложим на ней отрезок *[5'' M'']*, равный 30…40 мм. Полученную точку M_0 вернем на проекцию перпендикуляра.



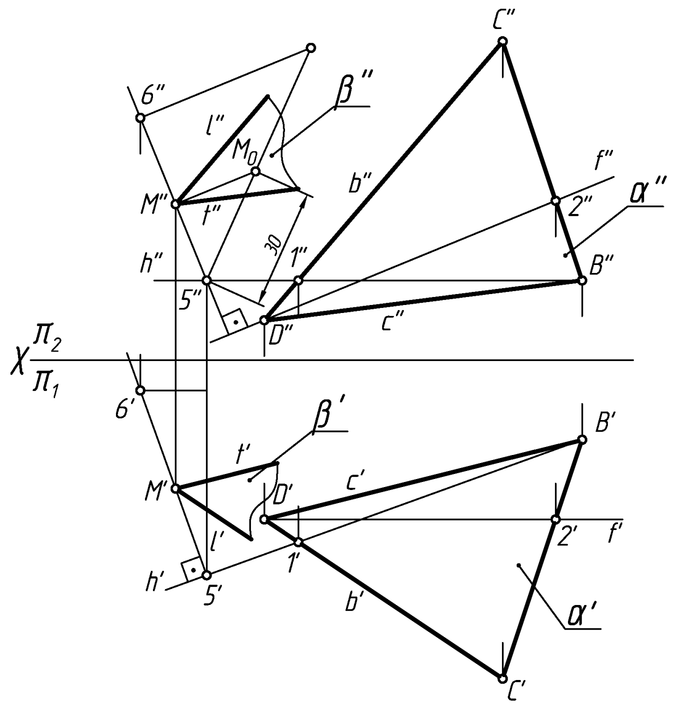
4. Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

Искомую плоскость β задаем двумя пересекающимися прямыми l и t, соответственно параллельными двум пересекающимся прямым, принадлежащим плоскости α, например сторонам b и c треугольника:

$M \in \beta$,

$\beta \parallel \alpha \Rightarrow (l \parallel b) \wedge (t \parallel c)$, где

$(b \cap c) \subset \alpha$, $(l \cap t) \subset \beta$.



Задача 3

Через вершину B треугольника провести плоскость γ, перпендикулярную к противоположной стороне $[DC]$; построить линию пересечения плоскостей α и γ, определить видимость.

Известно, что две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них содержит перпендикуляр к другой плоскости. Возможны два случая построения взаимно перпендикулярных плоскостей:

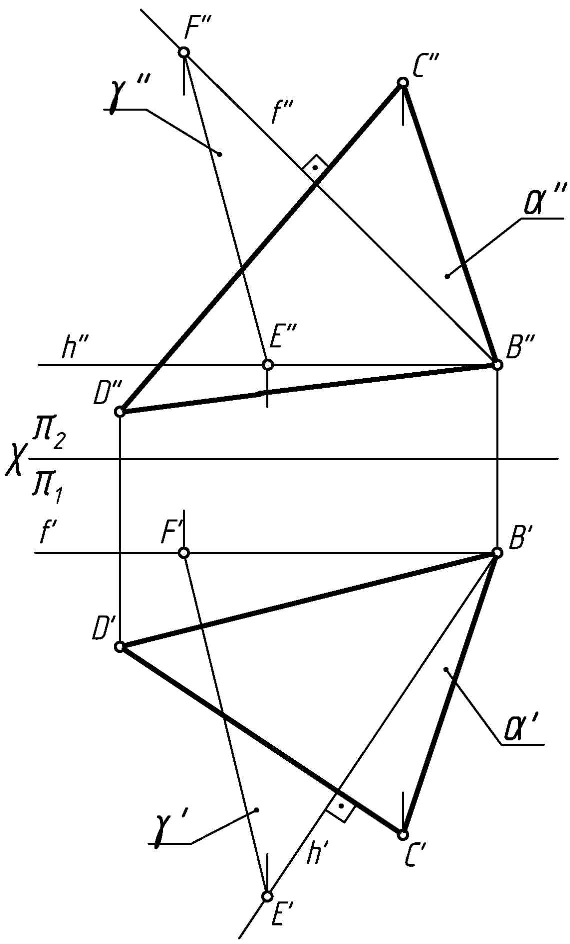
– искомая плоскость проходит через перпендикуляр к заданной плоскости

$$\gamma \perp \alpha \Rightarrow m \perp \alpha, (m \subset \gamma);$$

– искомая плоскость проходит перпендикулярно прямой, лежащей в заданной плоскости

$$\gamma \perp \alpha \Rightarrow \gamma \perp b \subset \alpha.$$

Следовательно, в задаче 3 плоскость γ, перпендикулярная стороне $[DC]$ треугольника BCD, будет перпендикулярна к плоскости α (BCD) поскольку она перпендикулярна прямой, лежащей в этой плоскости.



1. Через вершину B треугольника BCD проводим плоскость γ, перпендикулярную стороне b, задавая ее пересечением горизонтали и фронтали:

$$B \in \alpha, \ \gamma (h \cap f).$$

На чертеже горизонтальная проекция горизонтали перпендикулярна горизонтальной проекции стороны b, а фронтальная проекция фронтали плоскости γ перпендикулярна фронтальной проекции стороны b:

$$\gamma \perp b \Rightarrow (h' \perp b') \wedge (f'' \perp b'').$$

Построенная плоскость γ будет перпендикулярна к заданной плоскости α как плоскость, перпендикулярная к прямой $[DC]$, лежащей в этой плоскости.

Ограничим горизонталь и фронталь плоскости γ точками E и F.

2. Строим линию пересечения плоскостей α и γ

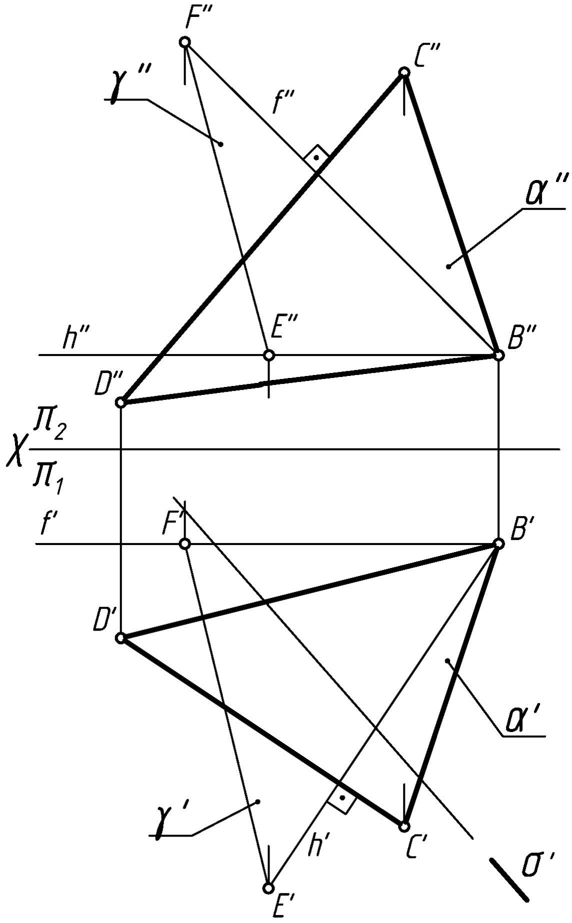
$\alpha \cap \gamma = l$.

Для этого:

пересекаем обе плоскости α и γ вспомогательной плоскостью σ (например горизонтально-проецирующей):

$\sigma \perp \pi_1$.

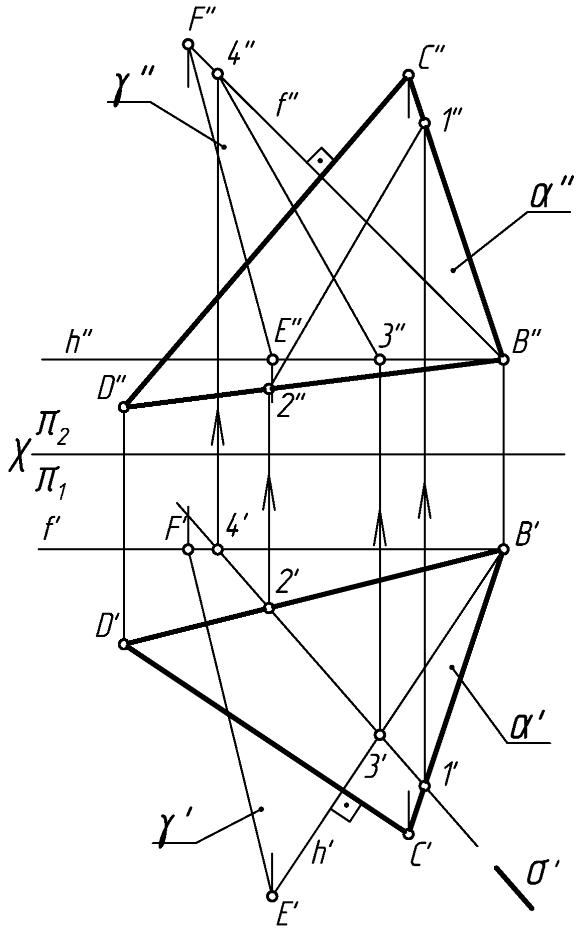
На чертеже ее проводят произвольно, но подальше от точки B и задается она своей вырожденной проекцией σ'.

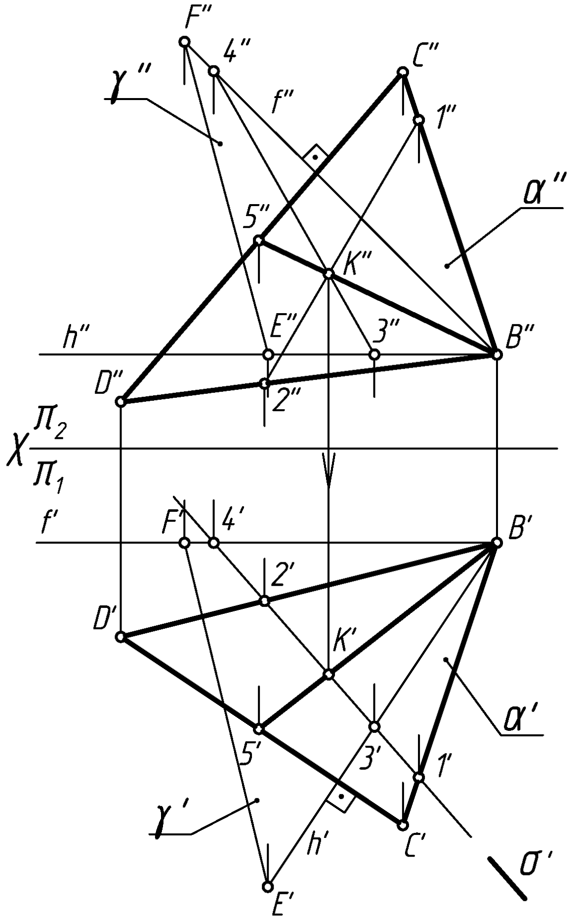


Строим линии пересечения вспомогательной плоскости σ с каждой из заданных плоскостей α и γ.

$\sigma \cap \alpha = [12]$,

$\sigma \cap \gamma = [34]$.





Находим точку пересечения построенных линий пересечения – отрезков $[12]$ и $[34]$:

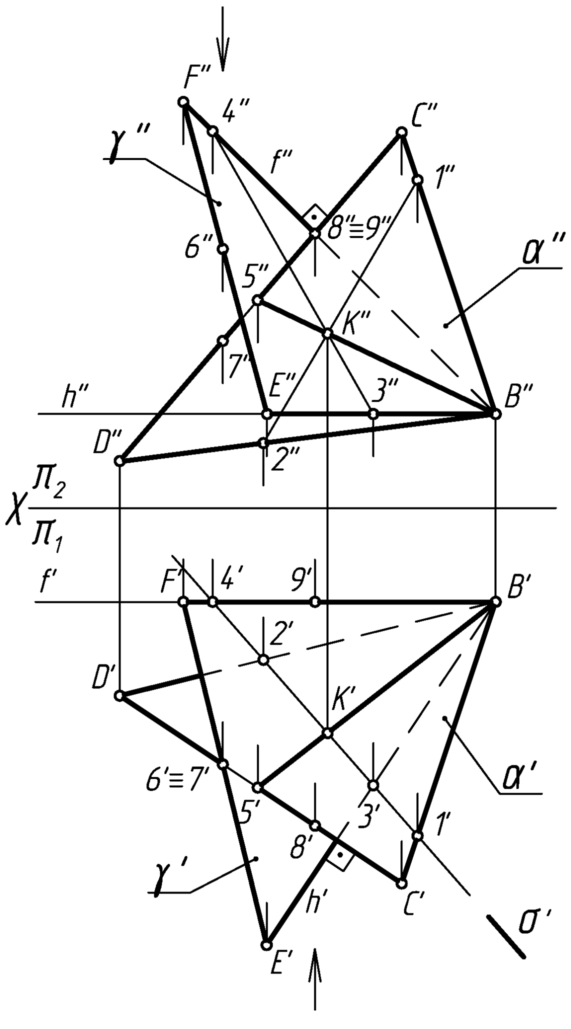
$$[12] \cap [34] = K \in l.$$

Линия пересечения l плоскостей и определяется двумя точками K и B:

$$K \cup B = l\ ,$$

$$l = \alpha \cap \gamma\ .$$

Отметим положение точки 5 – точки встречи стороны $[CD]$ с плоскостью γ .



Определим видимость сторон треугольников BCD и FBE на плоскостях π_1 и π_2 , используя метод конкурирующих точек. Такими точками называются точки, лежащие на одной проецирующей прямой и конкурирующие между собой по высоте (относительно пл. π_1), глубине (относительно пл. π_2) или широте (относительно пл. π_3).

Из двух конкурирующих точек по высоте на плоскости π_1 считается видимой та точка, высота которой больше. На чертеже ее фронтальная проекция будет расположена дальше от оси X.

Из двух конкурирующих точек по глубине на плоскости π_2 считается видимой та точка, глубина которой больше. На чертеже ее горизонтальная проекция будет расположена дальше от оси X.

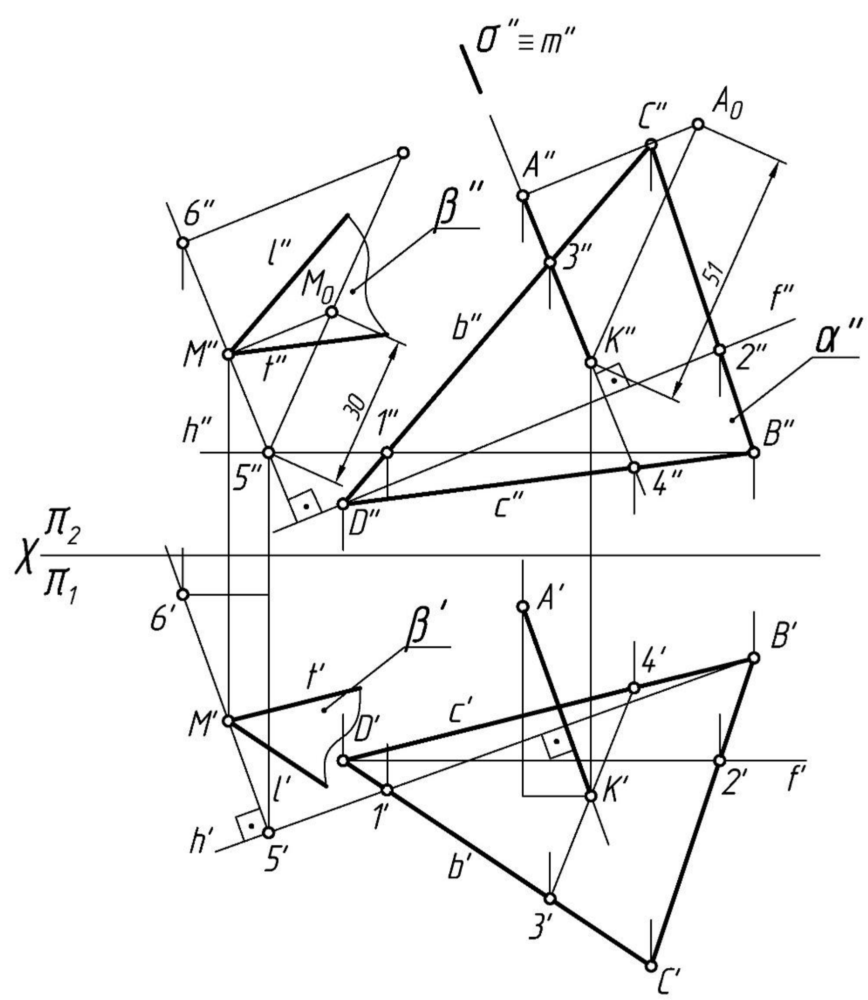
Для определения видимости сторон треугольников на плоскости π_1 рассмотрим положение точек 6 и 7, конкурирующих по высоте и расположенных на скрещивающихся прямых – отрезках $[CD]$ и $[EF]$.

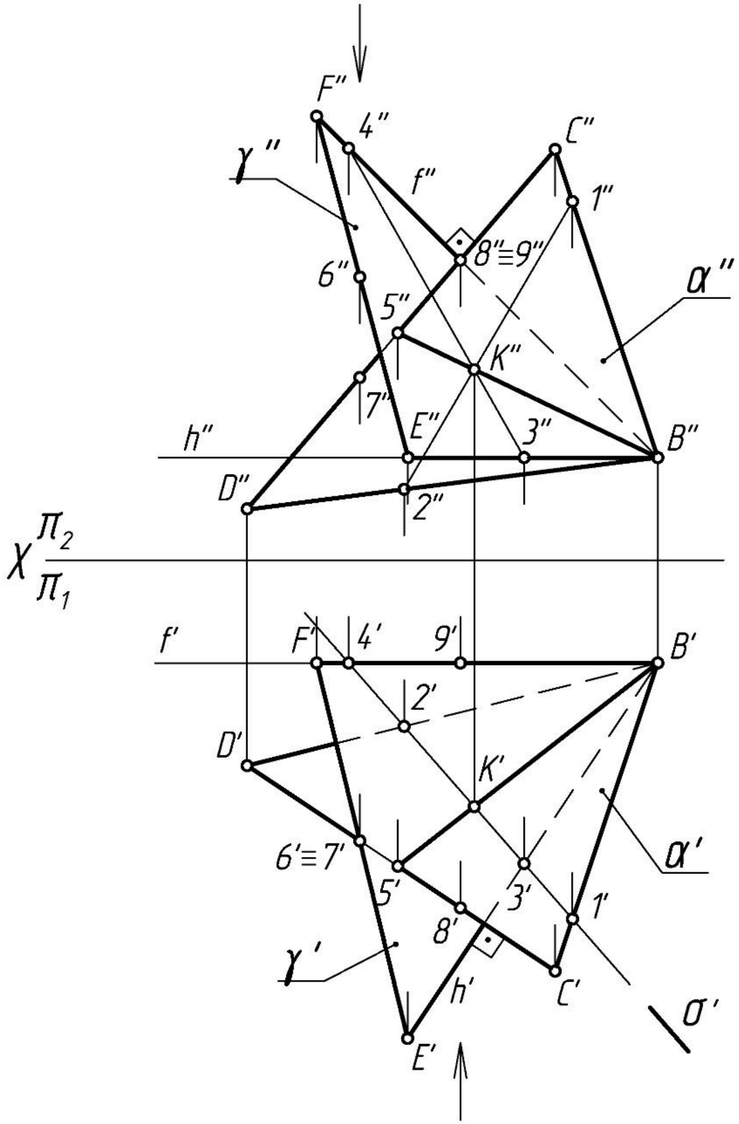
Точка 6, принадлежащая отрезку $[EF]$, на плоскости π_1 будет видима, так как она расположена выше точки 7, принадлежащей отрезку $[CD]$, то есть $Z(.)6 > Z(.)7$. Следовательно, на плоскости π_1 отрезок $[E'F']$ – видим, а участок $[7'5']$ отрезка $[C'D']$ – не видим.

Для определения видимости сторон треугольников на плоскости π_2 рассмотрим положение точек 8 и 9, конкурирующих по глубине и расположенных на скрещивающихся прямых – отрезках $[CD]$ и $[BF]$.

Точка 8, принадлежащая отрезку $[CD]$, на плоскости π_2 будет видима, так как она расположена глубже точки 9, принадлежащей отрезку $[BF]$, то есть $Y(.)8 > Y(.)9$. Следовательно, на плоскости π_2 отрезок $[C''5'']$ – видим, а отрезок $[9''B'']$ – не видим.

Видимость остальных сторон треугольника, как на плоскости π_1, так и на плоскости π_2, определить не представляет затруднений, поскольку линия пересечения плоскостей является границей видимости.


σ″≡m″
A″
C″
A0
6″
l″
β″
M0
3″
b″
K″
51
f″
α″
2″
M″
t″
30
1″
h″
B″
5″
D″
c″
4″
π2
π1
6′
A′
β′
B′
4′
t′
c′
M′
D′
K′
2′
f′
l′
1′
h′
5′
b′
3′
C′


F″
4″
C″
γ″
f″
1″
8″≡9″
6″
α″
5″
K″
7″
E″
3″
h″
B″
D″
2″
π2
π1
f′
F′
4′
9′
B′
2′
D′
K′
α′
6′≡7′
5′
3′
1′
8′
γ′
h′
C′
σ′
E′