

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
Национальный минерально-сырьевой университет “Горный”

**Кафедра механики**

# **ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

*Методические указания и расчетно-графические задания для  
студентов специализации “Горные машины и оборудование”*

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2013**

УДК 531.01(075.84)

**Теоретическая механика:** Методические указания для самостоятельной работы студентов / Национальный минерально-сырьевой университет “Горный”

Сост.: *М.Ю. Платовских*. СПб, 2013, с.

Приведены методические указания и варианты задач по курсу «Теоретическая механика». Указания снабжены теоретическим материалом и примерами решений типовых задач.

Предназначены для студентов специальности 130400 “Горное дело” специализации «Горные машины и оборудование» дневной формы обучения.

Табл.:4 . Ил.:12 . Библиогр.: 6 назв.

Научный редактор проф. В.Г. Гореликов

© Национальный минерально-сырьевой университет “Горный”, 2013 г.

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Теоретическая механика» является общеинженерной и обязательна при подготовке инженеров – машиностроителей.

Целью преподавания этой дисциплины является формирование у будущих специалистов представлений об общих законах механики, равновесия и движения твердых тел. Задача курса теоретической механики, являющейся первой в цикле читаемых в университете механических дисциплин, состоит в том, чтобы на ее основе иметь возможность изучать другие инженерные дисциплины (сопротивление материалов, теорию механизмов и машин, строительную механику, теорию колебаний др.). В рамках данного курса студенты должны освоить проведение расчетов типовых конструкций: определять реакции опор, усилия в стержневых системах, параметры движения материальной точки и твердого тела. Курс теоретической механики базируется на учебных дисциплинах «Высшая математика», «Физика», «Начертательная геометрия».

# 1. РАВНОВЕСИЕ СИСТЕМЫ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

*Задание.*

1. Определить силы реакций связей в системе двух твердых тел под действием заданной нагрузки (активные силы).
2. Выбрав точку приведения, вычислить величины главных векторов и главных моментов активных сил и реакций связей. Сделать вывод относительно правильности определения реакций связей.
3. Выбрав другую точку приведения произвести вычисление п. 2 относительно этой точки. Проверить на основании проведенных вычислений формулу, связывающую главные моменты активных и реактивных сил относительно различных точек приведения.

*Пример.*

Конструкция состоит из двух стержней AC и BD, крепящихся к основанию с помощью шарниров A и B. Между собой стержни соединяются шарниром C (рис П1). Вес стержня AC -  $P_1=100$  Н, BD -  $P_2=170$  Н, вес груза Q 120 Н. К стержню BD приложен момент  $M=180$  Нм.

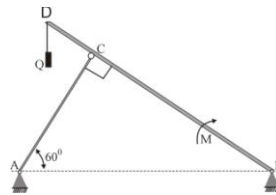


рис. П1

Определим реакции шарниров A и B.

Для этого расчленим конструкцию по шарниру C (рис. П2).

Составим уравнения

равновесия каждой части.

Для стержня AC:

$$\sum X_i = X_C + X_A = 0;$$

$$\sum Y_i = Y_C + Y_A - P_1 = 0; \quad (1.1)$$

$$\sum M_A = -P_1 \frac{AC}{2} \cos 60^\circ - X_C \cdot AC \cdot \sin 60^\circ +$$

$$+ Y_C \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = 0$$

Для стержня BD:

$$\sum X_i = -X_C + X_B = 0;$$

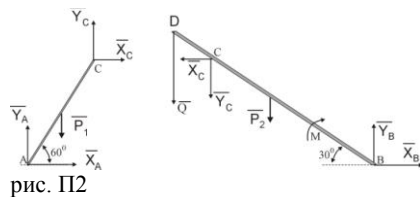


рис. П2

$$\sum Y_i = -Q - Y_C + Y_B - P_2 = 0; \quad (1.2)$$

$$\sum M_A = -M + P_2 \frac{BD}{2} \cos 30^\circ + X_C \cdot BC \cdot \sin 30^\circ +$$

$$+ Y_C \cdot BC \cdot \cos 30^\circ + Q \cdot BD \cdot \cos 30^\circ = 0.$$

Третье и шестое уравнения системы уравнений (1.1), (1.2) после подстановки размеров и заданных величин сил примут вид:

$$X_C \cdot \sin 60^\circ - Y_C \cdot \cos 60^\circ = -25,$$

$$X_C \cdot \cos 60^\circ + Y_C \cdot \sin 60^\circ = -177,12.$$

Решая последнюю систему относительно  $X_C$ ,  $Y_C$  (например, по методу Крамера), найдем величины реакций в шарнире С:

$$X_C = -110,21 \text{ Н};$$

$$Y_C = -140,89 \text{ Н}.$$

Остальные неизвестные получим из оставшихся уравнений (1.1), (1.2):

$$X_A = 110,21 \text{ Н}; \quad Y_A = 240,89 \text{ Н};$$

$$X_B = -110,21 \text{ Н}; \quad Y_B = 149,11 \text{ Н}.$$

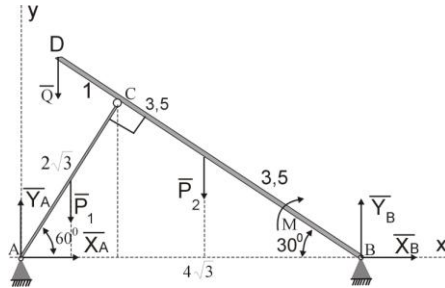


Рис. ПЗ

Определим главные векторы активных  $\overline{F^{(a)}}$  и реактивных  $\overline{F^{(r)}}$  сил, действующих на конструкцию как единое целое. Найдем проекции этих векторов на оси  $x$  и  $y$ :

$$X^{(a)} = 0; \quad Y^{(a)} = -P_1 - P_2 - Q = -100 - 170 - 120 = -390 \text{ Н};$$

$$X^{(r)} = X_A + X_B = 110,21 - 110,21 = 0;$$

$$Y^{(r)} = Y_A + Y_B = 240,89 + 149,11 = 390 \text{ Н},$$

$$\overline{F^{(a)}} = X^{(a)} \cdot \vec{i} + Y^{(a)} \cdot \vec{j}; \quad \overline{F^{(r)}} = X^{(r)} \cdot \vec{i} + Y^{(r)} \cdot \vec{j},$$

где  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  орты осей  $x$  и  $y$ .

Соответственно, величины главных векторов  $F^{(a)}=390$  Н и  $F^{(r)}=390$  Н. Найдем теперь главные моменты активных  $M^{(a)}$  и реактивных  $M^{(r)}$  сил относительно, например, точки А:

$$M_A^{(a)} = -P_1 \cdot \sqrt{3} \cos 60^\circ - P_2 \cdot (4\sqrt{3} - 3,5 \cos 30^\circ) + Q \cdot (2\sqrt{3} \cos 60^\circ - 1 \cdot \cos 30^\circ) - M = -1033,06 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_A^{(r)} = Y_B \cdot AB = 149,11 \cdot 4\sqrt{3} = 1033,06 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Видим, что  $F^{(a)} = F^{(r)}$ ,  $M_A^{(a)} = M_A^{(r)}$ .

Варианты заданий 1- 30:

*Задача 1.* Две жесткие однородные квадратные (со стороной  $a=1$  м) рамы, весом  $P=400$  Н каждая, соединены между собой шарниром С. Конструкция нагружена силами  $Q=100$  Н в точках Е и D, силой 80 Н в точке К (середина AD), правая рама нагружена также моментом  $M=200$  Нм. (рис. 1)

*Задача 2.* Две жесткие однородные квадратные (со стороной  $a=0,7$  м) рамы, весом  $P=300$  Н каждая, соединены между собой шарниром С. Каждая рама нагружена распределенной нагрузкой интенсивности  $q=150$  Н/м, нормальной к соответствующей стороне рамы, силой 90 Н в точке К (середина ВС), левая рама нагружена также моментом  $M=100$  Нм (рис. 2). Определить реакции шарниров А и В.

*Задача 3.* Две жесткие однородные квадратные (со стороной  $a=0,5$  м) рамы, весом  $P=700$  Н каждая, соединены между собой шарниром С. Каждая рама нагружена моментом  $M=500$  Нм, правая рама кроме того - распределенной нагрузкой интенсивности  $q=150$  Н/м (нормальной к стороне) и силой  $F=200$  Н в точке К (середина стороны рамы) (рис. 3). Определить реакции шарниров А и В.

*Задача 4.* Вес стержня АС -  $P_1=300$  Н, ВС -  $P_2=150$  Н, вес груза  $Q=200$  Н, интенсивность распределенной нагрузки на левом стержне  $q=250$  Н/м, точка L – середина АС; в точке С – шарнир; ЕК - горизонтальный трос,  $CE=1/3$  ВС,  $AC=2$  м,  $BC=1$  м (рис. 4). Найти реакции в точках А и В и натяжение троса.

*Задача 5.* Вес стержня AC -  $P_1=300$  Н, BC -  $P_2=150$  Н,  $Q=200$  Н, AC=4 м, BC=2 м, CD=0,5 м. Стержень BC опирается на горизонтальную плоскость в точке В; KD - горизонтальный трос;  $F=100$  Н. Точки L и E – середины стержней AC и BC соответственно, (CE=1 м) (рис. 5).

Найти реакции в точках А и В, Е и натяжение троса.

*Задача 6.* Невесомые стержни AC и CE шарнирно оперты в точках В и D; BC=CD, AB=1/3 AC, CD=2/3 CE. В точках А и Е к стержням подсоединены грузы с весами  $Q=100$  Н и  $P=200$  Н; сила  $F=150$  Н (L – середина CE); EK - горизонтальный трос (рис. 6).

Найти реакции шарниров В и D и натяжение троса.

*Задача 7.* Вес стержня AC -  $P_1=200$  Н, правого стержня -  $P_2=300$  Н, его длина 3 м; AC=BC=AB=2 м; CE=0,5 м. В точке С левый стержень AC опирается на правый; сила  $F=200$  Н (К – середина CB); вес груза Р 100 Н (рис. 7).

Найти реакции шарниров А, В и опоры в точке Е.

*Задача 8.* Вес стержня AC -  $P_1=300$  Н, BC -  $P_2=150$  Н, в точке С – шарнир;  $q=200$  Н/м (по нормали к BC); AC=2 м, CB=1 м; сила  $F=200$  Н (AD = 1,3 м) (рис. 8).

Найти реакции шарниров в точках А и В.

*Задача 9.* Вес стержней AC и BC -  $P=300$  Н, AC=CB, BE=AD=1/3 CB, DE - горизонтальная веревка. Стержень BC опирается на горизонтальную плоскость в точке В (рис. 9). Сила  $F=20$  Н (К – середина CB); момент  $M=200$  Нм.

Найти реакции в точках А и В, и натяжение веревки DE.

*Задача 10.* Вес стержня AC -  $P_1=300$  Н (AC = 4 м), CE -  $P_2=150$  Н (CE = 3 м); AB=1/4 AC. В точках К и L – точечные опоры (CK=KL=LE). Веса грузов на концах стержней:  $Q=100$  Н,  $P=150$  Н. (рис. 10).

Найти реакции шарнира В и опор в точках К и L.

*Задача 11.* В точке А - заделка стержня AC, AC= 2 м. Вес стержня AC -  $P_1=200$  Н, BD -  $P_2=400$  Н, DB=4 м. В точке С стержень AC опирается на BD. На участке CD приложена распределенная

нагрузка с интенсивностью  $q=200$  Н/м. (по нормали к DC) ; вес груза  $Q$  100 Н (рис. 11). Найти реакции заделки А и шарнира В.

*Задача 12.* Две жесткие однородные круглые (радиуса  $a=1$  м) рамы, весом  $P=200$  Н каждая, соединены между собой двумя горизонтальными стержнями SL и KN,  $AB=2$  м. Радиусы, проведенные из центров рам к точкам крепления стержней, расположены под  $30^\circ$  к горизонтали. Конструкция загружена силами  $Q=200$ Н в точках E и D (AD и BE - вертикальные диаметры). Левая рама загружена также моментом  $M=100$  Нм (рис. 12).

Определить реакции шарниров А, В и усилия в стержнях.

*Задача 13.* Две жесткие однородные круглые (радиуса  $a=1$  м) рамы, весом  $P=200$  Н каждая, соединены между собой двумя горизонтальными стержнями SL и KN,  $AB=3$  м. Радиусы, проведенные из центров рам к точкам крепления стержней, расположены под  $45^\circ$  к горизонтали. Конструкция загружена распределенной нагрузкой интенсивности  $q=100$  Н/м по дугам в  $\frac{1}{4}$  окружности (AD и BE- вертикальные диаметры), направленной под углом  $30^\circ$  к горизонтали. Левая рама загружена также моментом  $M=150$  Нм (рис. 13).

Определить реакции шарниров А и В и усилия в стержнях.

*Задача 14.* Две жесткие однородные круглые (радиуса  $a=0,7$  м) рамы, весом  $P=200$  Н каждая, соединены между собой двумя горизонтальными стержнями SL и KN,  $AB=2$  м. Радиусы, проведенные из центров рам к точкам крепления стержней, расположены под  $30^\circ$  к горизонтали. Конструкция загружена распределенной нагрузкой интенсивности  $q=50$  Н/м по дугам в  $\frac{1}{4}$  окружности (AD и BE - вертикальные диаметры), направленной под углом  $30^\circ$  к горизонтали. Правая рама загружена также моментом  $M=50$  Нм (рис. 14).

Определить реакции шарниров А и В и усилия в стержнях.

*Задача 15.* Вес стержня AC -  $P_1=300$  Н, DB- горизонтальный стержень весом  $P_2=200$  Н, распределенная нагрузка на DB  $q=200$  Н/м, DE=EB, CD- трос, AC=2 м, DB=2 м (рис. 15).

Найти реакции в точках А и В и натяжение троса.



*Задача 16.* Вес стержня AC, заделанного в точке A -  $P_1=100$  Н, квадрата BDEH со стороной 0,5 м -  $P_2=200$  Н, по стороне квадрата DE приложена распределенная нагрузка с интенсивностью  $q=100$  Н/м; CE- трос. Диагональ BE- вертикальна. В точке L к стержню AC приложена сила  $F=100$  Н (рис. 16).

Найти реакции в заделке A, шарнире B и натяжение веревки.

*Задача 17.* Вес стержня AC -  $P_1=300$  Н ( $AC=3$  м),  $AB=1/3AC$ . В точке C – шарнир. Стержень CD весом  $P_2=150$  Н - горизонтален, на конце D поддерживается вертикальным тросом DE. В точке L к стержню AC приложена сила  $F=100$  Н;  $CL= 1/3 AC$  (рис. 17).

Найти реакции шарнира B и величину груза Q.

*Задача 18.* Вес стержня AC, заделанного в точке A -  $P_1=100$  Н,  $AC=BC=AB=2$  м;  $DB=3$  м. В точке B стержень BD весом  $P_2=300$ Н опирается на горизонтальную плоскость. В точке C – шарнир; DK- горизонтальный трос, привязанный к свободному концу D стержня BD. Вес груза  $P=100$ Н. В точке L (середина AC) к стержню AC приложена сила  $F=100$  Н (рис. 18).

Найти реакции в заделке A и в точке B.

*Задача 19.* Вес стержня AC -  $P_1=300$  Н, BC -  $P_2=150$  Н,  $Q=200$  Н,  $AC=4$  м,  $CB=2$  м,  $CE=1$  м,  $CD=0,5$  м,  $M= 120$  Нм. В точке C – шарнир. Стержень BC опирается на горизонтальную. плоскость в точке B (рис. 19). Найти реакции в точках A и B, E.

*Задача 20.* Невесомые стержни AC и CE шарнирно оперты в точках B и D; в точке C – также шарнир ( $AB=BC$ ,  $CD=DE$ ). В точках A и E через тросы к ним подсоединены грузы с весами  $Q=100$  Н и  $P=200$  Н (рис. 20). Найти реакции шарниров B и D, а также натяжение троса.

*Задача 21.* В точке C стержень AC опирается на стержень BD ( $AC=BC=AB=2$  м);  $DB=3$ м,  $BE=1$  м. Вес стержня AC -  $P_1=200$  Н, BD -  $P_2=300$  Н. На конце стержня BD – сила  $Q = 50$  Н (рис. 21).

Найти реакции шарниров B и D, а также реакцию в точке E.

*Задача 22.* Стержень AC опирается на гладкую плоскость в точке A и на точечные опоры в точках K и L ( $AC=3$  м,  $AK=KL=LC$ ). Стержень BD подвешен к AC с помощью троса CD. Вес стержня AC

-  $P_1=300$  Н,  $P_2=150$  Н,  $q=200$  Н/м,  $CB=1$  м (рис. 22).  
Найти реакции в точках А и В.

*Задача 23.* Две жесткие однородные круглые (радиуса  $a=1$  м) рамы, весом  $P=200$  Н каждая, соединены между собой шарниром С. Конструкция нагружена силами  $Q=200$  Н в точках Е и D (AD и BE - вертикальные диаметры). К левой раме приложен также момент  $M = 50$  Нм (рис. 23). Определить реакции шарниров А и В.

*Задача 24.* Две жесткие однородные круглые (радиуса  $a=0,5$  м) рамы, весом  $P=200$  Н каждая, соединены между собой шарниром С. Конструкция нагружена распределенной нагрузкой интенсивности  $q= 100$  Н/м по дугам DK и EC (AD и BE - вертикальные диаметры), направленной под углом  $45^\circ$  к горизонтали. К правой раме приложен также момент  $M = 70$  Нм (рис. 24).  
Определить реакции шарниров А и В.

*Задача 25.* Вес однородного заделанного концом А стержня (горизонтального) АВ –  $P_1 =300$  Н, АВ= 2 м; вес груза Q и величина силы Q 100 Н; вес стержня CD  $P_2 =400$  Н; DK- трос; в точке E- опирание;  $CE=CB= 1$  м,  $BC= DB$  (рис. 25).

Найти реакции в заделке А и точке E, а также в шарнире В.

*Задача 26* Вес однородного заделанного концом А стержня (горизонтального) АВ –  $P_1 =300$  Н, АВ= 3 м; вес груза Q 150 Н; вес стержня CD  $P_2 = 400$  Н; в точке В- опирание;  $CE=CB= 1$  м,  $BC= DB$ ; интенсивность распределенной нагрузки  $q=100$  Н/м (рис. 26). Найти реакции в заделке А и точке В, а также в шарнире Е.

*Задача 27.* Вес однородного заделанного концом А стержня (горизонтального) АВ –  $P_1 =300$  Н, АВ= 2 м; вес груза Q 100 Н; вес стержня CD  $P_2 =400$  Н; СК- трос; в точке E- опирание;  $CE=CB= 1$  м,  $BC= DB$ ;  $M= 50$  Нм (рис. 27).

Найти реакции в заделке А и точке E, а также в шарнире В.

*Задача 28.* Вес однородного заделанного концом А стержня (горизонтального) АВ –  $P_1 =300$  Н, АВ= 2 м; вес груза  $Q_1$  100 Н,  $Q_2$  - 150 Н; вес стержня CD  $P_2 =400$  Н; СК- трос; в точке В- опирание;  $CE=CB= 1$  м,  $BC= DB$ ;  $M= 50$  Нм (рис. 28).

Найти реакции в заделке А и точке В, а также в шарнире Е.

*Задача 29.* Вес заделанного в точке А стержня АС -  $P_1=300$  Н, вес соединенного с ним шарнирно в точке С стержня ВD -  $P_2=200$  Н ( $AC=CB=AB=2$  м),  $CD=0,8$  м, ЕВ – трос (рис. 29).

Найти реакции в шарнирах А, С и натяжение троса.

*Задача 30.* Вес заделанного в точке А стержня АС -  $P_1=200$  Н, вес опирающегося на него в точке С стержня ВD -  $P_2=250$  Н ( $AC=CB=2$  м), DE- трос, параллельный АС; момент  $M = 200$  Нм, сила  $F = 40$  Н (точка К – середина ВС) (рис. 30).

Найти реакции в опорах А, В и С.

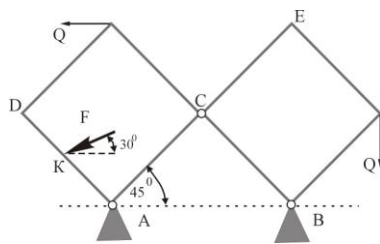


Рис. 1

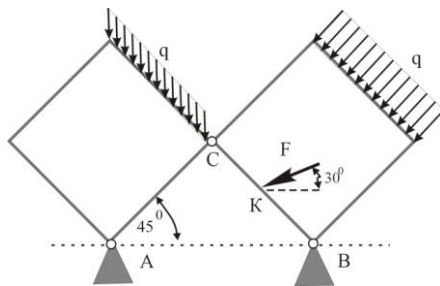


Рис.2

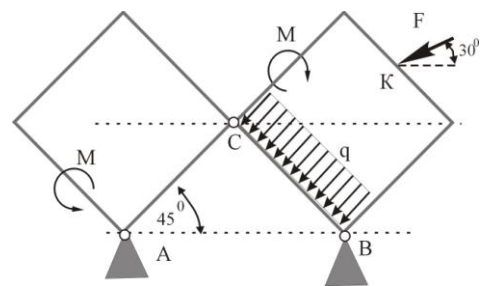


Рис.3

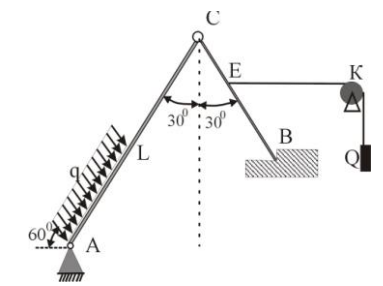


Рис. 4

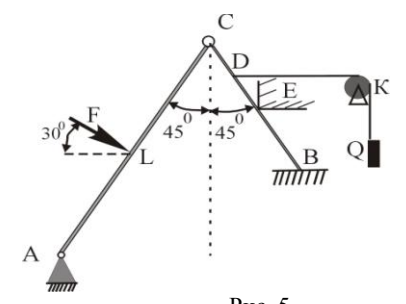


Рис. 5

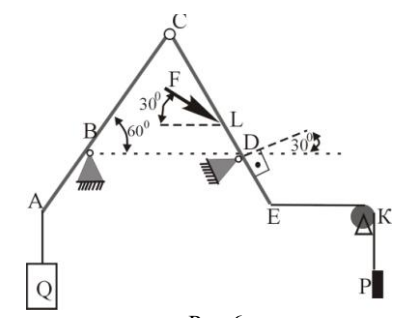


Рис.6

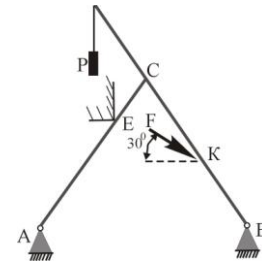


Рис. 7

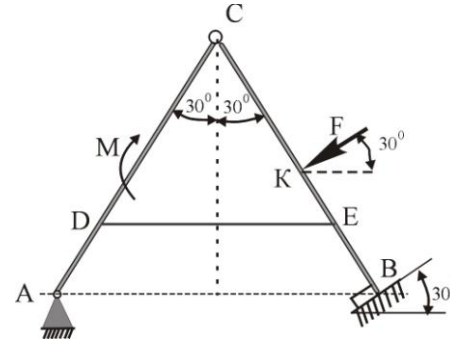


Рис. 9

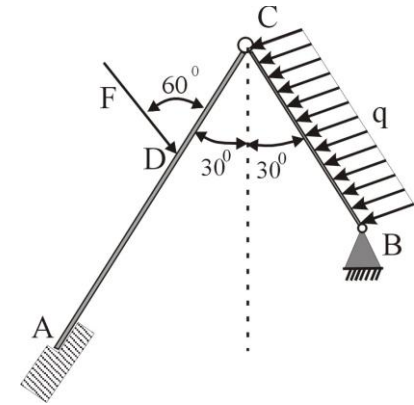


Рис. 8

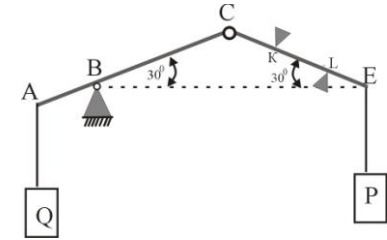


Рис. 10

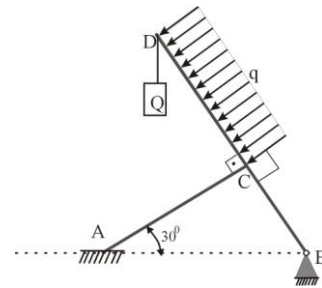


Рис.11

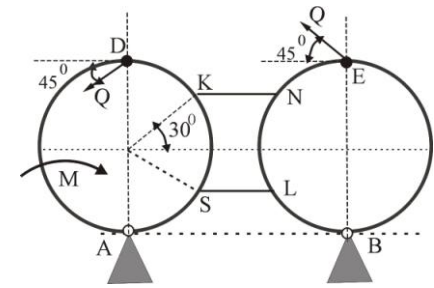


Рис.12

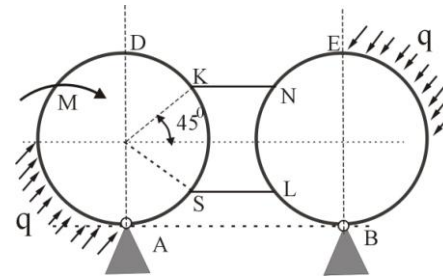


Рис.13

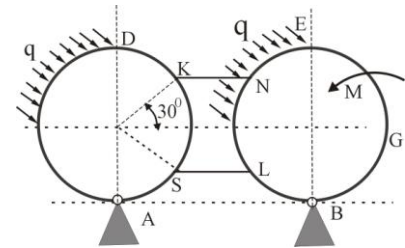


Рис.14

14

14

15

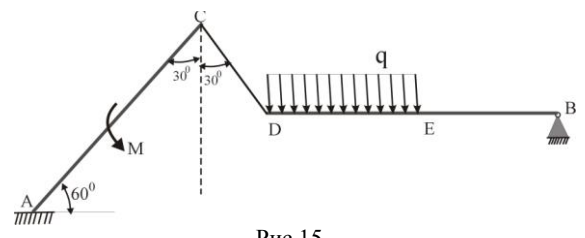


Рис.15

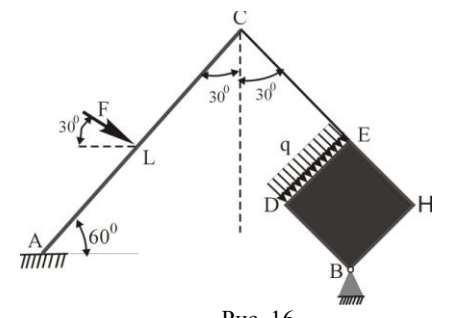


Рис. 16

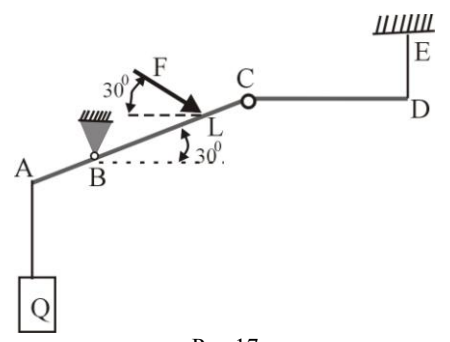


Рис.17

15

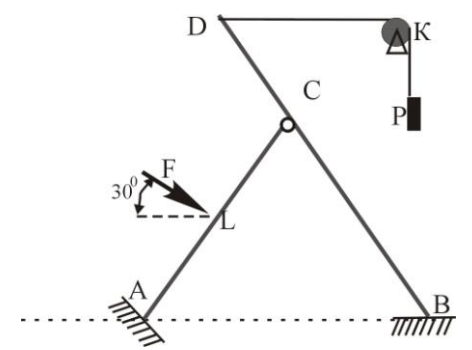


Рис.18

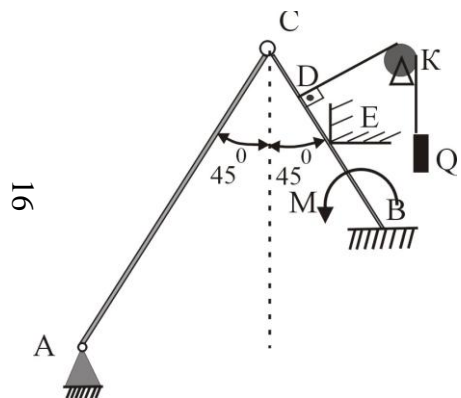


Рис. 19

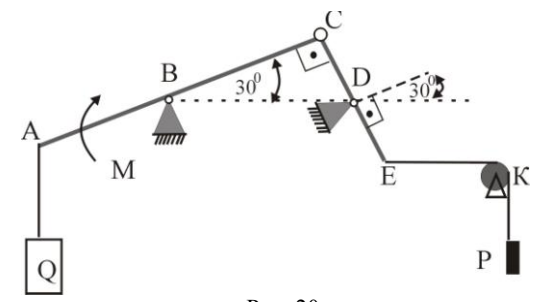


Рис. 20

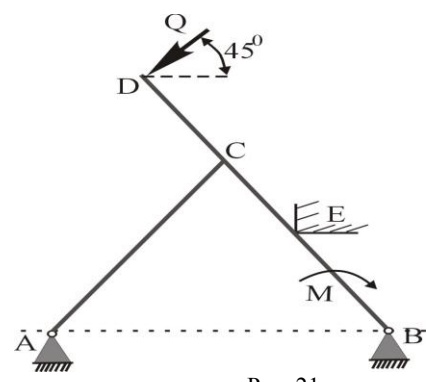


Рис. 21

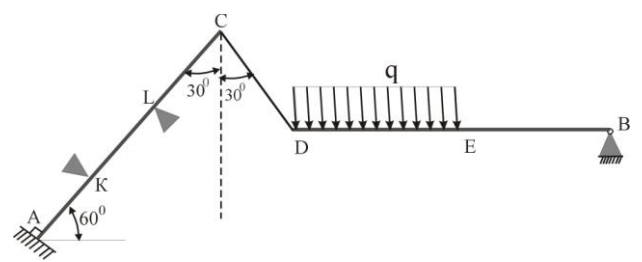


Рис. 22



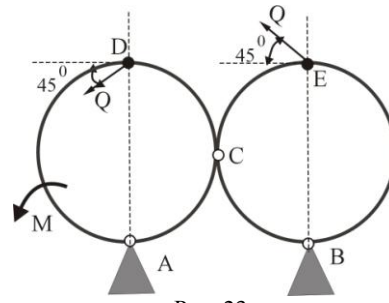


Рис. 23

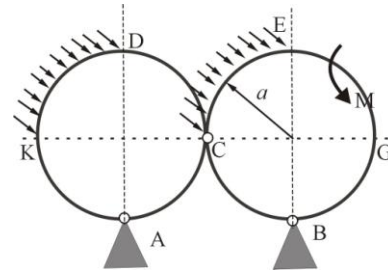


Рис. 24

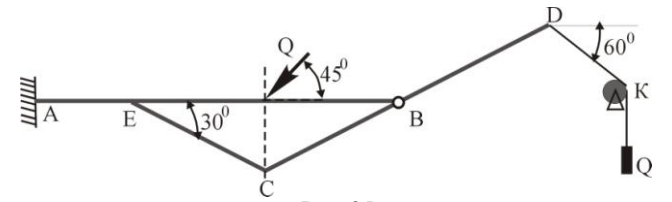


Рис. 25

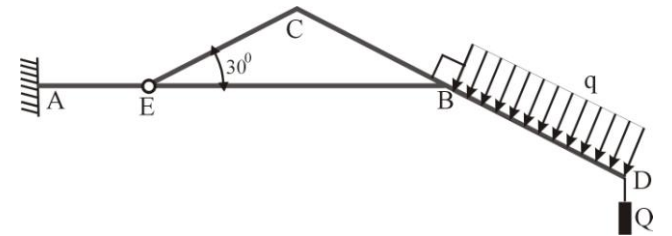


Рис. 26

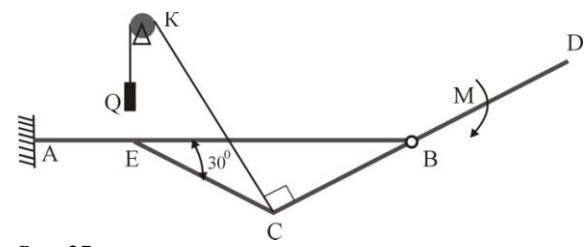


Рис. 27

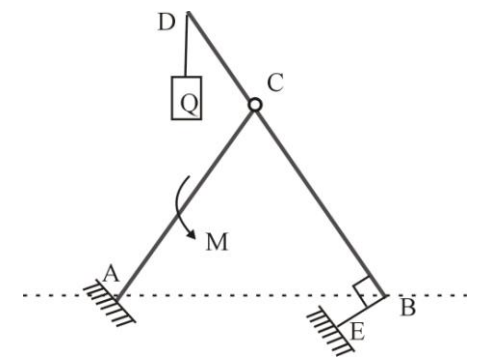


Рис. 29

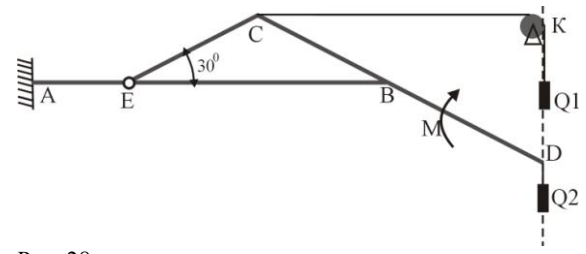


Рис. 28

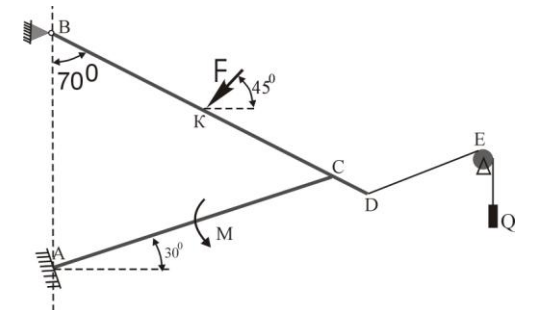


Рис.30

