

ПЕРВОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ РОССИИ



«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Кафедра информатики и компьютерных технологий**

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
доцент

А.Б. Маховиков

28 апреля 2018 г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**  
для выполнения курсовой работы по учебной дисциплине

**«ИНФОРМАТИКА»**

**Специальность:** 21.05.02 – «Прикладная геология»

**Специализации:** «Геологическая съёмка, поиски и разведка месторождений  
твёрдых полезных ископаемых», «Геология нефти и газа»

**Разработал:** доцент Овчинникова Е.Н.

*Обсуждены и одобрены на заседании кафедры  
Протокол № 11 от 27 апреля 2018 г.*

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ**  
**2018**

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Построение эмпирических формул методом наименьших квадратов .....	3
Элементы теории корреляции.....	5
Пример решения задачи .....	7
Решение в табличном процессоре MS Excel .....	7
Расчет статистических характеристик .....	9
Построение линии тренда в MS Excel.....	11
Решение задачи в математическом пакете.....	12
Вывод по решению задачи .....	15
Варианты задачи (группа РМ-19-1).....	16
Варианты задачи (группа РМ-19-2).....	19
Варианты задачи (группа ГНГ-19-1) .....	22
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	24

## ВВЕДЕНИЕ

В соответствии с действующим учебным планом, студентам специальности 21.05.02 «Прикладная геология» во втором семестре по дисциплине «Информатика» необходимо выполнить курсовую работу.

Целью курсовой работы «**Построение эмпирических формул в задачах прикладной геологии**» является углубление знаний по информатике, развитие и закрепление навыков работы в табличном процессоре MS Excel, математическом пакете MathCAD (или по выбору), в среде программирования VBA; применение полученных навыков для решения задач из предметной области, связанной с геолого-геофизическими исследованиями.

Отчет по курсовой работе оформляется в виде пояснительной записки. Порядок изложения материала следующий:

- титульный лист;
- лист-задание на курсовую работу;
- аннотация на русском и английском языке;
- оглавление;
- введение;
- теоретические сведения по теме курсовой работы;
- результаты расчетов в табличном процессоре MS Excel с построением линий трендов;
- результаты расчетов в математическом пакете с построением графиков;
- результаты расчетов в среде программирования (по выбору);
- заключение;
- библиографический список.

При выдаче задания на курсовую работу устанавливаются сроки выполнения ее отдельных этапов, прохождение которых контролируется руководителем. Последовательное выполнение курсовой работы способствует формированию навыков проведения любого научного исследования.

Данные методические указания включают краткие теоретические сведения по теме курсовой работы, подробное описание выполнения заданий, варианты заданий для самостоятельного выполнения.

## ПОСТРОЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

При анализе эмпирических данных, часто возникает необходимость найти в явном виде функциональную зависимость между величинами  $x$  и  $y$ , полученными в результате опытных измерений.

При исследовании взаимосвязи между двумя величинами  $x$  и  $y$  производят ряд наблюдений и в результате получают таблицу значений:

$x$	$x_1$	$x_2$	...	$x_i$	...	$x_n$
$y$	$y_1$	$y_2$	...	$y_i$	...	$y_n$

Величины  $x_i$  считаются независимыми и, как правило, задаются исследователем. Значения  $y_i$  получаются в результате эксперимента, и поэтому их называют *эмпирическими* или опытными значениями. Для установления зависимости между величинами  $x$  и  $y$  (аналитический вид ее обычно неизвестен) необходимо решить практически важную задачу – найти эмпирическую формулу этой зависимости:

$$y = f(x; a_1, a_2, \dots, a_m), \quad (1)$$

где  $a_1, a_2, \dots, a_m$  – неизвестные параметры.

Функция (1) обычно выбирается из класса линейных, степенных или показательных функций.

Значения параметров  $a_1, a_2, \dots, a_m$  определяются таким образом, чтобы вычисленные по формуле (1) теоретические значения  $y_i^T = f(x_i; a_1, a_2, \dots, a_m)$  при  $x = x_i$  как можно меньше отличались бы от опытных значений  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Разность  $y_i - y_i^T$  называется *отклонением* или *невязкой* в  $i$ -ой точке. Невязка равна длине отрезка, соединяющего точку  $M_i(x_i, y_i)$  с точкой  $(x_i, y_i^T)$  на графике эмпирической функции. Длина отрезка, обозначенного как  $d_i$ , равна расстоянию по вертикали от точки  $M_i$  до графика эмпирической функции. Геометрический смысл невязки в  $i$ -ой точке показан на рис. 1.

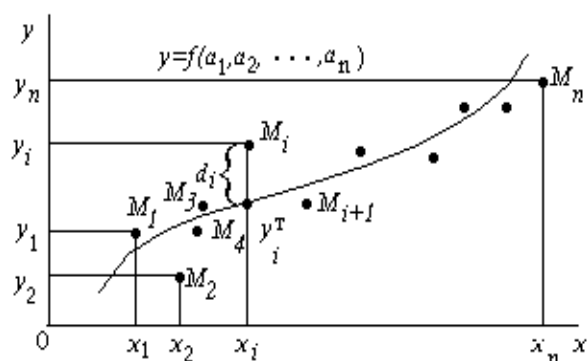


Рисунок 1 – Фактические данные и график эмпирической функции

Согласно **методу наименьших квадратов (МНК)**, наилучшими коэффициентами  $a_1, a_2, \dots, a_m$  считаются те, для которых сумма квадратов отклонений найденной эмпирической функции от заданных значений будет минимальной:

$$S(a_1, a_2, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^n [f(x_i; a_1, a_2, \dots, a_m) - y_i]^2 \rightarrow \min \quad (2)$$

Поясним геометрический смысл метода наименьших квадратов.

Каждая пара чисел  $(x_i, y_i)$  из исходной таблицы определяет точку  $M_i$  на плоскости  $XOY$ . Используя формулу (1) при различных значениях коэффициентов  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , можно построить ряд кривых, которые являются графиками функции (1).

Задача состоит в определении коэффициентов  $a_1, a_2, \dots, a_m$  таким образом, чтобы сумма квадратов расстояний по вертикали от точек  $M_i(x_i, y_i)$  до графика функции (1) была наименьшей (рис.1).

Таким образом, построение эмпирической формулы (1) состоит из двух этапов: выяснение общего вида этой формулы и определение ее наилучших параметров  $a_1, a_2, \dots, a_m$ .

На первом этапе выбирается эмпирическая формула аппроксимирующей функции. В общем случае аппроксимация (от латинского «*approximate*» – «приблизиться») означает приближенное описание эмпирических данных с помощью аналитических формул.

Удачный выбор эмпирической формулы в значительной мере зависит от знаний исследователя в предметной области, используя которые он может правильно выбрать класс теоретической функции (например, линейный, степенной, показательный или др.).

Далее определяются наилучшие значения коэффициентов  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , входящих в эмпирическую формулу. Для этого применяют известные аналитические методы, в частности, метод наименьших квадратов.

Согласно методу наименьших квадратов, для нахождения набора коэффициентов  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , которые доставляют минимум функции  $S$ , определяемой формулой (2), используется необходимое условие экстремума функции нескольких переменных – равенство нулю частных производных. В результате получают систему уравнений для определения коэффициентов  $a_i (i=1, 2, \dots, m)$ :

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 0; \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0; \dots; \frac{\partial S}{\partial a_m} = 0. \quad (3)$$

Таким образом, нахождение коэффициентов  $a_i$  сводится к решению системы (3).

Эта система существенно упрощается, если эмпирическая формула (1) линейна относительно параметров  $a_i$ ; тогда система уравнений (3) преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений.

Конкретный вид системы линейных уравнений для нахождения коэффициентов  $a_i$  зависит от того, из какого класса эмпирических формул мы ищем зависимость (1).

В случае выбора *линейной аппроксимирующей зависимости* вида  $y = a_1 + a_2x$  система (3) примет следующий вид:

$$\begin{cases} a_1 n + a_2 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_1 \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{cases} \quad (4)$$

Данная система линейных уравнений может быть решена любым известным методом (методом обратной матрицы, методом Гаусса, формулами Крамера и др.).

В случае *квадратичной аппроксимирующей зависимости* вида  $y = a_1 + a_2x + a_3x^2$  система (3) примет вид:

$$\begin{cases} a_1 n + a_2 \sum_{i=1}^n x_i + a_3 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_1 \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_3 \sum_{i=1}^n x_i^3 = \sum_{i=1}^n x_i y_i, \\ a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 + a_3 \sum_{i=1}^n x_i^4 = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \end{cases} \quad (5)$$

В случае *экспоненциальной зависимости* аппроксимирующая функция имеет вид:

$$y = a_1 \cdot e^{a_2 x} \quad (6)$$

В этом случае нужно линеаризовать уравнение (6) с помощью логарифмирования, после чего получим соотношение:

$$\ln y = \ln a_1 + a_2 x \quad (7)$$

Обозначим  $\ln y$  и  $\ln a_1$  через  $z$  и  $c$  соответственно, тогда зависимость (6) может быть записана в виде  $z = c + a_2 x$ , что позволяет применить систему (4) для определения параметров  $c$  и  $a_2$ :

$$\begin{cases} nc + a_2 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n z_i \\ c \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i z_i \end{cases} \quad (8)$$

Или, возвращаясь к табличным эмпирическим данным, получим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} nc + a_2 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n \ln y_i \\ c \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i \ln y_i \end{cases} \quad (9)$$

## ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ КОРРЕЛЯЦИИ

График теоретической функциональной зависимости  $y^T(x)$ , полученный по эмпирическим формулам, называется *кривой регрессии*. Для проверки согласия (справедливости) построенной кривой регрессии с результатами эксперимента, как правило, используют следующие числовые характеристики: коэффициент корреляции и коэффициент детерминированности.

**Коэффициент корреляции** является мерой линейной связи между зависимыми случайными величинами. Он показывает, насколько хорошо, в среднем, может быть представлена (вычислена) одна из величин в виде линейной функции от другой.

Коэффициент корреляции вычисляется по формуле:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (10)$$

где  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$  и  $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$  – среднее арифметическое значение по  $x$  и  $y$  соответственно.

Коэффициент корреляции между случайными величинами по абсолютной величине не превосходит единицу. Чем ближе  $|\rho|$  к 1, тем теснее линейная связь между  $x$  и  $y$ , тем более целесообразна аппроксимация таблично заданной функции линейной зависимостью.

Особо подчеркнем, что если  $|\rho|$  существенно меньше 1, то это не означает отсутствие вообще зависимости между параметрами  $x$  и  $y$ . Просто в данном случае линейная аппроксимация не применима, но можно искать аппроксимирующую зависимость среди экспоненциальных, квадратичных и других видов функций.

Вторая числовая характеристика – *коэффициент детерминированности* – позволяет выяснить, насколько точно полученная теоретическая функция описывает взаимосвязь между эмпирическими данными.

Для описания коэффициента детерминированности рассмотрим следующие величины:

$S_{полн} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$  – полная сумма квадратов, где  $\bar{y}$  – среднее значение по  $y$ .

$S_{ост} = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^T)^2$  – остаточная сумма квадратов (характеризует отклонение экспериментальных данных от теоретических).

Коэффициент детерминированности определяется по формуле:

$$R^2 = 1 - \frac{S_{ост}}{S_{полн}} \quad (11)$$

Чем меньше остаточная сумма квадратов  $S_{ост}$  по сравнению с общей суммой квадратов  $S_{полн}$ , тем больше значение коэффициента детерминированности. Если  $R^2$  близок к 1, то уравнение регрессии хорошо описывает фактическую взаимосвязь между экспериментальными данными и может быть использовано в дальнейшем для анализа и расчетов. В противоположном случае, когда коэффициент детерминированности близок к нулю, выбранная эмпирическая формула неудачна, и уравнение регрессии нецелесообразно использовать в качестве аппроксимирующей функции.

## ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

По результатам лабораторных исследований, оценивая характер пространственной изменчивости характеристик грунтов, производится окончательное выделение инженерно-геологических элементов (ИГЭ). При этом необходимо определить: характеристики грунтов в пределах предварительно выделенного ИГЭ изменятся случайным образом, или имеет место их закономерное изменение с глубиной.

В частности, требуется установить тип зависимости (линейный, квадратичный или экспоненциальный) величины сцепления грунта ( $c$ ) от глубины отбора образца ( $h$ ) в пределах предварительно выделенного ИГЭ.

Систематизированные значения характеристик сцепления в точках отбора приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Исходные данные для задачи

Глубина отбора образца $h$ , м	Сцепление $c$ , кг/см <sup>3</sup>
31,0	0,13
32,0	0,139
33,0	0,142
33,5	0,144
34,0	0,145
34,5	0,157
35,0	0,16
36,0	0,158
36,5	0,156
37,0	0,157

## РЕШЕНИЕ В ТАБЛИЧНОМ ПРОЦЕССОРЕ MS EXCEL

Для выявления зависимости величины сцепления  $c$  от значения глубины отбора образца  $h$  аппроксимируем эмпирическую зависимость  $c=f(h)$  последовательно линейной, квадратичной и экспоненциальной функциями.

Введем обозначения независимых и зависимых величин:  $x$  – глубина отбора образца  $h$  (м);  $y$  – сцепление  $c$  (кг/см<sup>3</sup>). Для проведения расчетов данные расположим в виде таблицы (рис. 2), используя средства табличного процессора MS Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	<b>i</b>	<b>x<sub>i</sub></b>	<b>y<sub>i</sub></b>	<b>x<sub>i</sub><sup>2</sup></b>	<b>x<sub>i</sub>·y<sub>i</sub></b>	<b>x<sub>i</sub><sup>3</sup></b>	<b>x<sub>i</sub><sup>4</sup></b>	<b>x<sub>i</sub><sup>2</sup>·y<sub>i</sub></b>	<b>ln(y<sub>i</sub>)</b>	<b>x<sub>i</sub>·ln(y<sub>i</sub>)</b>
2	1	31	0,13	961,00	4,0300	29791,000	923521,000	124,9300	-2,0402	-63,2468
3	2	32	0,139	1024,00	4,4480	32768,000	1048576,000	142,3360	-1,9733	-63,1450
4	3	33	0,142	1089,00	4,6860	35937,000	1185921,000	154,6380	-1,9519	-64,4136
5	4	33,5	0,144	1122,25	4,8240	37595,375	1259445,063	161,6040	-1,9379	-64,9211
6	5	34	0,145	1156,00	4,9300	39304,000	1336336,000	167,6200	-1,9310	-65,6547
7	6	34,5	0,157	1190,25	5,4165	41063,625	1416695,063	186,8693	-1,8515	-63,8771
8	7	35	0,16	1225,00	5,6000	42875,000	1500625,000	196,0000	-1,8326	-64,1404
9	8	36	0,158	1296,00	5,6880	46656,000	1679616,000	204,7680	-1,8452	-66,4258
10	9	36,5	0,156	1332,25	5,6940	48627,125	1774890,063	207,8310	-1,8579	-67,8133
11	10	37	0,157	1369,00	5,8090	50653,000	1874161,000	214,9330	-1,8515	-68,5059
12	<b>сумма</b>	<b>342,5</b>	<b>1,488</b>	<b>11764,75</b>	<b>51,1255</b>	<b>405270,1250</b>	<b>13999786,1875</b>	<b>1761,5293</b>	<b>-19,0731</b>	<b>-652,1436</b>
13		<b>Σx<sub>i</sub></b>	<b>Σy<sub>i</sub></b>	<b>Σx<sub>i</sub><sup>2</sup></b>	<b>Σx<sub>i</sub>y<sub>i</sub></b>	<b>Σx<sub>i</sub><sup>3</sup></b>	<b>Σx<sub>i</sub><sup>4</sup></b>	<b>Σx<sub>i</sub><sup>2</sup>·y<sub>i</sub></b>	<b>Σln(y<sub>i</sub>)</b>	<b>Σx<sub>i</sub>·ln(y<sub>i</sub>)</b>

Рисунок 2 – Фрагмент рабочего листа MS Excel в режиме отображения данных

Пояснения к расчетам:

Шаг 1. В ячейки B2:B11 заносим значения  $x_i$ .

Шаг 2. В ячейки C2:C11 заносим значения  $y_i$ .

- Шаг 3. В ячейку D2 вводим формулу =B5^2.  
 Шаг 4. В ячейку D3:D11 эта формула копируется.  
 Шаг 5. В ячейку E2 вводим формулу =B5\*C5.  
 Шаг 6. В ячейки E3:E11 эта формула копируется.  
 Шаг 7. В ячейку F2 вводим формулу =B5^3.  
 Шаг 8. В ячейку F3:F11 эта формула копируется.  
 Шаг 9. В ячейку G2 вводим формулу =B5^4.  
 Шаг 10. В ячейку G3:G11 эта формула копируется.  
 Шаг 11. В ячейку H2 вводим формулу =B5^2\*C5.  
 Шаг 12. В ячейки H3:H11 эта формула копируется.  
 Шаг 13. В ячейку I2 вводим формулу =LN(C5).  
 Шаг 14. В ячейки I3:I11 эта формула копируется.  
 Шаг 15. В ячейку J2 вводим формулу =B5\*LN(C5).  
 Шаг 16. В ячейки J3:J11 эта формула копируется.

Последующие шаги делаем с помощью автосуммирования  $\Sigma$ :

- Шаг 17. В ячейку B12 вводим формулу =СУММ (B2:B11).  
 Шаг 18. В ячейку C12 вводим формулу =СУММ (C2:C11).  
 Шаг 19. В ячейку D12 вводим формулу =СУММ (D2:D11).  
 Шаг 20. В ячейку E12 вводим формулу =СУММ (E2:E11).  
 Шаг 21. В ячейку F12 вводим формулу =СУММ (F2:F11).  
 Шаг 22. В ячейку G12 вводим формулу =СУММ (G2:G11).  
 Шаг 23. В ячейку H12 вводим формулу =СУММ (H2:H11).  
 Шаг 24. В ячейку I12 вводим формулу =СУММ (I2:I11).  
 Шаг 25. В ячейку J12 вводим формулу =СУММ (J2:J11).

Аппроксимируем функцию  $c=f(h)$  **линейной функцией** вида  $y = a_1 + a_2x$ .

Используя итоговые суммы, находящиеся в ячейках B12, C12, D12, E12 (рис. 2), и учитывая, что количество измерений  $n=10$ , запишем систему (4) в виде:

$$\begin{cases} 10a_1 + 342,5a_2 = 1,488 \\ 342,5a_1 + 11764,75a_2 = 51,1255 \end{cases}$$

Решив систему с помощью обратной матрицы, получим значения коэффициентов линейной аппроксимации:  $a_1 = -0,0133$ ;  $a_2 = 0,0047$  (рис. 3).

15	Матрица А		Столбец В		
16	10	342,5	1,488		
17	342,5	11764,75	51,1255		
18					
19	Обратная матрица			Решение системы	
20	34,4755	-1,00366		a1=	-0,0133
21	-1,00366	0,029304		a2=	0,0047

Рисунок 3 – Фрагмент рабочего листа MS Excel с результатами расчетов коэффициентов линейной аппроксимации

Таким образом, уравнение линейной аппроксимации примет следующий вид:  $y = 0,0047x - 0,0133$ .

Далее аппроксимируем функцию  $c=f(h)$  **квадратичной функцией** вида  $y = a_1 + a_2x + a_3x^2$ .

Используя итоговые суммы, находящиеся в ячейках B12, C12, D12, E12, F12, G12 и H12 (см. рис. 2), запишем систему линейных уравнений (5) в виде:

$$\begin{cases} 10a_1 + 342,5a_2 + 11764,75a_3 = 1,488 \\ 342,5a_1 + 11764,75a_2 + 405270,125a_3 = 51,1255 \\ 11764,75a_1 + 405270,125a_2 + 13999786,1875a_3 = 1761,5293 \end{cases}$$



Решив систему методом обратной матрицы, получим значения коэффициентов квадратичной аппроксимации:  $a_1 = -0,8379$ ;  $a_2 = 0,0532$ ;  $a_3 = -0,00071$  (см. рис. 4).

Пояснения к расчетам:

Шаг 1. В ячейках A25:C27 формируем матрицу коэффициентов А.

Шаг 2. В ячейках D25:D27 формируем столбец коэффициентов В.

Шаг 3. Выделяем ячейки A30:C32 и вводим формулу =МОБР(A30:C32).

Шаг 4. Выделяем ячейки E30:E32 и вводим формулу =МУМНОЖ(A30:C32; D25:D27).

	A	B	C	D	E
24	Матрица А			Столбец В	
25	10	342,5000	11764,75	1,488	
26	342,5	11764,75	405270,1250	51,1255	
27	11764,75	405270,1250	13999786,1875	1761,5293	
28					
29	Обратная матрица			Решение системы	
30	11929,73	-700,705335	10,2590594	a1=	-0,8379
31	-700,7053	41,18709467	-0,603457496	a2=	0,0532
32	10,25906	-0,6034575	0,008847923	a3=	-0,00071

Рисунок 4 – Фрагмент рабочего листа MS Excel с результатами расчетов коэффициентов квадратичной аппроксимации

Таким образом, уравнение квадратичной аппроксимации примет следующий вид:  $y = -0,00071x^2 + 0,0532x - 0,8379$ .

Далее аппроксимируем функцию  $c=f(h)$  экспоненциальной функцией вида  $y = a_1 \cdot e^{a_2 x}$ .

Используя итоговые суммы, находящиеся в ячейках C12, D12, H12, I12 и J12 (см. рис. 2), запишем систему линейных уравнений (9) в виде:

$$\begin{cases} 10c + 342,5a_2 = -19,0731 \\ 342,5c + 11764,75a_2 = -652,1436 \end{cases}$$

где  $c = \ln(a_1)$ .

Решив систему методом обратной матрицы, получим:  $c = -3,0198$ ;  $a_2 = 0,0532$  (см. рис. 5).

После потенцирования получим:  $a_1 = 0,0488$ .

**Примечание.** Для получения искомого значения  $a_1$  в ячейку E42 вводим формулу =EXP(E40).

Таким образом, уравнение экспоненциальной аппроксимации примет следующий вид:  $y = 0,0488e^{0,0325x}$ .

	A	B	C	D	E
35	Матрица А		Столбец В		
36	10	342,5	-19,0731		
37	342,5	11764,75	-652,1436		
38					
39	Обратная матрица		Решение системы		
40	34,47546	-1,003663		c=	-3,0198
41	-1,00366	0,02930403		a2=	0,0325
42				a1=	0,0488

Рисунок 5 – Фрагмент рабочего листа MS Excel с результатами расчетов коэффициентов экспоненциальной аппроксимации

## РАСЧЕТ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Рассчитаем значения коэффициента корреляции  $\rho$  и коэффициента детерминированности  $R^2$  для линейной, квадратичной и экспоненциальной аппроксимации, применяя формулы (10) и (11) соответственно (рис. 6).

	K	L	M	N	O	P
1	$(x_i - x_{cp}) * (y_i - y_{cp})$	$(x_i - x_{cp})^2$	$(y_i - y_{cp})^2$	$(y_i - y_{\text{лин}})^2$	$(y_i - y_{\text{квдр}})^2$	$(y_i - y_{\text{эксн}})^2$
2	0,0611	10,5625	0,0004	0,0000	0,000001	1,29913E-05
3	0,0220	5,0625	0,0001	0,0000	0,000002	9,69517E-07
4	0,0085	1,5625	0,0000	0,0000	0,000006	3,27189E-07
5	0,0036	0,5625	0,0000	0,0000	0,000012	8,21624E-07
6	0,0009	0,0625	0,0000	0,0000	0,000026	5,19424E-06
7	0,0021	0,0625	0,0001	0,0000	0,000022	5,34275E-05
8	0,0084	0,5625	0,0001	0,0001	0,000033	6,17548E-05
9	0,0161	3,0625	0,0001	0,0000	0,000001	6,97879E-07
10	0,0162	5,0625	0,0001	0,0000	0,000003	1,39725E-05
11	0,0226	7,5625	0,0001	0,0000	0,000002	2,86597E-05
12	<b>0,1615</b>	<b>34,1250</b>	<b>0,0009</b>	<b>0,0002</b>	<b>0,0001</b>	<b>0,0002</b>
13			<b>S полн</b>	<b>S ост</b>		
14						
15	x ср.=	34,25		$\rho =$	<b>0,9068</b>	
16	y ср.=	0,1488		$R^2_{\text{лин}} =$	<b>0,8222</b>	
17				$R^2_{\text{квдр}} =$	<b>0,8837</b>	
18				$R^2_{\text{эксн}} =$	<b>0,8076</b>	

Рисунок 6 – Фрагмент рабочего листа MS Excel с результатами расчетов статистических характеристик в режиме отображения данных

Пояснения к расчетам:

Шаг 1. В ячейку K2 вводим формулу  $= (B2 - \$L\$15) * (C2 - \$L\$16)$ .

Шаг 2. В ячейки K2:K11 эта формула копируется.

Шаг 3. В ячейку L2 вводим формулу  $= (B2 - \$L\$15)^2$ .

Шаг 4. В ячейки L2:L11 эта формула копируется.

Шаг 5. В ячейку M2 вводим формулу  $= (C2 - \$L\$16)^2$ .

Шаг 6. В ячейки M2:M11 эта формула копируется.

Шаг 7. В ячейку N2 вводим формулу  $= (C2 - \$E\$20 - \$E\$21 * B2)^2$ .

Шаг 8. В ячейки N2:N11 эта формула копируется.

Шаг 9. В ячейку O2 вводим формулу  $= (\$E\$30 + \$E\$31 * B2 + \$E\$32 * B2^2 - C2)^2$ .

Шаг 10. В ячейки O2:O11 эта формула копируется.

Шаг 11. В ячейку P2 вводим формулу

$= (\$E\$42 * \text{EXP}(B2 * \$E\$41) - C2)^2$ .

Шаг 12. В ячейки P2:P11 эта формула копируется.

Последующие шаги делаем с помощью автосуммирования:

Шаг 13. В ячейку K12 вводим формулу  $= \text{СУММ}(K2:K11)$ .

Шаг 14. В ячейку L12 вводим формулу  $= \text{СУММ}(L2:L11)$ .

Шаг 15. В ячейку M12 вводим формулу  $= \text{СУММ}(M2:M11)$ .

Шаг 16. В ячейку N12 вводим формулу  $= \text{СУММ}(N2:N11)$ .

Шаг 17. В ячейку O12 вводим формулу  $= \text{СУММ}(O2:O11)$ .

Шаг 18. В ячейку P12 вводим формулу  $= \text{СУММ}(P2:P11)$ .

Далее вычислим значения коэффициента корреляции и коэффициента детерминированности по формулам (10), (11):

Шаг 19. В ячейку O15 вводим формулу  $= K12 / (L12^{(1/2)} * M12^{(1/2)})$ .

Шаг 20. В ячейку O16 вводим формулу  $= 1 - N12 / M12$ .

Шаг 21. В ячейку O17 вводим формулу  $= 1 - O12 / M12$ .

Шаг 22. В ячейку O18 вводим формулу  $= 1 - P12 / M12$ .

Анализ статистических характеристик показывает, что **квадратичная аппроксимация** имеет самый высокий коэффициент детерминированности  $R^2$  (**0,8837**).

Следовательно, за аппроксимирующую функцию, отражающую зависимость сцепления грунта ( $c$ ) от глубины отбора образца ( $h$ ) в пределах предварительно выделенного ИГЭ, следует принять функцию вида:  $c(h) = -0,00071h^2 + 0,0532h - 0,8379$ .

## ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ТРЕНДА В MS EXCEL

Представим результаты расчетов, полученные выше, графически: исследуем характер зависимости  $x$  и  $y$  с помощью построения линий тренда в MS Excel (рис. 7 - 9).

Для этого необходимо:

- 1) Построить график зависимости  $y(x)$
- 2) Построить линию тренда
- 3) Получить числовые характеристики коэффициентов уравнения

### 1) Построение графика зависимости $y(x)$

1. Выделим диапазон ячеек B2:C11.
2. Выполним команду **Вставка - Диаграммы**.
3. Выберем тип диаграммы – **точечная**.
4. Далее выберем шаблон диаграммы с заголовком и подписями осей; в окне “Название диаграммы” введем заголовок “Зависимость  $c=f(h)$ ”; в окне “Категорий[X]” введем “ $h$ ”; в окне “Значений[Y]” введем “ $c$ ”.

### 2) Построение линии тренда

1. Дважды щелкнем по диаграмме. Диаграмма активизируется.
2. Щелкнем по графику непосредственно по одной из изображаемых точек.
3. Добавим линию тренда: воспользуемся меню Вставка/Линия тренда.
4. Выберем на вкладке “Тип” линейный тип и перейдем к вкладке “Параметры”.
5. На вкладке “Параметры” потребуем показывать уравнение тренда на диаграмме и показывать значение  $R^2$ . Нажмем кнопку ОК (рис. 7).

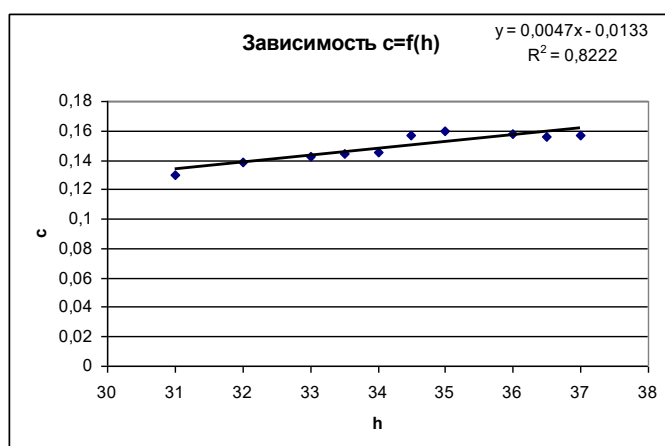


Рисунок 7 – Исходные точки и линия тренда  $c=f(h)$  для линейной аппроксимации

Еще раз построим график  $y(x)$ . Для построения квадратичного тренда на четвертом шаге построения линии тренда в диалоговом окне “Линия тренда” на вкладке “Тип” выберем полиномиальный тип, степень 2. Результат представлен на рисунке 8.

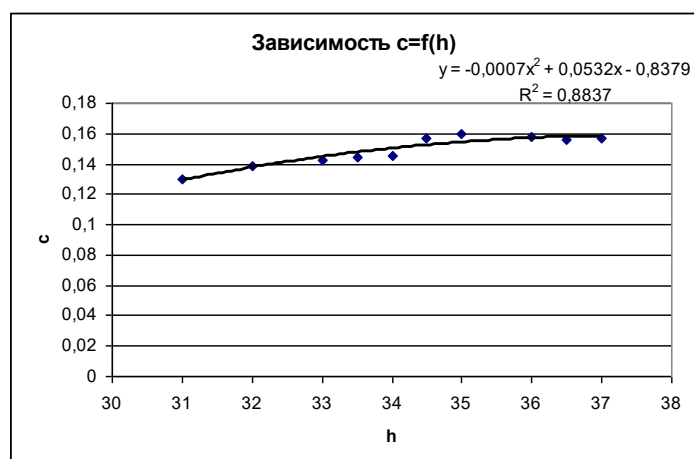


Рисунок 8 – Исходные точки и линия тренда  $c=f(h)$  для квадратичной аппроксимации

Еще раз построим график  $y(x)$ . Для построения экспоненциального тренда на четвертом шаге построения линии тренда в диалоговом окне “Линия тренда” на вкладке “Тип” выберем экспоненциальный тип. Результат представлен на рисунке 9.

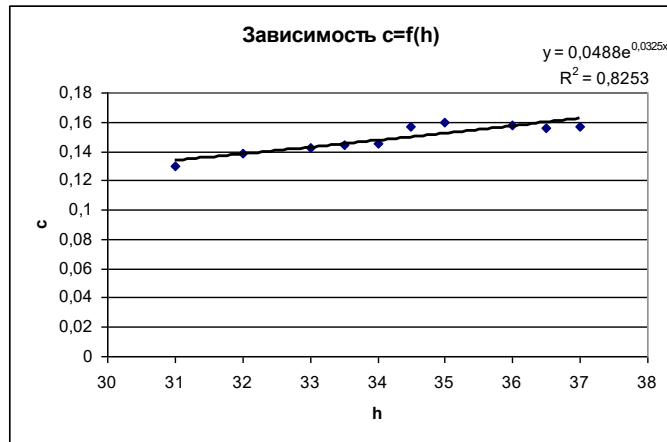


Рисунок 9 – Исходные точки и линия тренда  $c=f(h)$  для экспоненциальной аппроксимации

Полученные коэффициенты уравнения для линий тренда полностью совпадают с коэффициентами, рассчитанными по методу наименьших квадратов с помощью матричных функций MS Excel.

Следовательно, зависимость  $c=f(h)$  может быть описана квадратичной функцией:  $c(h) = -0,00071h^2 + 0,0532h - 0,8379$ .

**Примечание.** Значение коэффициента детерминированности для экспоненциальной аппроксимации, вычисленное по формулам теории корреляции ( $R^2 = 0,8076$ ) не совпало с величиной достоверности аппроксимации, полученной при построении экспоненциального тренда ( $R^2 = 0,8253$ ), поскольку пакет MS Excel использует линеаризованные значения степенной (экспоненциальной) функции.

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПАКЕТЕ

На рис. 10 - 12 приведено решение задачи и графическое представление результатов расчетов в математическом пакете.

Сначала вводим исходные данные (рис.10).

**Линейная регрессия** в системе MathCAD выполняется по векторам аргумента  $X$  и  $Y$  с применением встроенной функции *line* ( $x,y$ ).

Полученные значения коэффициентов используются в уравнении линейной регрессии  $f(x)=a_1+a_2x$ .

Функция *corr*( $x,y(x)$ ) – вычисляет коэффициент корреляции Пирсона. Чем она ближе к 1, тем точнее обрабатываемые данные соответствуют линейной зависимости.

Вычислив параметры линейной регрессии, строим графики исходной функции  $y$  и функции линейной регрессии  $f(x)$  (рис. 10).

Далее вычисляем значение коэффициента детерминированности.

Одномерная **полиномиальная регрессия** с произвольной степенью  $n$  полинома и с произвольными координатами отсчетов в MathCAD выполняется функцией *regress*( $X,Y,n$ ), которая вычисляет вектор  $S$ , в составе которого находятся коэффициенты  $a_i$  полинома  $n$ -ой степени.

Значения коэффициентов могут быть извлечены из вектора  $S$  функцией *submatrix*( $S,3,length(S)-1,0,0$ ).

Полученные значения коэффициентов используются в уравнении регрессии  $f(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2$ .

Вычислив параметры квадратичной регрессии, строим графики исходной функции  $y$  и функции квадратичной регрессии  $f(x)$ . Далее вычисляем значение коэффициента детерминированности (см. рис. 11).

На рис. 12 показаны результаты расчетов для экспоненциальной регрессии с применением функции *line*.

$$x := \begin{pmatrix} 31 \\ 32 \\ 33 \\ 33.5 \\ 34 \\ 34.5 \\ 35 \\ 36 \\ 36.5 \\ 37 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 0.13 \\ 0.139 \\ 0.142 \\ 0.144 \\ 0.145 \\ 0.157 \\ 0.16 \\ 0.158 \\ 0.156 \\ 0.157 \end{pmatrix}$$

**Аппроксимация линейной функцией**

$$a := \text{line}(x, y) \quad a = \begin{pmatrix} -0.013292 \\ 0.004733 \end{pmatrix}$$

**Коэффициенты линейной аппроксимации:**

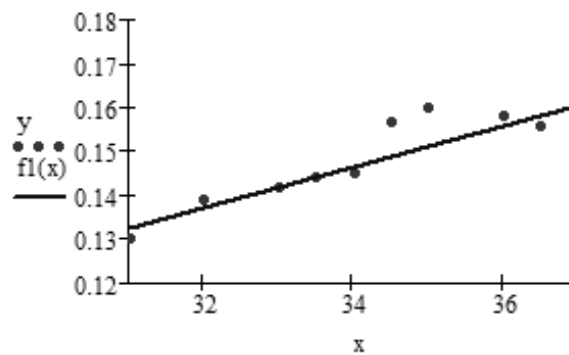
$$a1 := -0.013292 \quad a2 := 0.004733$$

**Уравнение линейной функции:**

$$f1(x) := 0.0047 \cdot x - 0.0133$$

**Коэффициент корреляции:**

$$\text{corr}(x, y) = 0.9068$$



**Коэффициент детерминированности:**  $1 - \frac{\sum [y - (a1 + a2 \cdot x)]^2}{\sum (y - \text{mean}(y))^2} = 0.8222$

Рисунок 10 – Аппроксимация линейной функцией

## Аппроксимация квадратичной функцией

$s := \text{regress}(x, y, 2)$

$a := \text{submatrix}(s, 3, \text{length}(s) - 1, 0, 0)$

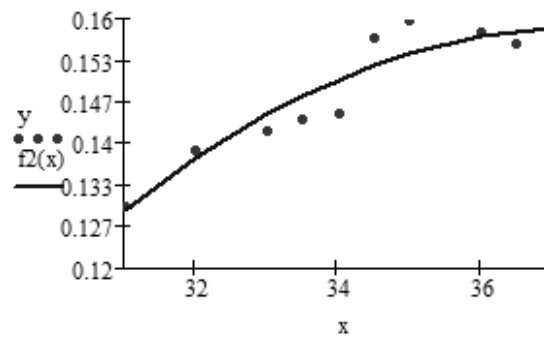
$$a = \begin{pmatrix} -0.83794 \\ 0.05324 \\ -0.000711 \end{pmatrix}$$

Коэффициенты квадратичной аппроксимации:

$a1 := -0.83794$      $a2 := 0.05324$      $a3 := -0.000711$

Уравнение квадратичной функции:

$$f2(x) := -0.000711 \cdot x^2 + 0.05324 \cdot x - 0.83794$$



Коэффициент детерминированности:

$$1 - \frac{\sum [(a1 + a2 \cdot x + a3 \cdot x^2) - y]^2}{\sum (y - \text{mean}(y))^2} = 0.883$$

Рисунок 11 – Аппроксимация квадратичной функцией

### Аппроксимация экспоненциальной функцией

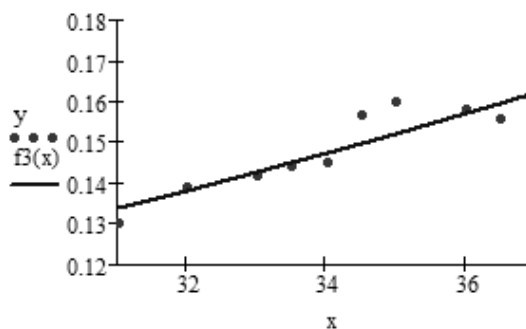
$$a := \text{line}(x, \ln(y)) \quad a = \begin{pmatrix} -3.01982 \\ 0.032482 \end{pmatrix}$$

Коэффициенты экспоненциальной аппроксимации:

$$a1 := e^{a_0} \quad a1 = 0.0488 \quad a2 := 0.0325$$

Уравнение экспоненциальной функции:

$$f3(x) := 0.0488 \cdot e^{0.0325 \cdot x}$$



Коэффициент детерминированности:

$$1 - \frac{\sum (a1 \cdot e^{a2 \cdot x} - y)^2}{\sum (y - \text{mean}(y))^2} = 0.8076$$

Рисунок 12 – Аппроксимация экспоненциальной функцией

### ВЫВОД ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Сравнивая результаты расчетов, полученных средствами табличного процессора MS Excel и математического пакета, видим, что они практически совпадают. Пренебрежительно малые расхождения обусловлены тем, что математический пакет округляет значения, в то время как MS Excel вычисляет точно.

Учитывая высокое значение коэффициента детерминированности для квадратичной аппроксимации ( $R^2=0,8837$ ), за аппроксимирующую функцию, отражающую зависимость сцепления грунта ( $c$ ) от глубины отбора образца ( $h$ ), следует принять квадратичную функцию вида:  $c(h) = -0,00071h^2 + 0,0532h - 0,8379$ .

### ВАРИАНТЫ ЗАДАЧИ (ГРУППА РМ-19-1)

Требуется установить тип зависимости (линейный, квадратичный или экспоненциальный) различных характеристик грунтов от глубины отбора образца ( $h$ ) в пределах предварительно выделенного ИГЭ.

Вариант №1		Вариант 2		Вариант 3	
Глубина отбора образца $h$ , м	Естественная плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	Глубина отбора образца $h$ , м	Естественная плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	Глубина отбора образца $h$ , м	Естественная плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>
15,5	2,03	4	2,05	12	1,95
16	2,02	4,2	2,06	12,4	1,98
17	2,04	5	2,07	13	1,97
17,5	2,05	7	2,09	13,5	1,96
18	2,06	8	2,08	14	1,97
18,5	2,08	8,4	2,1	14,5	1,99
19	2,07	9	2,12	15	2,02
19,5	2,09	10	2,11	15,5	2,05
20	2,1	10,5	2,13	16	2,04
20,5	2,09	11	2,12	16,5	2,07
Вариант 4		Вариант 5		Вариант 6	
Глубина отбора образца $h$ , м	Сцепление $c$ , кг/см <sup>2</sup>	Глубина отбора образца $h$ , м	Показатель консистенции $I_L$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Показатель консистенции $I_L$ , д.е.
20	0,428	1	0,64	4	0,11
21	0,43	1,5	0,58	4,2	0,14
23	0,429	2	0,54	5	0,2
23,5	0,444	2,5	0,72	7	0,15
24	0,45	3	0,6	8	0,23
25	0,488	3,5	0,67	8,4	0,28
26	0,49	4	0,7	9	0,3
27	0,501	4,5	0,71	10	0,33
28	0,509	5	0,73	10,5	0,34
29	0,514	5,5	0,75	11	0,37



Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9	
Глубина отбора образца $h$ , м	Показатель консистенции $I_L$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Сцепление $c$ , кг/см <sup>2</sup>	Глубина отбора образца $h$ , м	Коэффициент пористости $e$ , д.е.
12	0,06	21	0,13	3	1,05
12,4	0,21	22	0,139	4	0,99
13	0,22	23	0,142	4,1	0,98
13,5	0,33	23,5	0,144	5	0,95
14	0,29	24	0,145	6	0,97
14,5	0,36	24,5	0,157	6,5	0,96
15	0,4	25	0,16	7	0,92
15,5	0,44	26	0,158	7,2	0,94
16	0,43	27	0,16	7,5	0,97
16,5	0,47	28	0,162	8	1,01

Вариант 10		Вариант 11		Вариант 12	
Глубина отбора образца $h$ , м	Коэффициент пористости $e$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Коэффициент пористости $e$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Сцепление $c$ , кг/см <sup>2</sup>
11	0,49	20	0,53	10	0,328
13	0,46	21	0,51	11	0,33
13,2	0,43	23	0,49	13	0,329
14	0,45	23,5	0,5	13,5	0,333
14,6	0,48	24	0,48	14	0,35
14,9	0,47	25	0,44	15	0,388
16	0,42	26	0,47	16	0,39
17,2	0,44	27	0,46	17	0,401
17,5	0,48	28	0,49	18	0,409
17,9	0,51	29	0,51	19	0,413

Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15	
Глубина отбора образца $h$ , м	Влажность $W$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Влажность $W$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Влажность $W$ , д.е.
31	0,27	1,8	0,35	1	0,29
32	0,25	2,8	0,34	1,8	0,27
33	0,21	3	0,33	2	0,26
33,5	0,22	3,8	0,31	2,4	0,25
34	0,2	4	0,3	2,6	0,22
34,5	0,19	5	0,29	3,1	0,2
35	0,17	5,8	0,27	3,6	0,21
36	0,16	6	0,26	4	0,17
37	0,14	6,5	0,24	4,3	0,15
38	0,11	6,8	0,21	4,7	0,11
Вариант 16		Вариант 17		Вариант 18	
Глубина отбора образца $h$ , м	Влажность $W$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Сцепление $c$ , кг/см <sup>2</sup>	Глубина отбора образца $h$ , м	Сцепление $c$ , кг/см <sup>2</sup>
4,8	0,31	3	0,07	11	0,031
5	0,3	4	0,071	13	0,04
5,8	0,28	4,1	0,072	13,2	0,041
6,1	0,29	5	0,075	14	0,045
6,8	0,27	6	0,08	14,6	0,046
7	0,26	6,5	0,097	14,9	0,047
9	0,25	7	0,1	16	0,05
9,8	0,24	7,2	0,11	17,2	0,049
10	0,22	7,5	0,115	17,5	0,052
10,3	0,2	7,9	0,12	17,7	0,055

Вариант 19		Вариант 20		Вариант 21	
Глубина отбора образца $h$ , м	Сцепление $c$ , кг/см <sup>2</sup>	Глубина отбора образца $h$ , м	Сцепление $c$ , кг/см <sup>2</sup>	Глубина отбора образца $h$ , м	Сцепление $c$ , кг/см <sup>2</sup>
21	0,13	20	0,428	10	0,328
22	0,139	21	0,43	11	0,33
23	0,142	23	0,429	13	0,329
23,5	0,144	23,5	0,444	13,5	0,333
24	0,145	24	0,45	14	0,35
24,5	0,157	25	0,488	15	0,388
25	0,16	26	0,49	16	0,39
26	0,158	27	0,501	17	0,401
27	0,16	28	0,509	18	0,409
28	0,162	29	0,514	19	0,413

### ВАРИАНТЫ ЗАДАЧИ (ГРУППА РМ-19-2)

Требуется установить тип зависимости (линейный, квадратичный или экспоненциальный) различных характеристик грунтов от глубины отбора образца ( $h$ ) в пределах предварительно выделенного ИГЭ.

Вариант №1		Вариант 2		Вариант 3	
Глубина отбора образца $h$ , м	Естественная плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	Глубина отбора образца $h$ , м	Естественная плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	Глубина отбора образца $h$ , м	Естественная плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>
1	2,03	4	1,95	12	2,05
1,5	2,02	4,2	1,98	12,4	2,06
2	2,04	5	1,97	13	2,07
2,5	2,05	7	1,96	13,5	2,09
3	2,06	8	1,97	14	2,08
3,5	2,08	8,4	1,99	14,5	2,1
4	2,07	9	2,02	15	2,12
4,5	2,09	10	2,05	15,5	2,11
5	2,1	10,5	2,04	16	2,13
5,5	2,09	11	2,07	16,5	2,12

Вариант 4		Вариант 5		Вариант 6	
Глубина отбора образца $h$ , м	Естественная плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	Глубина отбора образца $h$ , м	Показатель консистенции $I_L$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Показатель консистенции $I_L$ , д.е.
15,5	2,05	1	0,11	4	0,64
16	2,06	1,5	0,14	4,2	0,58
17	2,09	2	0,2	5	0,54
17,5	2,1	2,5	0,15	7	0,72
18	2,08	3	0,23	8	0,6
18,5	2,11	3,5	0,28	8,4	0,67
19	2,12	4	0,3	9	0,7
19,5	2,13	4,5	0,33	10	0,71
20	2,12	5	0,34	10,5	0,73
20,5	2,14	5,5	0,37	11	0,75

Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9	
Глубина отбора образца $h$ , м	Показатель консистенции $I_L$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Показатель консистенции $I_L$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Коэффициент пористости $e$ , д.е.
12	0,2	15,5	0,06	3	1,05
12,4	0,3	16	0,21	4	0,99
13	0,34	17	0,22	4,1	0,98
13,5	0,33	17,5	0,33	5	0,95
14	0,4	18	0,29	6	0,97
14,5	0,44	18,5	0,36	6,5	0,96
15	0,43	19	0,4	7	0,92
15,5	0,37	19,5	0,44	7,2	0,94
16	0,44	20	0,43	7,5	0,97
16,5	0,46	20,5	0,47	8	1,01

Вариант 10		Вариант 11		Вариант 12	
Глубина отбора образца $h$ , м	Коэффициент пористости $e$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Коэффициент пористости $e$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Коэффициент пористости $e$ , д.е.
11	0,53	20	0,49	31	0,49
13	0,51	21	0,46	32	0,47
13,2	0,49	23	0,43	33	0,44
14	0,5	23,5	0,45	33,5	0,45
14,6	0,48	24	0,48	34	0,42
14,9	0,44	25	0,47	34,5	0,43
16	0,47	26	0,42	35	0,41
17,2	0,46	27	0,44	36	0,4
17,5	0,49	28	0,48	36,4	0,38
17,9	0,51	29	0,51	36,9	0,37
Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15	
Глубина отбора образца $h$ , м	Влажность $W$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Влажность $W$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Влажность $W$ , д.е.
31	0,35	1,8	0,27	1	0,31
32	0,34	2,8	0,25	1,8	0,3
33	0,33	3	0,21	2	0,28
33,5	0,31	3,8	0,22	2,4	0,29
34	0,3	4	0,2	2,6	0,27
34,5	0,29	5	0,19	3,1	0,26
35	0,27	5,8	0,17	3,6	0,25
36	0,26	6	0,16	4	0,24
37	0,24	6,5	0,14	4,3	0,22
38	0,21	6,8	0,11	4,7	0,2

Вариант 16		Вариант 17		Вариант 18	
Глубина отбора образца $h$ , м	Влажность $W$ , д.е.	Глубина отбора образца $h$ , м	Сцепление $c$ , кг/см <sup>2</sup>	Глубина отбора образца $h$ , м	Сцепление $c$ , кг/см <sup>2</sup>
4,8	0,29	3	0,031	11	0,07
5	0,27	4	0,04	13	0,071
5,8	0,26	4,1	0,041	13,2	0,072
6,1	0,25	5	0,045	14	0,075
6,8	0,22	6	0,046	14,6	0,08
7	0,2	6,5	0,047	14,9	0,097
9	0,21	7	0,05	16	0,1
9,8	0,17	7,2	0,049	17,2	0,11
10	0,15	7,5	0,052	17,5	0,115
10,3	0,11	7,9	0,055	17,7	0,12

Вариант 19	
Глубина отбора образца $h$ , м	Сцепление $c$ , кг/см <sup>2</sup>
10	0,328
11	0,33
13	0,329
13,5	0,333
14	0,35
15	0,388
16	0,39
17	0,401
18	0,409
19	0,413

### ВАРИАНТЫ ЗАДАЧИ (ГРУППА ГНГ-19-1)

В ходе исследований была выполнена серия расчетов устойчивости подтопленного откоса ( $\eta$ ) при различных уровнях заполнения водохранилища ( $h$ ).

Требуется установить тип зависимости (линейный, квадратичный или экспоненциальный) различных характеристик грунтов от глубины отбора образца ( $h$ ) в пределах предварительно выделенного ИГЭ.

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3	
Уровень воды $h$ , м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$	Уровень воды $h$ , м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$	Уровень воды $h$ , м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$
5	1,76	5	1,47	1	1,49
10	1,71	6	1,4	3	1,43
12,5	1,6	7	1,35	5	1,36
15	1,51	8	1,24	7	1,22
17,5	1,42	9	1,18	9	1,18
20	1,23	10	1,14	11	1,14
22,5	1,11	11	1,11	13	1,1
25	1,03	12	1,01	15	1
Вариант 4		Вариант 5		Вариант 6	
Уровень воды $h$ , м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$	Уровень воды $h$ , м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$	Уровень воды $h$ , м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$
2	1,69	1	1,69	5	1,41
2	1,58	5	1,57	10	1,4
2,5	1,47	10	1,45	12,5	1,36
3	1,44	15	1,4	15	1,27
3,5	1,38	20	1,37	17,5	1,2
4	1,18	25	1,17	20	1,13
4,5	1,09	30	1,09	22,5	1,03
5	1,04	35	1,01	25	1
Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9	
Уровень воды $h$ , м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$	Уровень воды $h$ , м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$	Уровень воды $h$ , м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$
1	1,41	5,3	1,86	1,1	1,51
1,5	1,4	10,2	1,74	4,9	1,45
2	1,36	12,5	1,62	9,8	1,36
2,5	1,27	15,4	1,51	14,7	1,23
3	1,2	17,5	1,42	19,5	1,18
3,5	1,13	20,1	1,21	24,4	1,14
4	1,03	22,5	1,11	29	1,11
4,5	1	25,6	1,03	34	1
Вариант 10		Вариант 11		Вариант 12	
Уровень воды $h$ , м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$	Уровень воды $h$ , м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$	Уровень воды $h$ , м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$
5,6	1,48	0,9	1,51	0,9	1,48
6,4	1,41	2,7	1,45	2,7	1,41
7,3	1,36	4,9	1,36	4,9	1,36
8,1	1,25	6,8	1,23	6,8	1,25
9,1	1,17	8,7	1,18	8,7	1,17
10,2	1,15	10,5	1,14	10,5	1,15
11,1	1,13	12,8	1,11	12,8	1,13
12,6	1,01	14,2	1	14,2	1,01

Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15	
Уровень воды h, м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$	Уровень воды h, м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$	Уровень воды h, м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$
1,1	1,68	1	1,41	5,3	1,41
4,9	1,56	1,5	1,4	10,2	1,4
9,8	1,46	2	1,36	12,5	1,36
14,7	1,42	2,5	1,27	15,4	1,27
19,5	1,37	3	1,2	17,5	1,2
24,4	1,17	3,5	1,13	20,1	1,13
29	1,09	4	1,03	22,5	1,03
34	1,02	4,5	1	25,6	1
Вариант 16		Вариант 17		Вариант 18	
Уровень воды h, м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$	Уровень воды h, м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$	Уровень воды h, м	Коэффициент запаса устойчивости $\eta$
5	1,76	1	1,47	5,6	1,86
6	1,71	3	1,4	6,4	1,74
7	1,6	5	1,35	7,3	1,62
8	1,51	7	1,24	8,1	1,51
9	1,42	9	1,18	9,1	1,42
10	1,23	11	1,14	10,2	1,21
11	1,11	13	1,11	11,1	1,11
12	1,03	15	1,01	12,6	1,03

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Бондарик Г.К.* Инженерно-геологические изыскания: учебник для вузов / Г.К. Бондарик, Л.А. Ярг. – М.: КДУ, 2008, 424 с.
2. ГОСТ 20522-2012. Грунты. Методы статистической обработки результатов испытаний.
3. *Демидович Б.П.* Численные методы анализа: Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович, И.А. Марон Э.З. Шувалова. – Изд. 4-е, стереотип.: Лань, 2008, 400 с.
4. *Дмитриев В.В.* Методы и качество лабораторного изучения грунтов: учебное пособие / В.В. Дмитриев, Л.А. Ярг. – М.: КДУ, 2008, 542 с.
5. Инженерная геодинамика: учебник/ Г.К. Бондарик, В.В. Пендин, Л.А. Ярг. – М.: Книжный дом «Университет», 2009, 440 с.
6. Информатика: Построение эмпирических формул в задачах прикладной геологии. Методические указания к выполнению курсовой работы / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: В.В. Беляев, Е.Н. Овчинникова. СПб, 2017. 39 с.
7. *Макаров Е.Г.* MathCAD: Учебный курс. – СПб.: Питер, 2009, 384 с.
8. *Сергеев А.П.* Microsoft Office 2010. Самоучитель. – М.: Вильямс, 2010, 624 с.