КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 “ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ”

4.1. Методические указания к выполнению контрольной работы № 3

В контрольную работу № 3 включены задачи по темам: электростатика, постоянный электрический ток, магнитостатика, электромагнитная индукция.

Перед выполнением контрольной работы необходимо проработать материал соответствующих разделов рекомендованной литературы, внимательно ознакомиться с основными законами и формулами, а также справочными материалами, приведенными в приложениях данной учебно-методической разработки. После этого надо разобрать примеры решения типовых задач из данной учебно-методической разработки и решить ряд задач из задачников по физике [4].

Задачи 301 … 330 относятся к теме “Электростатика”. Для решения этих задач необходимо изучить тему “Электростатика” по учебному пособию [1], с. 148…180.

Тема “Электростатика” представлена задачами по расчету простейших электрических полей с помощью принципа суперпозиции, на определение напряженности и разности потенциалов, электроемкости и энергии поля конденсаторов и задачами, в которых рассматривается движение заряженных частиц в электрическом поле.

Если электростатическое поле создано несколькими зарядами, то для нахождения напряженности $\vec{E}$ и потенциала φ результирующего поля используют принцип суперпозиции. Напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей $\vec{E}_i$, созданным каждым зарядом в отдельности. При решении задачи делают чертёж и для данной точки поля указывают направление векторов $\vec{E}_i$, векторы складывают по правилу сложения векторов. При расчёте напряженности знак заряда не учитывают.

Потенциал результирующего поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов полей φ_i, созданных отдельными зарядами. Потенциал – скалярная величина, поэтому при расчёте потенциала знак заряда учитывается.

Если заряженное тело не является точечным зарядом, сферой, бесконечно длинным цилиндром, бесконечной плоскостью, то тело разбивается на бесконечно малые элементы (в случае нити или стержня элемент *dr*), которые можно считать точечными зарядами и по формуле для точечного заряда найти $d\vec{E}$ и $d\varphi$. Напряженность и потенциал находят интегрированием (интегрирование проводится по всей длине нити)

$$\vec{E} = \int_{(l)} d\vec{E} \quad \text{и} \quad \varphi = \int_{(l)} d\varphi .$$

Силы взаимодействия точечных зарядов можно найти либо по закону Кулона и затем сложить силы по правилу сложения векторов, либо, используя соотношение $\vec{F} = q_0\vec{E}$. Один из зарядов q_0 можно рассматривать как заряд, находящийся в электрическом поле, созданном другими зарядами.

Если в условии задачи не указывается среда, в которой находятся заряды, то подразумевается вакуум $(\varepsilon = 1)$ или воздух, диэлектрическая проницаемость которого близка к единице.

Для расчётов электрических полей при наличии диэлектрика вводят вспомогательный вектор – вектор электрической индукции (электрического смещения), который определяется по формуле $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$, где $\vec{P}$ – поляризованность (вектор поляризации). Для однородных изотропных диэлектриков $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$. В этом случае, если диэлектрики заполняют всё пространство или объем, ограниченный эквипотенциальными поверхностями (сюда относятся диэлектрики в плоских, цилиндрических и сферических конденсаторах), вектор $\vec{D}$ во всех точках поля как внутри, так и вне диэлектрика останется без изменения. Вектор напряженности $\vec{E}$ электрического поля внутри диэлектрика уменьшится в ε раз.

Задачи 331 … 340 относятся к теме “Постоянный электрический ток”. Приступая к решению этих задач, необходимо ознакомиться с данной темой по учебникам [1], с. 180…194. Следует учитывать, что на участке цепи, не содержащей ЭДС, напряжение U и разность потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$ совпадают. Если в цепи имеется батарея из n одинаковых источников тока, то в законе Ома для замкнутой цепи надо использовать ЭДС батареи и внутреннее сопротивление батареи.

В задачах на определение работы и мощности тока следует иметь в виду, что полезная мощность выделяется во внешней цепи (на сопротивлении нагрузки), а полная мощность во всей цепи (на сопротивлении нагрузки и внутреннем сопротивлении источника); закон Джоуля-Ленца в форме $Q = I^2Rt$ справедлив только для постоянного тока

Задачи 341 … 370 относятся к теме “Магнитостатика”. Для решения этих задач необходимо ознакомиться с конкретными физическими понятиями, законами и формулами данной темы по учебному пособию [1], с. 204…212, 217…223, 212…216.

По теме “Магнитостатика” в контрольную работу включены задачи по расчету магнитной индукции и напряженности простейших магнитных полей с помощью принципа суперпозиции, задачи по расчету индукции магнитного поля с применением закона Био-Савара-Лапласа, задачи, в которых рассматривается действие магнитного поля на движущиеся заряды и токи (определение силы Ампера, силы Лоренца, вращающего момента, вычисление работы сил поля при перемещении проводника и контура с током).

Магнитное поле, созданное несколькими проводниками с током, рассчитывается с помощью принципа суперпозиции полей. Для решения задачи необходимо сделать чертёж, изобразить силовые линии магнитного поля для каждого проводника так, чтобы они проходили через точку, в которой надо определить индукцию. Векторы $\vec{B}_i$ направлены по касательным к силовым линиям. Затем необходимо сложить векторы $\vec{B}_i$ по правилу сложения векторов.

Задачи 371 … 380 относятся к теме “Электромагнитная индукция”. Приступая к решению этих задач, необходимо ознакомиться с данной темой по учебному пособию [1], с. 223…235.

В явлении электромагнитной индукции магнитный поток и потокосцепление через контур могут изменяться при движении контура в неоднородном магнитном поле, при вращении контура, при изменении площади контура, а также при изменении во времени магнитного поля.

Если в задаче требуется найти разность потенциалов на концах проводника, движущегося в магнитном поле, то надо иметь в виду, что искомая разность потенциалов численно равна ЭДС, индуцируемой в проводнике.

Табл. 3

Вариант	Номера задач							
0	301	311	321	331	341	351	361	371
1	302	312	322	332	342	352	362	372
2	303	313	323	333	343	353	363	373
3	304	314	324	334	344	354	364	374
4	305	315	325	335	345	355	365	375
5	306	316	326	336	346	356	366	376
6	307	317	327	337	347	357	367	377
7	308	318	328	338	348	358	368	378
8	309	319	329	339	349	359	369	379
9	310	320	330	340	350	360	370	380

4.2. Основные законы и формулы. Примеры решения задач

4.2.1.Электростатика

1. Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{\varepsilon r^2},$$

где F – модуль силы взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2; r – расстояние между зарядами; ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды; ε_0 – электрическая постоянная (ε_0 = 8,85$\cdot 10^{-12}$ Ф/м).

2. Напряженность и потенциал электростатического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \qquad \varphi = \frac{W}{q},$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на точечный положительный (пробный) заряд q, помещенный в данную точку поля; W – потенциальная энергия этого заряда.

3. Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой зарядов (принцип суперпозиции электрических полей),

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i; \qquad \varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i,$$

где $\vec{E}_i, \varphi_i$ – напряженность и потенциал в данной точке поля, создаваемого i-м зарядом.

4. Напряженность и потенциал поля, создаваемого точечным зарядом,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{\varepsilon r^2}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r},$$

где r – расстояние от заряда q до точки, в которой определяются напряженность и потенциал.

5. Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда (заряд единицы площади).

6. Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной нитью или бесконечно длинным цилиндром (вне цилиндра),

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{|\tau|}{\varepsilon r},$$

где τ – линейная плотность заряда, r – расстояние от нити или от оси цилиндра до точки, в которой вычисляется напряженность. Внутри цилиндра $E = 0$.

7. Напряженность и потенциал поля, создаваемого металлической заряженной сферой радиусом R на расстоянии r от центра сферы:

а) внутри сферы $(r<R)$

$$E = 0; \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon R};$$

б) вне сферы $(r \geq R)$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{\varepsilon r^2}; \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r},$$

где q – заряд сферы.

8. Связь потенциала с напряженностью в случае однородного поля

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d,$$

где d – расстояние между точками с потенциалами φ_1 и φ_2.

9. Работа сил поля по перемещению точечного заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку поля с потенциалом φ_2

$$A = q\,(\varphi_1 - \varphi_2).$$

10. Поток напряженности $\vec{E}$ и электрического смещения (индукции) $\vec{D}$:

а) через произвольную поверхность S, помещенную в неоднородное поле,

$$N_E = \int_{(S)} E_n dS; \quad N_D = \int_{(S)} D_n dS,$$

$E_n = E\cos\alpha$ и $D_n = D\cos\alpha$ – проекции векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ на направление нормали $\vec{n}$; α – угол между векторами $\vec{E}$ или $\vec{D}$ и нормалью $\vec{n}$.

б) через плоскую поверхность, помещенную в однородное поле,

$$N_E = ES\cos\alpha, \qquad N_D = DS\cos\alpha.$$

Поток векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ через любую замкнутую поверхность (теорема Гаусса):

$$\oint_{(S)} E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{m} q_i; \quad \oint_{(S)} D_n dS = \sum_{i=1}^{m} q_i,$$

где $\sum_{i=1}^{m} q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности S; m – число зарядов.

Электрическое поле рассматривается в вакууме.

11. Связь электрического смещения (индукции) $\vec{D}$ с напряженностью $\vec{E}$ в случае изотропных диэлектриков

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}.$$

12. Электроемкость

$$C = \frac{q}{\varphi}, \quad C = \frac{q}{U},$$

где φ – потенциал уединённого проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю); $U = (\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов между обкладками конденсатора.

13. Электроемкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где S – площадь одной пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами; ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами.

15. Электроемкость сферического конденсатора

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{(R_2 - R_1)},$$

где R_1 и R_2 – радиусы двух концентрических сфер; ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между сферами.

16. Электроемкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln(R_2/R_1)},$$

где R_1 и R_2 – радиусы двух коаксиальных цилиндров; l - высота цилиндров; ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между цилиндрами.

17. Электроемкость параллельно и последовательно соединенных конденсаторов

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i; \qquad \frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i},$$

где n – число конденсаторов в батарее.

18. Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{qU}{2}, \qquad W = \frac{CU^2}{2}, \qquad W = \frac{q^2}{2C}.$$

19. Объемная плотность энергии электрического поля

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}, \qquad w = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}, \qquad w = \frac{ED}{2}.$$

Для однородного электрического поля $w = W/V$, где V – объем.

Примеры решения задач

Задача 1

Два точечных заряда 2 нКл и –1 нКл находятся в воздухе на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность и потенциал электростатического поля в точке, удаленной от первого заряда на расстояние 6 см и от второго заряда на 4 см.

Дано:	Решение:

q_1 = 2 нКл = $2\cdot10^{-9}$ Кл

q_2 = –1 нКл = -10^{-9} Кл

$\varepsilon = 1$; $1/4\pi\varepsilon_0 = 9\cdot10^9$ м/Ф

d = 5 см = $5\cdot10^{-2}$ м

r_1 = 6 см = $6\cdot10^{-2}$ м

r_2 = 4 см = $4\cdot10^{-2}$ м

E - ? φ - ?

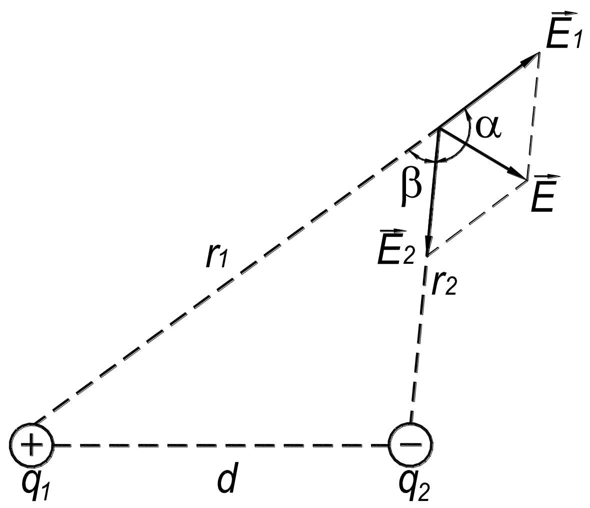


Рис. 1

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Напряженность результирующего поля $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Напряженности полей, создаваемых в воздухе ($\varepsilon = 1$) зарядами q_1 и q_2:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{\varepsilon r_1^2}, \qquad (1)$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_2|}{\varepsilon r_2^2}. \qquad (2)$$

Направления векторов $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ указаны на рис.1. Модуль вектора $\vec{E}$ найдем по теореме косинусов:

$$E = (E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha)^{1/2},$$

где α – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$. Из рис. 1 видно, что $\beta = \pi - \alpha$. Тогда $\cos\beta = -\cos\alpha$.

Следовательно,

$$E = (E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\beta)^{1/2}. \qquad (3)$$

Из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d по теореме косинусов находим

$$\cos\beta = (r_1^2 + r_2^2 - d^2)/(2r_1r_2). \qquad (4)$$

Произведя вычисления по формулам (1), (2), (4), получим:

$$E_1 = 9\cdot10^9\,\frac{2\cdot10^{-9}}{\left(6\cdot10^{-2}\right)^2} = 5\cdot10^3$$ В/м,

$$E_2 = 9\cdot10^9\,\frac{10^{-9}}{\left(4\cdot10^{-2}\right)^2} = 5{,}62\cdot10^3$$ В/м, $\cos\beta = \dfrac{6^2+4^2-5^2}{2\cdot6\cdot4} = 0{,}565$

.

При вычислении E_2 знак заряда q_2 опущен, так как знак минус определяет направление вектора $\vec{E}_2$, а направление $\vec{E}_2$ было учтено при его графическом изображении (см. рис.1).

Напряженность результирующего поля будет равна

$$E = \sqrt{(5\cdot10^3)^2 + (5{,}62\cdot10^3)^2 - 2\cdot5\cdot10^3\cdot5{,}62\cdot10^3\cdot0{,}565} = 4{,}97\cdot10^3$$

В/м.

По принципу суперпозиции потенциал результирующего поля, создаваемого зарядами q_1 и q_2, равен алгебраической сумме потенциалов φ_1 и φ_2, т. е. $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ или

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{\varepsilon r_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{\varepsilon r_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}\right). \qquad (5)$$

Произведя вычисления, получим:

$$\varphi = 9\cdot10^9\left(\frac{2\cdot10^{-9}}{6\cdot10^{-2}} + \frac{-10^{-9}}{4\cdot10^{-2}}\right) = 75$$ В.

Задача 2

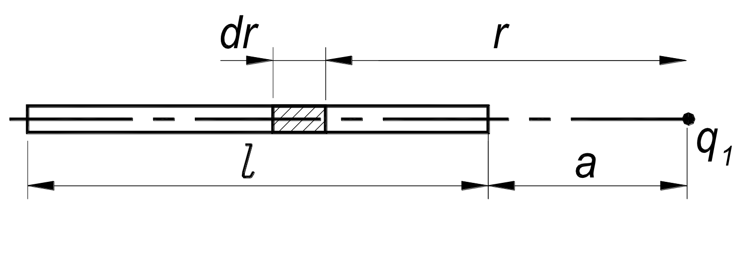
Тонкий прямой стержень длиной 10 см равномерно заряжен с линейной плотностью заряда 1 нКл/см. На продолжении оси стержня, на расстоянии 20 см от ближайшего конца, находится точечный заряд 20 нКл. Определить силу взаимодействия стержня и точечного заряда.

Дано:

q_1 = 20 нКл = $2\cdot10^{-8}$ Кл

τ = 1нКл/см = 10^{-7} Кл/м

Решение:



l = 10 см = 0,1м
a = 20 см = 0,2 м
$\varepsilon = 1$
F = ?

Рис. 2

Так как заряженный стержень не является точечным зарядом, то закон Кулона непосредственно применить нельзя. Разобьём стержень на малые элементы и выделим на стержне (рис. 2) элемент dr с зарядом $dq = \tau dr$. Этот заряд можно рассматривать как точечный. Тогда по закону Кулона

$$dF = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 dq}{\varepsilon r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 \tau dr}{\varepsilon r^2},$$

Так как силы $d\vec{F}$ взаимодействия заряда q_1 и зарядов dq на разных элементах стержня направлены в одну сторону, то геометрическую сумму сил можно заменить алгебраической. Силу взаимодействия точечного заряда и стержня найдём интегрированием выражения (1):

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1\tau}{\varepsilon}\int_a^{a+l}\frac{dr}{r^2} = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l}\right) = \frac{q_1\tau l}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon(a+l)a}.$$

Проверим, даёт ли расчётная формула единицу силы. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы измерений

$$\frac{[q_1][\tau][l]}{[\varepsilon_0][a+l][a]} = \frac{1\text{Кл}\cdot 1\text{Кл}/\text{м}\cdot 1\text{м}}{1\text{Ф}/\text{м}\cdot 1\text{м}\cdot 1\text{м}} = \frac{1\text{Кл}\cdot 1\text{Кл}}{1\text{Ф}\cdot 1\text{м}} =$$

$$= \frac{1\text{Кл}\cdot 1\text{Кл}}{1\text{Кл}/\text{В}\cdot 1\text{м}} = 1\text{Кл}\cdot 1\text{В}/\text{м} = 1\text{Н}.$$

Произведем вычисления с учётом того, что $1/4\pi\varepsilon_0 = 9\cdot 10^9$ м/Ф:

$$F = 9\cdot 10^9\frac{2\cdot 10^{-8}\cdot 10^{-7}\cdot 0{,}1}{1\cdot(0{,}2+0{,}1)\cdot 0{,}2} = 3\cdot 10^{-5}\ \text{Н}.$$

Задача 3

Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом 1 см, равномерно заряженным с линейной плотностью заряда 20 нКл/м. Определить работу сил поля по перемещению точечного заряда 25 нКл из точки, находящейся на расстоянии 1 см, в точку, находящуюся на расстоянии 3 см от поверхности цилиндра в средней его части.

Дано:	Решение:
R = 1 см = $1\cdot 10^{-2}$ м τ = 20 нКл/м = $2\cdot 10^{-8}$ Кл/м q = 25 нКл = $2{,}5\cdot 10^{-8}$ Кл a_1 = 1 см = $1\cdot 10^{-2}$ м a_2 = 3 см = $3\cdot 10^{-2}$ м $\varepsilon = 1$	Работа сил поля по перемещению заряда равна $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Для поля с осевой симметрией, каким является поле цилиндра, можно записать: $E = -\frac{d\varphi}{dr}$ или $d\varphi = -Edr$.
A - ?	

Интегрируя это выражение, найдем разность потенциалов между двумя точками, отстоящими на расстояниях r_1 и r_2 от оси цилиндра,

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} Edr, \qquad (1)$$

где $r_1 = a_1 + R$, $r_2 = a_2 + R$.

Так как цилиндр длинный и точки взяты вблизи его средней части, то можно воспользоваться формулой напряженности поля, создаваемого бесконечно длинным цилиндром,

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{\varepsilon r}. \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1), получим:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{r_2}{r_1}. \qquad (3)$$

Таким образом,

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{q\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{R + a_2}{R + a_1}.$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу работы. Для этого в правую часть вместо символов величин подставим их единицы

$$\frac{[q][\tau]}{[\varepsilon_0]} = \frac{1Кл \cdot 1Кл/м}{1Ф/м} = \frac{1Кл \cdot 1Кл}{1Ф} = \frac{1Кл \cdot 1Кл}{1Кл/В} = 1Кл \cdot 1В = 1\ Дж$$

Произведем вычисления с учетом того, что $1/2\pi\varepsilon_0 = 2 \cdot 9 \cdot 10^9\ м/Ф$. Так как величины r_2 и r_1 входят в формулу (3) в виде отношения, их можно выразить в сантиметрах.

Таким образом,

$$A = 2{,}5 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-8} \ln\frac{1+3}{1+1} = 6{,}2 \cdot 10^{-6}\ Дж.$$

Задача 4

Электрическое поле создано тонкой бесконечно длинной нитью, равномерно заряженной с линейной плотностью заряда 20 нКл/м. На расстоянии 40 см от нити находится плоская круглая площадка радиусом 1 см. Определить поток вектора напряженности через площадку, если её плоскость составляет угол 30° с линией напряженности, проходящей через середину площадки.

Дано:

τ = 20 нКл/м = $2 \cdot 10^{-8}$ Кл/м

a = 40 см = 0,4 м

R = 1 см = 10^{-2} м

β = 30°

N_E - ?

Решение:

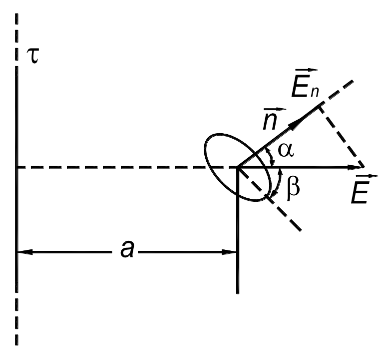


Рис. 3

Поле, создаваемое нитью (очень тонким цилиндром), является неоднородным, так как модуль напряженности изменяется от точки к точке:

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{\varepsilon r}. \qquad (1)$$

Поэтому поток вектора $\vec{E}$ равен

$$N_E = \int_S E_n dS = \int_S E \cos\alpha dS,$$

где α – угол между векторами $\vec{E}$ и $\vec{n}$ (рис. 3). Так как линейные размеры площадки малы по сравнению с расстоянием до нити (a>>R), то E в пределах площадки меняется незначительно. Тогда

$$N_E = E\cos\alpha\int_S dS = ES\cos\alpha,$$

где $S = \pi R^2$.

$$N_E = ES\cos\alpha = E\pi R^2\cos\alpha. \qquad (2)$$

Из рис. 3 следует, что $\cos\alpha = \cos(\pi/2-\beta) = \sin\beta$.С учетом этого формула (2) примет вид

$$N_E = E\pi R^2 \sin\beta = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{\varepsilon a}\pi R^2 \sin\beta.$$

Произведя вычисления с учетом того, что $1/2\pi\varepsilon_0 = 2\cdot 9\cdot 10^9$ м/Ф, получим:

$$N_E = 2\cdot 9\cdot 10^9\frac{2\cdot 10^{-8}}{1\cdot 0{,}4}0{,}5\cdot 3{,}14\cdot(10^{-2})^2 = 0{,}14\ \text{В}\cdot\text{м}$$

Задача 5

Между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов 600 В, находятся два слоя диэлектриков: стекла толщиной 5 мм и эбонита толщиной 3 мм. Площадь каждой пластины 200 см^2. Определить: а) напряженность поля, индукцию и падение потенциала в каждом слое; б) электроемкость конденсатора.

Дано:	Решение:
U = 600 В	При переходе через границу раздела диэлектриков нормальная составляющая вектора $\vec{D}$ в обоих слоях диэлектриков имеет одинаковые значения $D_{1n} = D_{2n}$.
$\varepsilon_1 = 7$ *(стекло)*	В конденсаторе силовые линии вектора $\vec{D}$ перпендикулярны к границе раздела диэлектриков, следовательно, $D_{1n} = D_1$ и $D_{2n} = D_2$. Поэтому
d_1 = 5 мм = $5 \cdot 10^{-3}$ м	$D_1 = D_2 = D$. (1)
$\varepsilon_2 = 3$ *(эбонит)*	
d_2 = 3 мм = $3 \cdot 10^{-3}$ м	
S = 200 см^2 = $2 \cdot 10^{-2}$ м^2	
E - ? D - ?	
U_1 - ? U_2 - ?	
C - ?	

Учитывая, что $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$, и сокращая на ε_0, из равенства (1) получим:

$$\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2, \qquad (2)$$

где E_1 и E_2 – напряженности поля в первом и во втором слоях диэлектриков; ε_1 и ε_2 – диэлектрические проницаемости слоев.

Разность потенциалов между пластинами конденсатора, очевидно, равна сумме напряжений на слоях диэлектриков:

$$U = U_1 + U_2. \qquad (3)$$

В пределах каждого слоя поле однородное, поэтому $U_1 = E_1 d_1$ и $U_2 = E_2 d_2$. С учетом этого равенство (3) примет вид

$$U = E_1 d_1 + E_2 d_2. \qquad (4)$$

Решая совместно уравнения (2) и (4), получим:

$$E_1 = \frac{\varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}, \qquad E_2 = \frac{\varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}.$$

Произведя вычисления, получим:

$$E_1 = \frac{3 \cdot 600}{3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^4 \text{ В/м};$$

$$E_2 = \frac{7 \cdot 600}{3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 11{,}7 \cdot 10^4 \text{ В/м};$$

$$U_1 = E_1 d_1 = 5 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 250 \text{ В}; \qquad U_2 = E_2 d_2 = 11{,}7 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 350 \text{ В};$$

$$D = D_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 7 \cdot 5 \cdot 10^4 = 3{,}1 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2.$$

Определим электроемкость конденсатора

$$C = q / U, \tag{5}$$

где $q = \sigma S$ – заряд каждой пластины конденсатора. Учитывая, что поверхностная плотность зарядов σ на пластинах конденсатора численно равна модулю электрического смещения, т. е. $\sigma = D$, получим:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma S}{U} = \frac{DS}{U}.$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу электроемкости. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы измерений

$$\frac{[D][S]}{[U]} = \frac{\text{Кл/м}^2 \cdot 1\text{м}^2}{1\text{В}} = 1 \text{ Ф}.$$

Произведя вычисления, получим:

$$C = \frac{3{,}1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{600} = 103 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 103 \text{ пФ}.$$

4.2.2. Постоянный электрический ток

1. Сила и плотность постоянного тока

$$I = q/t, \quad j = I/S,$$

где q – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t; S – площадь поперечного сечения.

2. Закон Ома

а) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$ (для участка цепи, не содержащего ЭДС),

где I – сила постоянного тока; $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов на концах участка цепи; R – сопротивление участка цепи;

б) $I = \frac{\varepsilon}{R + R_0}$ (для замкнутой цепи),

где ε – ЭДС источника тока; R – сопротивление внешней цепи; R_0 – внутреннее сопротивление источника тока.

3. Сопротивление R и проводимость G однородного цилиндрического проводника постоянного диаметра

$$R = \rho\frac{l}{S}, \quad G = \gamma\frac{S}{l},$$

где ρ – удельное сопротивление проводника; $\gamma = 1/\rho$ – удельная электропроводность; l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника.

4. Работа и мощность тока

$$A = IUt, \quad P = IU.$$

5. Закон Джоуля-Ленца

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2 R dt,$$

для постоянного тока

$$Q = I^2Rt,$$

где Q – количество теплоты, выделяющейся на участке цепи сопротивлением R за время t, когда по проводнику течет ток силой I.

7. Закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \gamma\vec{E},$$

где $j = I/S$ – плотность тока в проводнике; $\vec{E}$ – напряженность электрического поля в проводнике.

8. Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме

$$w = \gamma E^2,$$

где $w = \dfrac{Q}{Vt}$ – удельная тепловая мощность тока (количество теплоты, выделяющейся в единице объема проводника за единицу времени).

Примеры решения задач

Задача 1

ЭДС батареи аккумуляторов 12 В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, 5 А. Определить максимальную мощность, которая может выделиться во внешней цепи.

Дано:	Решение:
ε = 12 В	По закону Ома для полной цепи
I_{max} = 5 А	$$I = \frac{\varepsilon}{R_0 + R},\qquad (1)$$
P_{max} = ?	

где R_0 – внутреннее сопротивление аккумулятора; R – сопротивление внешней цепи (сопротивление нагрузки).

Максимальная сила тока будет при коротком замыкании (R = 0)

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon}{R_0}. \qquad (2)$$

Из формулы (2) находим внутреннее сопротивление:

$$R_0 = \frac{\varepsilon}{I_{\max}}. \qquad (3)$$

Мощность, которая выделяется во внешней цепи (полезная мощность),

$$P = I^2 R. \qquad (4)$$

С учетом закона Ома (1) получим:

$$P = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + R_0)^2}.$$

(5)

Исследуя функцию (5) на максимум, найдем сопротивление нагрузки, при котором мощность максимальна:

$$\frac{dP}{dR} = \frac{\mathcal{E}^2 (R - R_0)}{(R + R_0)^3} = 0.$$

(6)

Из равенства (6) следует, что

$$R = R_0. \qquad (7)$$

Подставив (7) в формулу (5), найдем выражение для максимальной мощности:

$$P_{max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4R_0}.$$

(8)

С учетом формулы (3) получим:

$$P_{max} = \frac{I_{max}}{4}.$$

Произведя вычисления, получим:

$$P_{max} = \frac{12 \cdot 5}{4} = 15 \text{ Вт.}$$

Задача 2

Сила тока в проводнике сопротивлением 20 Ом равномерно нарастает от 0 до 4 А в течение 2 с. Определить количество теплоты, выделившейся в проводнике за первые полторы секунды.

Дано:	Решение:
R = 20 Ом I_1 = 0 А, I_2 = 4 А	Согласно закону Джоуля-Ленца, тепловая мощность, выделяющаяся на сопротивлении R, равна

$t_1 = 0$, $t_2 = 2$ с, $t_3 = 1{,}5$ с	$P = I^2R$.
Q - ?	Количество тепла dQ, выделяющегося за время dt на сопротивлении R, равно

$$dQ = Pdt = I^2Rdt\,. \qquad (1)$$

По условию задачи сила тока равномерно нарастает, т. е. является линейной функцией времени

$$I = at + b\,. \qquad (2)$$

В начальный момент $t_1 = 0$ ток I_1 равен нулю, поэтому в уравнении (2) имеем $b = 0$. Таким образом,

$$I = at\,. \qquad (3)$$

Коэффициент "a" найдем из условия, что $I_2 = 4$ A при $t_2 = 2$ с:

$$I_2 = at_2\,.$$

Откуда получаем

$$a = \frac{I_2}{t_2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ А/с.}$$

Подставляя в формулу (1) выражение (3) и интегрируя по времени от 0 до t_3, найдем количество выделившегося тепла:

$$Q = \int_{t_1}^{t_3} I^2Rdt = a^2R\int_{t_1}^{t_3} t^2dt = \frac{a^2R}{3}\left(t_3^{\,3} - t_1^{\,3}\right). \qquad (4)$$

Подставляя в формулу (4) значения входящих в нее параметров, получим:

$$Q = \frac{2^2 \cdot 20}{3}\left(1{,}5^3 - 0\right) = 90 \text{ Дж.}$$

4.2.3. Магнитостатика

1. Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

где μ – относительная магнитная проницаемость изотропной среды (в вакууме $\mu = 1$); μ_0 – магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м).

2. Магнитная индукция в центре кругового витка с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

где R – радиус кругового витка; I – сила тока.

3. Магнитная индукция поля длинного прямого проводника с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0},$$

где r_0 – расстояние от оси проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током, (рис. 4)

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

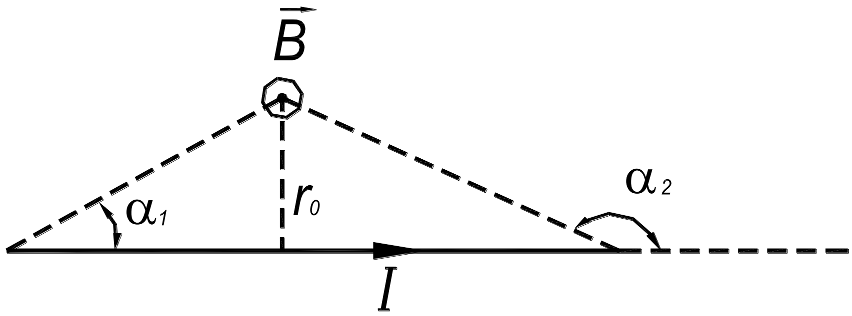


Рис. 4

Обозначения ясны из рисунка. Направление вектора $\vec{B}$ обозначено точкой – это значит, что вектор $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости рисунка "к нам".

При симметричном расположении концов провода относительно точки, в которой определяется индукция: $\cos\alpha_1 = -\cos\alpha_2 = \cos\alpha$. Тогда

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}\cos\alpha.$$

4. Магнитная индукция поля внутри длинного соленоида с током:

а) в центре соленоида $B = \mu\mu_0 In$,

б) на краю соленоида $B = \mu\mu_0 In/2$,

где $n = N/l$ – число витков, приходящееся на единицу длины (N – число витков соленоида, l – длина соленоида).

5. Закон Ампера

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}\,\vec{B}\right] \quad \text{или} \quad dF = IdlB\sin\alpha,$$

где α – угол между направлением тока в элементе проводника и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

В случае однородного магнитного поля и прямого отрезка проводника длиной l модуль силы Ампера

$$F = IBl\sin\alpha.$$

6. Сила взаимодействия, приходящаяся на единицу длины каждого из двух длинных прямолинейных параллельных проводов с токами I_1 и I_2,

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d},$$

где d – расстояние между проводами.

7. Магнитный момент плоского контура с током

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к плоскости контура; I – сила тока, протекающего по контуру; S – площадь контура.

8. Вращающий момент, действующий на контур с током в однородном магнитном поле,

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \vec{B}\right] \quad \text{или} \quad M = p_m B\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

9. Сила (сила Лоренца), действующая на движущийся заряд в магнитном поле,

$$\vec{F} = q[\vec{v}\vec{B}] \text{ или } F = |q|vB\sin\alpha,$$

где $\vec{v}$ – скорость заряженной частицы; α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

10. Магнитный поток:

а) через произвольную поверхность *S*, помещенную в неоднородное поле,

$$\Phi = \int_{(S)} \vec{B}d\vec{S} = \int_{(S)} B_n dS,$$

где $d\vec{S} = dS\vec{n}$; $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к элементу поверхности *dS*; $B_n = B\cos\alpha$ – проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали $\vec{n}$; α – угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$;

б) через плоскую поверхность, помещенную в однородное магнитное поле,

$$\Phi = B_n S = BS\cos\alpha.$$

11. Потокосцепление катушки индуктивности (полный магнитный поток)

$$\Psi = N\Phi,$$

где N – число витков катушки; Φ – магнитный поток через один виток.

Формула верна для соленоида и тороида, когда *N* витков плотно прилегают друг к другу.

12. Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

где Φ_1 и Φ_2 – магнитные потоки через контур в начальном и конечном положениях.

Примеры решения задач

Задача 1

По двум бесконечно длинным параллельным проводам текут в одинаковом направлении токи силой 15 и 10 А. Расстояние между проводами

10 см. Определить магнитную индукцию в точке A (рис.5), удаленной от первого провода на расстояние r_1 = 10 см и от второго провода на расстояние r_2 = 15 см.

Дано:	Решение:
I_1 = 15 А I_2 = 10 А μ =1 d = 10 см r_1 = 10 см = 0,1 м r_2 = 15 см = 0,1 м	
B - ?	

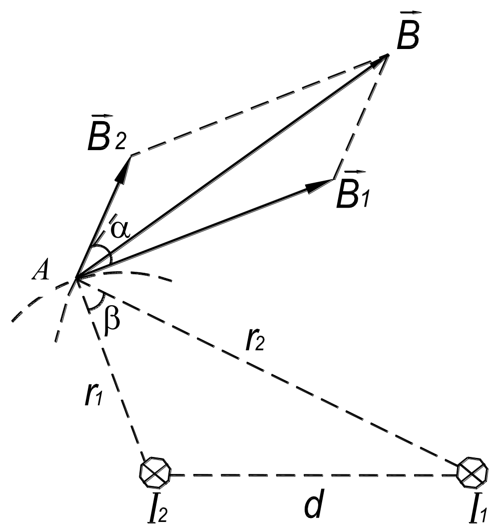


Рис. 5

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей магнитная индукция $\vec{B}$ в точке A равна сумме векторов магнитных индукций полей $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$, созданных каждым током в отдельности

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \qquad (1)$$

где $B_1=\mu\mu_0 I_1/(2\pi r_1)$ и $B_2=\mu\mu_0 I_2/(2\pi r_2)$. На рис. 5 проводники с токами I_1 и I_2 перпендикулярны плоскости чертежа (токи направлены от наблюдателя). Векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ изображены на рисунке так, что их направление связано с направлением соответствующих токов правилом правого винта. Векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ в точке A направлены по касательной к силовым линиям.

Модуль вектора $\vec{B}$ на основании теоремы косинусов равен

$$B= (B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos\alpha)^{1/2}, \qquad (2)$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$. Из рис. 5 видно, что углы α и β равны как углы с соответственно перпендикулярными сторонами. Из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d по теореме косинусов находим cosα:

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}.$$

Вычислим отдельно

$$\cos\alpha = \cos\beta = \frac{10^2 + 15^2 - 10^2}{2\cdot 10\cdot 15} \approx 0{,}75$$

Подставляя выражения для B_1 и B_2 в формулу (2) и вынося $\mu\mu_0/(2\pi)$ за знак корня, получаем

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{2I_1I_2}{r_1r_2}\cos\alpha}.$$

Произведем вычисления

$$B = \frac{1\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{15^2}{(10^{-1})^2} + \frac{10^2}{(1{,}5\cdot 10^{-1})^2} + \frac{2\cdot 10\cdot 15\cdot 0{,}75}{10^{-1}\cdot 1{,}5\cdot 10^{-1}}} = 4{,}1\cdot 10^{-5}\ \text{Тл.}$$

Задача 2

По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами 8 см и 12 см, течет ток силой 5 А. Определить магнитную индукцию в точке пересечения диагоналей прямоугольника.

Дано:

a = 8 см = $8\cdot 10^{-2}$ м

b = 12 см = $1{,}2\cdot 10^{-1}$ м

I = 5 А;

μ = 1

B = ?

Решение:

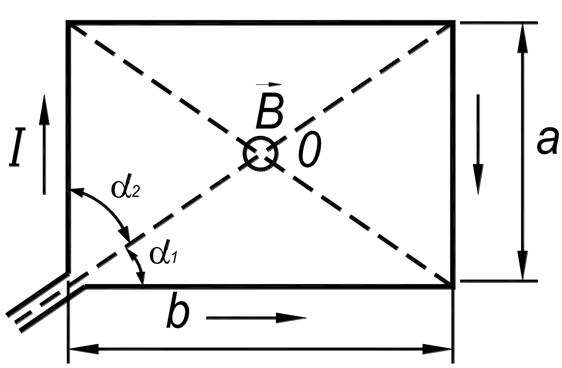


Рис. 6

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4, \quad (1)$$

где B_1, B_2, B_3, B_4 – магнитные индукции полей, создаваемых токами, протекающими по каждой стороне прямоугольника (рис. 6).

В точке 0 пересечения диагоналей все векторы индукции $\vec{B}_i$ направлены перпендикулярно плоскости прямоугольника. Кроме того, из соображений симметрии следует, что $B_1 = B_3$ и $B_2 = B_4$. Поэтому векторное равенство (1) заменим скалярным

$$B = 2B_1 + 2B_2, \quad (2)$$

где B_1 и B_2 – индукции магнитных полей, создаваемых соответственно токами, текущими по проводникам со сторонами длиной b и a.

Используя формулу для магнитной индукции поля, создаваемого отрезком прямого проводника с током,

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r_0}\cos\alpha,$$

получим:

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I}{a/2}\cos\alpha_1, \quad B_2 = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I}{b/2}\cos\alpha_2. \quad (3)$$

Из рис. 6 следует, что

$$\cos\alpha_1 = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad \text{и} \quad \cos\alpha_2 = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}. \quad (4)$$

Подставив формулы (3) и (4) в равенство (2), после алгебраических преобразований получим:

$$B = \frac{2\mu\mu_0 I}{\pi\sqrt{a^2+b^2}}\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right) = \frac{2\mu\mu_0 I\sqrt{a^2+b^2}}{\pi ab}.$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу магнитной индукции. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы измерений:

$$\frac{\mu_0[\sqrt{a^2}][I]}{[a][b]} = \frac{1\text{Гн/м}\cdot 1\text{м}\cdot 1\text{А}}{1\text{м}\cdot 1\text{м}} = \frac{1\text{Гн}\cdot 1\text{А}}{1\text{м}^2} = \frac{1\text{Вб}}{1\text{м}^2} = \frac{1\text{Тл}\cdot 1\text{м}^2}{1\text{м}^2} = 1\text{Тл};$$

$$B = \frac{2\cdot 1\cdot 4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\cdot 5\sqrt{\left(8\cdot 10^{-2}\right)^2 + \left(1{,}2\cdot 10^{-1}\right)^2}}{3{,}14\cdot 8\cdot 10^{-2}\cdot 1{,}2\cdot 10^{-1}} = 6\cdot 10^{-5}\ \text{Тл} = 60$$

мкТл.

Задача 3

Виток радиусом 3 см, по которому течёт ток силой 5 А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией 20 мТл. Определить работу, совершаемую внешними силами при повороте витка на угол 90° вокруг оси, совпадающей с диаметром витка. Считать, что при повороте витка сила тока в нем поддерживается постоянной.

Дано:	Решение:
R = 3 см = $3\cdot 10^{-2}$м I = 5 А = const B = 20 мТл = $2\cdot 10^{-2}$Тл $\alpha = \frac{\pi}{2}$	На виток с током, помещённый в магнитное поле, действует вращающий момент $M = p_m B\sin\alpha$, где $p_m = IS = I\pi R^2$ – магнитный момент витка; α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.
A = ?	

В начальном положении согласно условию задачи виток свободно установился в магнитном поле, следовательно, $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ совпадают по направлению, т. е. $\alpha = 0$ и $M = 0$. Чтобы повернуть виток на некоторый угол α, внешние силы должны совершить работу против момента сил Ампера, так как он стремится возвратить виток в исходное положение. Так как момент сил переменный и зависит от угла поворота α, то

$$dA = Md\alpha \text{ или } dA = p_m B\sin\alpha\, d\alpha = I\pi R^2 B\sin\alpha\, d\alpha.$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдём работу, совершаемую при повороте витка на конечный угол:

$$A = I\pi R^2 B\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha d\alpha = I\pi \cdot R^2 B(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

(1)

Так как $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_2 = \pi/2$, то

$$A = I\pi R^2 B.$$

(2)

Проверим, даёт ли расчётная формула единицу работы. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы измерений

$$[I][R^2][B] = 1\text{А} \cdot 1\text{м}^2 \cdot 1\text{Тл} = 1\text{А} \cdot 1\text{м}^2 \frac{1\text{Н}}{1\text{м/с} \cdot 1\text{Кл}} =$$

$$= 1\text{Н} \cdot 1\text{м} \frac{1\text{А} \cdot 1\text{с}}{1\text{Кл}} = 1\text{Н} \cdot 1\text{м} = 1\text{Дж}.$$

Произведём вычисления

$$A = 5 \cdot 3{,}14 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 2{,}83 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

Задачу можно решить и другим способом. Работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна

$$A = I(\Phi_1 - \Phi_2),$$

где Φ_1 – магнитный поток, пронизывающий контур до перемещения, Φ_2 – то же после перемещения.

С учётом того, что в однородном магнитном поле $\Phi = BS\cos\alpha$, получим $\Phi_1 = BS\cos 0 = BS$ и $\Phi_2 = BS\cos 90^0 = 0$. Следовательно, $A = IBS = IB\pi R^2$, что совпадает с (2).

Задача 4

Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов 200 В, попал в однородное магнитное поле с индукцией 5 мТл. Вектор скорости направлен под углом 60° к линиям индукции (рис.7). Определить радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться электрон в магнитном поле.

Дано:

U = 200 В

B = 5мТл = $5 \cdot 10^{-3}$ Тл

$\alpha = 60°$

$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

$q = -e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл

R = ? h = ?

Решение:

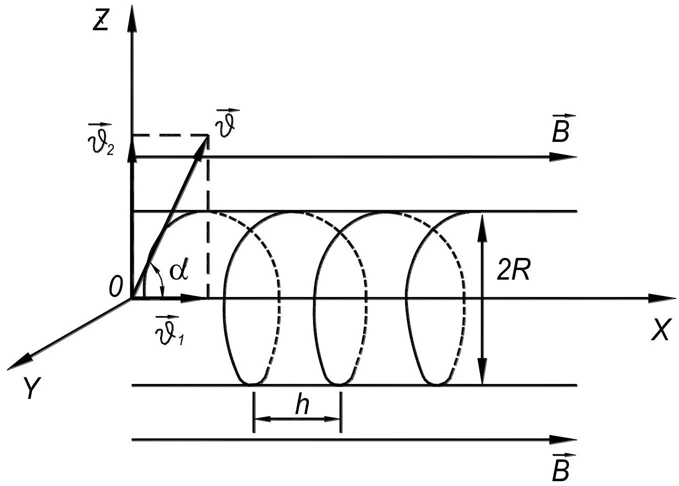


Рис. 7

На электрон, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца

$$\vec{F} = -e\left[\vec{v}\vec{B}\right] \text{ или } F = evB\sin\alpha. \tag{1}$$

Кинетическую энергию $W = mv^2/2$ электрон приобретает за счет работы A сил электрического поля $(A = eU)$, поэтому имеем $mv^2/2 = eU$. Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \tag{2}$$

Разложим вектор скорости $\vec{v}$ на две составляющие: $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. Вектор $\vec{v}_1$ направлен по линиям индукции; $\vec{v}_2$ – перпендикулярно им. Тогда

$$\vec{F} = -e\left[(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)\vec{B}\right] = -e\left[\vec{v}_2\vec{B}\right] \quad \text{или} \quad F = e\vec{v}_2 B, \tag{3}$$

так как $\left[\vec{v}_1 \vec{B}\right] = 0$.

Составляющая скорости $\vec{v}_1$ не изменяется ни по модулю, ни по направлению. Составляющая скорости $\vec{v}_2$ изменяется по направлению, так как сила $\vec{F}$, расположенная в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, сообщает электрону нормальное ускорение $a_n = \vec{v}_2^{\,2}/R$. Следовательно, электрон участвует в двух движениях: равномерном вдоль оси *OX* со скоростью $v_1 = v\cos\alpha$ и равномерном по окружности в плоскости *ZOY* со скоростью $v_2 = v\sin\alpha$, то есть будет двигаться по винтовой линии.

Так как сила Лоренца $\vec{F}$ сообщает электрону нормальное ускорение a_n, то по второму закону Ньютона имеем

$$F = ma_n \text{ или } ev_2 B = \frac{mv_2^2}{R}.$$

Отсюда радиус винтовой линии

$$R = \frac{mv_2}{eB} = \frac{mv\sin\alpha}{eB}. \qquad (4)$$

Учитывая формулу (2), получаем

$$R = \frac{m\sin\alpha}{eB}\sqrt{\frac{2eU}{m}} = \frac{\sin\alpha}{m}\sqrt{\frac{2mU}{e}}.$$

Шаг винтовой линии (смещение вдоль оси OX за время T одного оборота)

$$h = v_1 T = v\cos\alpha T,$$

где $T = 2\pi R/v_2$ – период вращения электрона.

Учитывая формулу (4), получаем

$$T = \frac{2\pi m}{eB}.$$

Следовательно, шаг винтовой линии равен

$$h = \frac{v\cos\alpha 2\pi m}{eB}. \qquad (5)$$

Подставив в выражение (5) формулу для скорости (2), получим:

$$h = \frac{2\pi\cos\alpha}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}.$$

Произведем вычисления:

$$R = \frac{0{,}5}{5\cdot 10^{-3}}\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 200}{1{,}6\cdot 10^{-19}}} = 4{,}77\cdot 10^{-3}\text{ м};$$

$$h = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}865}{5\cdot 10^{-3}}\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 200}{1{,}6\cdot 10^{-19}}} = 5{,}2\cdot 10^{-2}\text{ м.}$$

4.2.4. Электромагнитная индукция

1. Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея):

мгновенное значение ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt};$$

среднее значение ЭДС индукции

$$\langle \varepsilon_i \rangle = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

2. Разность потенциалов на концах прямого проводника, движущегося со скоростью v в однородном магнитном поле

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = Blv\sin\alpha,$$

где l – длина проводника; α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

3. Индуктивность контура

$$L = \frac{\Phi}{I}.$$

Мгновенное значение ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt};$$

среднее значение ЭДС самоиндукции

$$\langle \mathcal{E}_s \rangle = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где $n = N/l$ – число витков N, приходящееся на единицу длины l соленоида; V – объем соленоида.

6. Энергия магнитного поля контура с током

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

7. Объемная плотность энергии магнитного поля

$$w = \frac{BH}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}.$$

Для однородного поля

$$w = \frac{W}{V}.$$

Примеры решения задач

Задача 1

В центре плоской круговой рамки, состоящей из 50 витков радиусом 20 см, находится маленькая рамка, состоящая из 100 витков площадью 1 см^2. Маленькая рамка вращается вокруг одного из диаметров большой рамки с постоянной угловой скоростью 300 рад/с. Найти максимальное значение ЭДС индукции, если в обмотке рамки течет ток силой 10 А.

Дано:	Решение:
$N_1 = 50$	При вращении маленькой рамки непрерывно изменяется угол α между вектором $\vec{B}$ и нормалью к
$N_2 = 100$	
$R = 20$ см $= 0{,}2$ м	

S =1 см^2 = 10^{-4} м^2 ω = 300 рад/с I = 10 А ε_{imax} = ?	плоскости рамки и, следовательно, изменяется магнитный поток Φ, пронизывающий маленькую рамку. В рамке возникает ЭДС индукции, мгновенное значение которой по закону Фарадея равно

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N_2\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (1)$$

где $\Psi = N_2\Phi$ – потокосцепление.

Так как размеры маленькой рамки малы по сравнению с размерами большой рамки, то поле в пределах маленькой рамки можно считать однородным. Магнитную индукцию В этого поля можно выразить через индукцию поля в центре рамки

$$B = N_1\mu\mu_0\frac{I}{2R}. \qquad (2)$$

Для однородного поля магнитный поток, пронизывающий маленькую рамку, равен $\Phi = BS\cos\alpha$. С учетом того, что при вращении рамки с постоянной угловой скоростью мгновенное значение угла $\alpha = \omega t$, получим:

$$\Phi = BS\cos\alpha = BS\cos\omega t.$$

Подставив в формулу (1) выражение для Φ и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = N_2 BS\omega\sin\omega t.$$

Максимальное значение ЭДС индукции равно

$$\varepsilon_{i\max} = N_2 BS\omega.$$

Учитывая формулу (2), получим:

$$\varepsilon_{i\max} = N_1 N_2\mu\mu_0\frac{I}{2R}S\omega.$$

Произведя вычисления, получим:

$$\varepsilon_{i\max} = 50\cdot 100\cdot 1.4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\frac{10}{2\cdot 0{,}2}10^{-4}\cdot 300 = 4{,}7\cdot 10^{-3}\,B.$$

Задача 2

Контур в виде квадрата со стороной 10 см находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,5 мТл, причем его плоскость составляет угол 60° с силовыми линиями поля. Какой заряд протечет по контуру при выключении магнитного поля? Сопротивление контура 1 мОм.

Дано:

a = 10 см = 10^{-1} м

B = 0,5 мТл = $5 \cdot 10^{-4}$ Тл

β = 60°

R = 1 мОм = $1 \cdot 10^{-3}$ Ом.

q = ?

Решение:

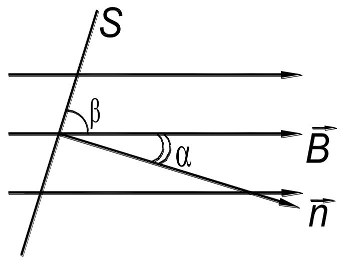


Рис. 8

При выключении магнитного поля магнитный поток Φ, пронизывающий контур, меняется. В контуре возникает ЭДС индукции, мгновенное значение которой по закону Фарадея равно

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Мгновенное значение силы индукционного тока определяется по закону Ома

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}.$$

За время dt по контуру протечет заряд

$$dq = I dt = -\frac{1}{R} d\Phi.$$

Проинтегрировав это выражение, найдем полный заряд:

$$q = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = \frac{1}{R}(\Phi_1 - \Phi_2).$$

Для однородного магнитного поля начальный магнитный поток равен

$$\Phi_1 = BS\cos\alpha,$$

где α – угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью к плоскости контура (рис. 8); $S = a^2$ – площадь контура.

Из рис. 8 видно, что $\alpha = 90^\circ - \beta$. Следовательно, $\cos\alpha = \sin\beta$. Конечный магнитный поток $\Phi_2 = 0$.

Таким образом,

$$q = \frac{BS\sin\beta}{R} = \frac{Ba^2\sin\beta}{R}.$$

Произведя вычисления, получим:

$$q = \frac{5\cdot10^{-4}\cdot0{,}1^2\sqrt{3}}{2\cdot1\cdot10^{-3}} = 4{,}3\cdot10^{-3}\ \text{Кл}.$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу заряда. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы измерений:

$$[q] = \frac{[B][a]^2}{[R]} = \frac{\text{Тл}\cdot\text{м}^2}{\text{Ом}}.$$

Но из закона Ампера $\text{Тл} = \dfrac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}$, а из закона Ома $[R] = \dfrac{В}{А}$. Таким образом, $\dfrac{\text{Тл}\cdot\text{м}^2}{\text{Ом}} = \dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\dfrac{\text{В}}{\text{А}}} = \dfrac{\text{Дж}}{\text{В}}$.

Из определения потенциала $\dfrac{\text{Дж}}{\text{В}} = \text{Кл}$.

Задача 3

Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит 1200 витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока 4 А магнитный поток равен 4 мкВб. Определить индуктивность соленоида и энергию его магнитного поля.

Дано:	Решение:
$N = 1200$	
$I = 4$ А	

Φ = 4 мкВб = $4\cdot10^{-6}$ Вб	Индуктивность L связана с потокосцеплением Ψ и силой тока I соотношением
L - ? W - ?	$$\Psi = LI. \quad (1)$$

В свою очередь, потокосцепление можно найти через поток Φ и число витков N (когда витки плотно прилегают друг к другу):

$$\Psi = N\Phi. \quad (2)$$

Из формул (1) и (2) находим индуктивность соленоида

$$L = \frac{N\Phi}{I}. \quad (3)$$

Энергия магнитного поля соленоида

$$W = \frac{1}{2}LI^2.$$

Выразив L согласно (3), получим:

$$W = \frac{1}{2}N\Phi I.$$

Подставим в формулы значения физических величин и произведем вычисления

$$L = \frac{1{,}2\cdot10^3\cdot6\cdot10^{-6}}{4} = 1{,}8\cdot10^{-3}\ \text{Гн} = 1{,}8\ \text{мГн};$$

$$W = \frac{1}{2}\cdot1{,}2\cdot10^3\cdot6\cdot10^{-6}\cdot4 = 1{,}44\cdot10^{-2}\ \text{Дж} = 14{,}4\ \text{мДж}.$$

Проверим размерность для энергии магнитного поля

$$[W] = [\Phi]\cdot[I] = \text{Вб}\cdot\text{А} = \text{Тл}\cdot\text{м}^2\cdot\text{А}.$$

Из выражения для силы Ампера $F = IBl\sin\alpha$ получим:

$$[B] = \frac{[F]}{[I]\cdot[l]}, \quad \text{т. е.} \quad \text{Тл} = \frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}.$$

Таким образом,

$$\text{Тл}\cdot\text{м}^2\cdot\text{А} = \frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}\cdot\text{м}^2\cdot\text{А} = \text{Н}\cdot\text{м} = \text{Дж}.$$

4.3. Задание на контрольную работу № 3

301. Три одинаковых точечных заряда 50 нКл находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной 6 см. Найти силу, действующую на один из зарядов со стороны двух остальных.

302. На продолжении оси тонкого прямого стержня, равномерно заряженного с линейной плотностью заряда 400 нКл/см, на расстоянии 30 см от конца стержня, находится точечный заряд 20 мкКл. Второй конец стержня уходит в бесконечность. Определить силу взаимодействия стержня и точечного заряда.

303. Четыре одинаковых точечных заряда 20 нКл закреплены в вершинах квадрата со стороной 10 см. Найти силу, действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

304. На продолжении оси тонкого прямого равномерно заряженного стержня длиной 20 см на расстоянии 10 см от его ближайшего конца находится точечный заряд 10 нКл. Определить линейную плотность заряда на стержне, если сила взаимодействия стержня и точечного заряда 6 мкН.

305. Поверхностная плотность заряда бесконечно протяженной вертикальной плоскости 200 мкКл/м^2. К плоскости на нити подвешен заряженный шарик массой 15 г. Определить заряд шарика, если нить образует с плоскостью угол 30^o.

306. Две длинные прямые параллельные нити находятся на расстоянии 10 см друг от друга. На нитях равномерно распределены заряды с линейными плотностями 0,4 и –0,3 нКл/см. Определить напряженность электрического поля в точке, удаленной от первой нити на расстояние 6 см и от второй – на расстояние 8 см.

307. В вершинах правильного шестиугольника со стороной 10 см находятся одинаковые точечные заряды величиной 5 нКл. Найти напряженность и потенциал электростатического поля в центре шестиугольника.

308. Определить напряженность и потенциал электростатического поля, создаваемого зарядом – 3 нКл, равномерно распределенным по тонкому прямому стержню длиной 10 см, в точке, лежащей на продолжении оси стержня на расстоянии 10 см от его конца.

309. Две концентрические металлические заряженные сферы радиусами 5 и 10 см несут соответственно заряды 3 и –1нКл. Найти напряженность и потенциал электростатического поля в точках, лежащих от центра сфер на расстояниях 3, 6 и 12 см. Построить график зависимости напряженности и потенциала от расстояния.

310. Два точечных заряда величиной 1 и –1 нКл находятся на расстоянии 2 см друг от друга. Определить напряженность и потенциал электростатического поля в точке, удаленной от первого и второго заряда на расстояние 3 см.

311. Электростатическое поле создается двумя бесконечными параллельными плоскостями, равномерно заряженными с поверхностными плотностями заряда 0,3 и 0,7 мкКл/м^2. Определить напряженность поля между пластинами и вне пластин. Найти разность потенциалов между пластинами, если расстояние между ними 4 см. Построить график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

312. Решить предыдущую задачу при условии, что заряд второй пластины отрицательный.

313. На расстоянии 2 см от бесконечно длинной равномерно заряженной нити находится точечный заряд 0,4 нКл. Под действием сил поля заряд переместился до расстояния 4 см; при этом совершается работа 0,5 мкДж. Найти линейную плотность заряда нити.

314. Определить работу сил электростатического поля при перемещении точечного заряда –20 нКл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 4 см от поверхности сферы радиусом 1 см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью заряда 3 нКл/см^2.

315. Под действием сил электростатического поля точечный заряд переместился из точки, находящейся на расстоянии 8 см от бесконечно

длинной равномерно заряженной нити в точку, находящуюся на расстоянии 2 см; при этом совершается работа 52 мкДж. Найти величину заряда, если линейная плотность заряда нити 50 нКл/см.

316. Протон влетел в однородное электрическое поле с напряженностью 300 В/см в направлении силовых линий со скоростью 100 км/с. Какой путь должен пройти протон, чтобы его скорость удвоилась?

317. В центре сферы радиусом 30 см находится точечный заряд 10 нКл. Определить поток напряженности через часть сферической поверхности площадью 20 см^2.

318. Прямоугольная плоская площадка со сторонами 3 и 2 см находится на расстоянии 1 м от точечного заряда 2 мкКл. Площадка ориентирована так, что линии напряженности составляют угол 30^o с ее поверхностью. Найти поток напряженности через эту площадку.

319. На некотором расстоянии от бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда 0,5 нКл /см^2 расположена круглая пластинка так, что её плоскость составляет угол 30^o с силовыми линиями электрического поля. Определить поток напряженности и электрического смещения (индукции) через пластинку, если её радиус 10 см.

320. Бесконечная плоскость, равномерно заряженная с поверхностной плотностью заряда 5 нКл/см^2, пересекает сферу по диаметру. Найти поток электрического смещения через сферическую поверхность, если диаметр сферы 4 см.

321. Конденсатор электроёмкостью 0,5 мкФ был заряжен до напряжения 350 В. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до напряжения 500 В, напряжение на нем изменилось до 400 В. Вычислить электроемкость второго конденсатора.

322. Коаксиальный электрический кабель состоит из центральной жилы радиусом 1 см и цилиндрической оболочки радиусом 1,5 см, между которыми находится изоляция. Вывести формулу для емкости такого кабеля и вычислить

электроемкость кабеля длиной 10 м, если изоляционным материалом служит резина.

323. Сферический конденсатор состоит из двух тонких концентрических сферических оболочек радиусом 1,5 и 3 см. В пространстве между оболочками находится диэлектрик с диэлектрической проницаемостью 3,2. Вывести формулу для электроёмкости такого конденсатора и вычислить его электроемкость.

324. Определить поверхностную плотность зарядов на пластинах плоского слюдяного конденсатора, заряженного до разности потенциалов 100 В, если расстояние между его пластинами 0,3 мм.

325. Плоский воздушный конденсатор с площадью пластин 100 см^2 заряжен до разности потенциалов 300 В. Определить поверхностную плотность заряда на пластинах, электроёмкость и энергию поля конденсатора, если напряженность поля в зазоре между пластинами 60 кВ/м.

326. Плоский слюдяной конденсатор, заряженный до разности потенциалов 600 В, обладает энергией 40 мкДж. Площадь пластин составляет 100 см^2. Определить расстояние между пластинами, напряженность и объёмную плотность энергии электрического поля конденсатора.

327. Плоский конденсатор заряжен до разности потенциалов 300 В. Расстояние между пластинами 5 мм, диэлектрик – стекло. Определить напряженность поля в стекле, поверхностную плотность заряда на пластинах и поверхностную плотность связанных поляризационных зарядов на стекле.

328. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено трансформаторным маслом. Расстояние между пластинами 3 мм. Какое напряжение надо подать на пластины этого конденсатора, чтобы поверхностная плотность связанных поляризационных зарядов на масле была 0,62 нКл/см^2?

329. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектрика: слоем слюды толщиной 0,2 мм и слоем парафинированной бумаги толщиной 0,1 мм. Определить напряженность поля

и падение потенциала в каждом из слоев, если разность потенциалов между обкладками конденсатора 220 В.

330. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого 400 $см^2$, заполнен двумя слоями диэлектрика: слоем парафинированной бумаги толщиной 0,2 см и слоем стекла толщиной 0,3 см. Определить разность потенциалов для каждого слоя и электроёмкость конденсатора, если разность потенциалов между его обкладками 600 В.

331. При каком внешнем сопротивлении потребляемая мощность будет максимальна, если два одинаковых источника с ЭДС 6 В и внутренним сопротивлением 1 Ом каждый соединены последовательно? Чему равна эта мощность?

332. Решить предыдущую задачу для случая, когда источники тока соединены параллельно.

333. ЭДС аккумулятора автомобиля 12 В. При силе тока 3 А его КПД 0,8. Определить внутреннее сопротивление аккумулятора.

334. Два одинаковых источника тока соединены в одном случае последовательно, в другом – параллельно и замкнуты на внешнее сопротивление 1 Ом. При каком внутреннем сопротивлении источника тока сила тока во внешней цепи будет в обоих случаях одинакова?

335. В проводнике за время 10 с при равномерном возрастании силы тока от 0 до 2 А выделилось количество теплоты 6 кДж. Найти сопротивление проводника.

336. При замыкании аккумуляторной батареи на резистор сопротивлением 9 Ом в цепи идет ток силой 1 А. Сила тока короткого замыкания равна 10 А. Какую наибольшую полезную мощность может дать батарея?

337. Сила тока в проводнике равномерно увеличивается от нуля до некоторого максимального значения за 20 с. За это время в проводнике выделилось количество теплоты 4 кДж. Определить скорость нарастания тока в проводнике, если его сопротивление 6 Ом.

338. По алюминиевому проводу сечением 0,2 мм^2 течет ток силой 0,3 А. Определить силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля.

339. В медном проводнике площадью поперечного сечения 4 мм^2 и длиной 6 м ежеминутно выделяется количество теплоты 18 Дж. Вычислить напряженность электрического поля, плотность и силу электрического тока в проводнике.

340. Сила тока в проводнике сопротивлением 8 Ом за время 10 секунд равномерно возрастает от нуля до 12 А. Определить количество теплоты, выделившейся за это время в проводнике.

341. Бесконечно длинный провод образует круговой виток, касательный к проводу, по проводу идет ток силой 3 А. Найти радиус витка, если напряженность магнитного поля в центре витка 20 А/м.

342. По двум одинаковым круговым виткам радиусом 6 см, плоскости которых взаимно перпендикулярны, а центры совпадают, текут одинаковые токи силой 3 А. Найти напряженность и индукцию магнитного поля в центре витков.

343. По двум бесконечно длинным параллельным проводам, находящимся на расстоянии 10 см друг от друга в воздухе, текут в одном направлении токи силой 20 и 30 А. Определить индукцию магнитного поля в точке, лежащей на прямой, соединяющей оба провода, и находящейся на расстоянии 2 см от первого провода.

344. Решить предыдущую задачу при условии, что токи в проводниках текут в противоположных направлениях.

345. По двум длинным параллельным проводам, находящимся на расстоянии 4 см в воздухе, текут в одном направлении одинаковые токи силой 5 А. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние 4 см.

346. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в центре проволочной квадратной рамки со стороной 8 см, если по рамке проходит ток силой 3 А.

347. По двум тонким длинным параллельным проводам, расстояние между которыми 10 см, текут в одном направлении токи силой 3 и 2 А. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в точке, удаленной на расстояние 6 см от первого провода и на расстояние 8 см от второго провода, если провода находятся в воздухе.

348. Бесконечно длинный прямой проводник согнут под прямым углом. По проводнику течет ток силой 2 А. Найти напряженность и магнитную индукцию в точке, расположенной на биссектрисе угла на расстоянии 5 см от сторон проводника.

349. По проводу, согнутому в виде правильного шестиугольника с длиной стороны 10 см, течет ток силой 5 А. Найти напряженность и магнитную индукцию в центре шестиугольника.

350. Два бесконечно длинных провода скрещены под прямым углом. Расстояние между проводами равно 10 см. По проводам текут одинаковые токи силой 10 А. Найти индукцию и напряженность магнитного поля в точке, находящейся на середине расстояния между проводами.

351. Прямой провод согнут в виде квадрата со стороной 8 см. Какой силы ток надо пропустить по проводнику, чтобы напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей была 20 А/м?

352. Сила взаимодействия двух параллельных проводов, по которым текут одинаковые токи, равна 1 мН. Найти силу тока в проводах, если расстояние между ними 1 см, а длина каждого провода 1 м.

353. В однородном магнитном поле с индукцией 20 мТл находится прямоугольная рамка длиной 6 см и шириной 2 см, содержащая 100 витков проволоки. Сила тока в рамке 1 А, а плоскость рамки параллельна линиям магнитной индукции. Определить магнитный момент рамки и механический вращающий момент, действующий на рамку.

354. Каким образом надо расположить прямой алюминиевый проводник в однородном горизонтальном магнитном поле с индукцией 50 мТл и какой силы ток надо пропустить по нему, чтобы он находился в равновесии? Плотность алюминия $2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3, а радиус проводника 1 мм.

355. Контур из провода, изогнутый в виде квадрата со стороной 5 см, расположен в одной плоскости с бесконечным прямолинейным проводом с силой тока 4 А так, что его две стороны параллельны проводу. Сила тока в контуре 0,2 А. Определить силу, действующую на контур, если ближайшая к проводу сторона контура находится на расстоянии 5 см.

356. Незакрепленный прямой проводник массой 1 г и длиной 8 см, по которому течет ток, находится в равновесии в горизонтальном однородном магнитном поле с напряженностью 100 кА/м. Определить силу тока в проводнике, если он перпендикулярен линиям индукции поля.

357. Проволочный виток радиусом 10 см, по которому течет ток силой 2 А, величина которого поддерживается неизменной, свободно установился в однородном магнитном поле. При повороте витка относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол 60^0 была совершена работа 20 мкДж. Найти напряженность магнитного поля.

358. Проводник, согнутый в виде квадрата со стороной 8 см, лежит на столе. Квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянули в линию. Определить совершенную при этом работу. Сила тока 0,5 А в проводнике поддерживается неизменной. Вертикальная составляющая напряженности магнитного поля Земли 40 А/м.

359. Проволочное кольцо радиусом 10 см, по которому течет ток силой 1 А, свободно установилось в однородном магнитном поле с индукцией 0,04 Тл. При повороте контура относительно оси, лежащей в плоскости кольца, на некоторый угол была совершена работа 0,157 мДж. Найти угол поворота контура. Считать, что сила тока в контуре поддерживается неизменной.

360. Проволочное кольцо радиусом 5 см лежит на столе. По кольцу течет ток силой 0,2 А. Поддерживая силу тока неизменной, кольцо перевернули с одной стороны на другую. Какая работа была совершена при этом? Вертикальную составляющую напряженности магнитного поля Земли принять равной 40 А/м.

361. В однородном магнитном поле с индукцией 20 мТл равномерно движется прямой проводник длиной 25 см, по которому течет ток силой 0,3 А. Скорость проводника 15 см/с и направлена перпендикулярно силовым линиям поля. Найти работу перемещения проводника за 5 с и мощность, затраченную на перемещение.

362. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона?

363. Протон и электрон, двигаясь с одинаковыми скоростями, влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона?

364. Электрон, ускоренный электрическим полем с разностью потенциалов 300 В, влетает перпендикулярно силовым линиям в однородное магнитное поле и движется по окружности радиусом 10 см. Определить индукцию магнитного поля и период обращения электрона по окружности.

365. Электрон, двигаясь со скоростью 4 Мм/с, влетает под углом 60° к силовым линиям однородного магнитного поля с индукцией 1 мТл. Определить радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться электрон в магнитном поле.

366. В однородное магнитное поле с индукцией 0,1Тл влетает перпендикулярно силовым линиям α- частица с кинетической энергией 400 эВ. Найти силу, действующую на α- частицу, радиус окружности, по которой движется α- частица, и период обращения α- частицы.

367. Протон влетает в однородное магнитное поле под углом 60° к силовым линиям и движется по винтовой линии, радиус которой 1,5 см, индукция магнитного поля 10 мТл. Найти кинетическую энергию протона.

368. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией 0,02 Тл возбуждено электрическое поле с напряженностью 20 кВ/м. Перпендикулярно обоим полям прямолинейно движется заряженная частица. Определить скорость частицы.

369. В однородном магнитном поле с индукцией 0,2 Тл движется протон. Траектория его движения представляет винтовую линию с радиусом 10 см и шагом 60 см. Определить скорость протона.

370. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции движется прямой проводник длиной 60 см. Определить силу Лоренца, действующую на свободный электрон в проводнике, если на его концах возникает разность потенциалов 20 мкВ.

371. Индукция магнитного поля между полюсами двухполюсного генератора 0,8 Тл. Ротор имеет 100 витков площадью 400 см^2. Определить частоту вращения ротора, если максимальное значение ЭДС индукции 200 В .

372. В однородном магнитном поле с индукцией 10 мТл равномерно с частотой 5 оборотов в секунду вращается стержень длиной 40 см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям индукции магнитного поля, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов.

373. Какой силы ток течет через гальванометр, присоединенный к железнодорожным рельсам, расстояние между которыми 152 см, когда к нему со скоростью 72 км/ч приближается поезд? Вертикальную составляющую индукции магнитного поля Земли принять равной 50 мкТл; сопротивление гальванометра 50 Ом.

374. Катушка из 100 витков площадью 15 см^2 вращается в однородном магнитном поле с частотой 5 оборотов в секунду. Ось вращения

перпендикулярна оси катушки и силовым линиям поля. Определить индукцию магнитного поля, если максимальное значение ЭДС индукции, возникающей в катушке, равно 0,25 В.

375. В проволочное кольцо, присоединенное к баллистическому гальванометру, вставили прямой магнит. При этом по цепи прошел заряд 50 мкКл. Определить изменение магнитного потока через кольцо, если сопротивление цепи гальванометра 10 Ом.

376. Тонкий провод сопротивлением 0,2 Ом согнут в виде квадрата со стороной 10 см и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле с индукцией 4 мТл так, что его плоскость перпендикулярна силовым линиям поля. Определить заряд, который протечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

377. Рамка из провода сопротивлением 0,06 Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией 4 мТл. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки 100 см^2. Определить заряд, который потечет по рамке при изменении угла между нормалью к рамке и линиями индукции: 1) от 0 до 45°; 2) от 45° до 90°.

378. Сила тока в соленоиде равномерно возрастает от 0 до 5 А за 10 с, при этом в соленоиде возникает магнитное поле с энергией 100 мДж. Определить среднюю ЭДС самоиндукции, возникающую в соленоиде.

379. Соленоид длиной 30 см и площадью поперечного сечения 10 см^2 с сердечником из немагнитного материала (μ = 1) содержит 600 витков. Определить индуктивность соленоида и среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей при выключении тока в соленоиде, если сила тока уменьшается от 0,8 А до 0 за время 150 мкс.

380. Соленоид сечением 20 см^2 и длиной 40 см с сердечником из немагнитного материала (μ = 1) содержит 800 витков. Найти индуктивность соленоида, полный магнитный поток, сцепленный с соленоидом, и энергию магнитного поля, если по виткам течет ток силой 2 А.