

Лабораторная работа № 4.

Тема: Предметных задачи, описывающие реальный объект, решение которых сводится к решению нелинейных уравнений в MathCad

Цель: Выработать практические навыки решения прикладных задач в MathCad

Благодаря встроенным функциям `root`, `Find` и `Minerr` система MathCAD обеспечивает получение готового решения уравнений без составления программы. Однако не во всех случаях результат может оказаться верным, даже при отсутствии видимых ошибок. Ниже рассматриваются примеры решения задач в MathCAD, обсуждаются вычислительные проблемы и способы их преодоления.

MathCAD освобождает пользователя от необходимости программирования алгоритма решения уравнений. Однако основной принцип работы в MathCAD – решение без программирования – имеет помимо очевидных достоинств и обратную сторону: неуверенность в результате вычислений. Эта неуверенность объясняется тем, что процесс решения скрыт от пользователя и не может быть проконтролирован непосредственно. Примеры вычислений с ошибочным результатом приведены ниже.

Зададим функцию, содержащую гиперболические синус и косинус: $f(x) = \text{sh}(x) / (\text{ch}(x))^2$. График этой функции в интервале $-8 < x < 8$ представлен на рис. 14, а.

Корнем этой функции является $x = 0$. Слева и справа от этой точки $f(x)$ имеет минимум и максимум, а при удалении от начала координат $f(x)$ приближается к нулю. С формальной точки зрения решение уравнения $f(x) = 0$ не должно вызывать проблем, поскольку функция не содержит разрывов и имеет один корень во всей области определения неизвестного $-\infty < x < +\infty$.

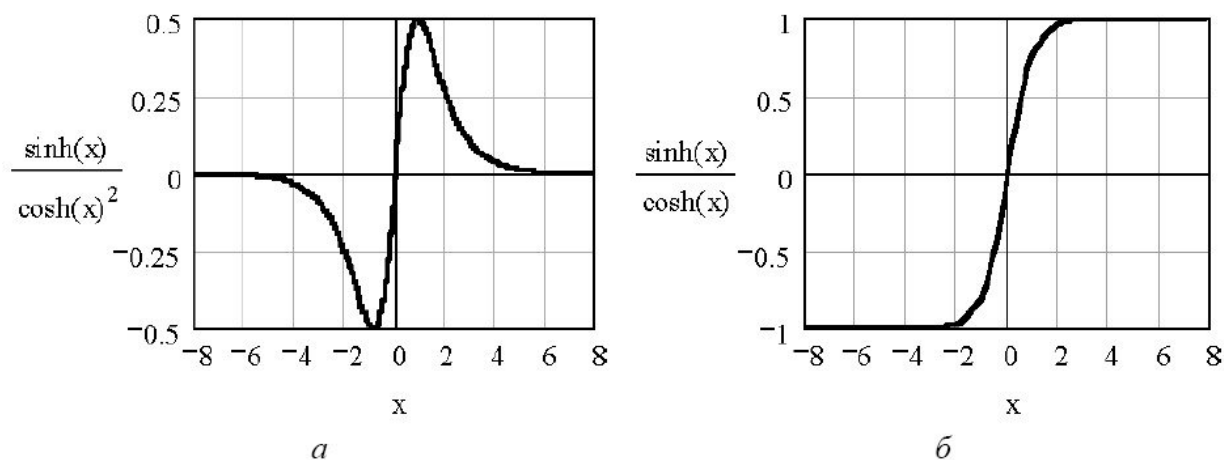


Рис. 14. Графики функций $f(x) = \text{sh}(x) / (\text{ch}(x))^2$ и $f(x) = \text{sh}(x) / (\text{ch}(x))$

При начальном приближении $x = -0,5$ процедура `root` довольно уверенно определяет значение корня:

$$\begin{aligned} x &:= -0.5 & f(x) &:= \sinh(x) \cdot (\cosh(x))^{-2} \\ \text{root}(f(x), x) &= -7.351 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

Однако сравнительно небольшое изменение начальной точки – до $x = -0,7$ приводит к заведомо неверному результату. Причём с увеличением требований к точности (параметр `TOL`) результаты удаляются от корня:

$$\begin{array}{lll} x := -0.7 & \text{TOL} := 10^{-3} & \text{root}(f(x), x) = 7.829 \\ x := -0.7 & \text{TOL} := 10^{-6} & \text{root}(f(x), x) = 14.958 \\ x := -0.7 & \text{TOL} := 10^{-9} & \text{root}(f(x), x) = 21.89 \end{array}$$

Причина ошибок кроется как в характере зависимости $f(x)$, так и в особенностях работы процедуры, обеспечивающей решение.

При начальном приближении $x = -0,7$ алгоритм `root` (в основу которого положен метод секущих) попадает на внешний правый по отношению к $x = 0$ склон зависимости $f(x)$ (см. рис. 14, *a*) и "скатывается" по этому склону в поисках нуля $f(x)$ в сторону $+\infty$. Это видно по возвращаемым функцией `root` числам. Очевидно, что результаты решения неверны.

Однако система не выдаёт никаких сообщений об ошибке. Это объясняется тем, что `MathCAD` считает корнем не то значение x , при котором $f(x)$ точно равна нулю, а то, при котором $f(x)$ не превышает значения системной переменной `TOL`, равной по умолчанию 10^{-3} . Данное условие во всех трёх случаях выполняется. С увеличением требований к точности расчёта (то есть с уменьшением `TOL`) возвращаемые `root` числа все больше отклоняются от корня $x = 0$, так как с ростом $|x|$ функция $f(x)$ приближается к нулю.

Расчёты при различных начальных значениях x показывают, что границы области сходимости в рассматриваемой задаче примерно соответствуют условию $|x| < 0,6$. Аналогичный результат даёт альтернативная запись решения методом Ньютона.

$$\begin{aligned} f(x) &:= \sinh(x) \cdot (\cosh(x))^{-2} \\ \text{Newton}(f, x) &:= \text{for } i \in 0..1000 \\ &\quad \left| \begin{array}{l} x_i \leftarrow x - \frac{f(x)}{\frac{d}{dx} f(x)} \\ \text{break if } |x_i - x| \leq \text{TOL} \\ x \leftarrow x_i \end{array} \right. \\ \text{Newton}(f, -0.5) &= -3.383 \times 10^{-11} \quad \text{Newton}(f, -0.7) = 36.032 \end{aligned}$$

Для успешного решения уравнения необходимо правильно выбирать не только начальное приближение, но и критерий точности расчёта. Иллюстрацией этого служит пример решения модифицированного уравнения, отличающегося от рассмотренного множителем 10^{-3} :

$$\begin{aligned} x &:= -0.5 \quad \text{TOL} := 10^{-3} \\ \text{root}(f(x) \cdot 10^{-3}, x) &= 0.307 \end{aligned}$$

Корни исходного уравнения $f(x) = 0$ и нового $f(x) \cdot 10^{-3} = 0$ должны совпадать. Однако MathCAD выдаёт неверный результат. Эта ошибка объясняется тем, что функция $f(x) \cdot 10^{-3}$ при любых значениях x не превышает значения параметра TOL. Чтобы получить разумный результат, необходимо скорректировать требования к точности, выбрав, например, $\text{TOL} = 10^{-6}$. В этом случае MathCAD возвращает $x = -7,35117 \cdot 10^{-7}$.

В ряде случаев особенности уравнения могут привести к неработоспособности алгоритма поиска корня. Например, для уравнения $f(x) = \text{sh}(x) / (\text{ch}(x))$ будет выдано следующее сообщение:

$$x := 2 \quad \text{TOL} := 10^{-3} \quad \text{root} \left[\sinh(x) \cdot (\sinh(x))^{-1}, x \right] =$$

Found a number with a magnitude greater than 10^{307} while trying to evaluate this expression

Неудача объясняется тем, что функция имеет пологие участки слева и справа от точки $x = 0$ (см. рис. 14, б). Поскольку алгоритм root на каждом итерационном шаге делит значения функции $f(x)$ на численный эквивалент её производной, возникает переполнение (overflow), так как производная $f'(x)$ при $|x| \geq 2$ близка к нулю.

Опасность ошибок, подобных рассмотренным выше, состоит в том, что они могут остаться незамеченными, поскольку MathCAD не выдаёт никаких предупреждающих сообщений. Поэтому при решении уравнений желательно придерживаться следующих правил. Во-первых, необходимо сначала провести отделение корней уравнения. Во-вторых, желательно выполнить поиск решения несколько раз от различных начальных точек. Решение следует подвергать проверке, если его правильность не очевидна.

Приведённые примеры не свидетельствуют о слабости встроенных в MathCAD процедур решения уравнений. С подобными проблемами можно столкнуться и при использовании других средств, например, MATLAB или пакетов прикладных программ для численных расчётов.

Указания к выполнению работы

1. На основании полученного задания определите вид уравнения, которое требуется решить. Проведите графическое исследование уравнения.
2. Решите задачу с помощью пакета MathCad.

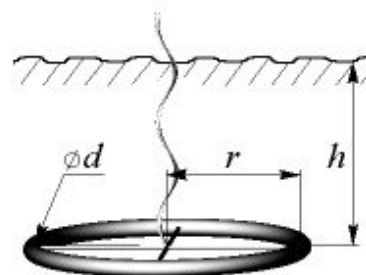
ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Задание 1. Заземлитель в форме кольца радиусом r расположен в грунте на глубине h . Его сопротивление при $h \gg r$ рассчитывается по формуле

$$R = \frac{1}{4\pi^2 r G} \left[\frac{\pi r}{h} + \ln \left(\frac{16r}{d} \right) \right],$$

где $\pi = 3,14\dots$, G – электропроводность грунта, d – диаметр проводника из которого изготовлено кольцо.

Задавшись параметрами h и d , указанными в таблице, а также приняв $G = 0,03$ $^1/\text{Ом}\cdot\text{м}$, найдите радиус r , обеспечивающий требуемое сопротивление заземления R .



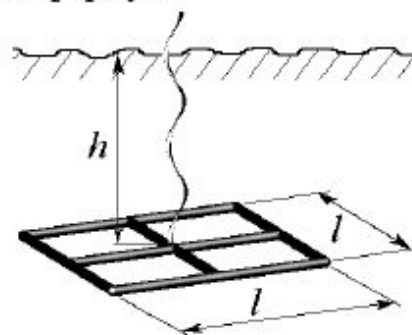
| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|----------|---------------|------|-------|-------|-------|-------|
| | 1-1 | 1-2 | 1-3 | 1-4 | 1-5 | 1-6 |
| h , м | 1,2 | 1,1 | 0,9 | 1,5 | 1,6 | 1 |
| d , м | 0,03 | 0,02 | 0,015 | 0,025 | 0,014 | 0,035 |
| R , Ом | 17 | 25 | 22 | 15 | 16 | 21 |

Задание 2. Заземлитель, изготовленный в виде решетки прямоугольной формы из металлических труб, расположен горизонтально в грунте на глубине h . Сопротивление заземлителя рассчитывается по формуле

$$R = \frac{\ln \left(\frac{L^2}{2rh} \right) + 4,95}{2\pi L G},$$

где $\pi = 3,14\dots$, $L = 6 \times l$ – суммарная длина труб, r – радиус труб, h – глубина, G – удельная электропроводность грунта.

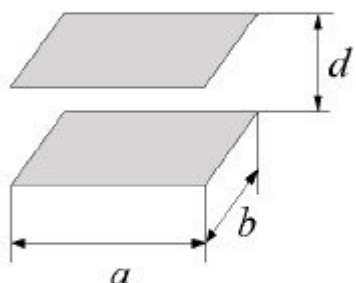
Задавшись параметрами $r = 0,01$ м, h (из таблицы), определите размер l , соответствующий требуемому сопротивлению R .



| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|-----------------------------------|---------------|-------|-------|-------|------|-------|
| | 2-1 | 2-2 | 2-3 | 2-4 | 2-5 | 2-6 |
| G , $^1/\text{Ом}\cdot\text{м}$ | 0,02 | 0,015 | 0,01 | 0,025 | 0,02 | 0,025 |
| r , м | 0,025 | 0,015 | 0,035 | 0,03 | 0,01 | 0,03 |
| h , м | 1 | 1,2 | 0,8 | 1,5 | 1,5 | 1,2 |
| R , Ом | 15 | 12 | 16 | 9 | 12 | 8 |

Задание 3. Электрическая емкость системы двух параллельных пластин прямоугольной формы (см. рисунок) при $a \geq d$ и $b \geq d$ может быть определена по формуле

$$C = \varepsilon_1 \varepsilon_0 \frac{ab}{d} \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \frac{d}{a} \left[1 + \ln \left(\frac{2\pi a}{d} \right) \right] \right\} \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \frac{d}{b} \left[1 + \ln \left(\frac{2\pi b}{d} \right) \right] \right\},$$

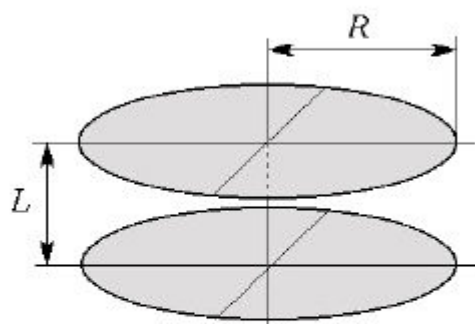


где ε_1 – относительная диэлектрическая проницаемость среды, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; a и b – размеры пластин; d – расстояние между пластинами, $\pi = 3,14 \dots$

Найдите зазор d , обеспечивающий получение требуемой емкости C при указанных в таблице параметрах.

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|-----------------|---------------|-------|-------|------|-------|-------|
| | 3-1 | 3-2 | 3-3 | 3-4 | 3-5 | 3-6 |
| a , м | 0,002 | 0,004 | 0,004 | 0,02 | 0,015 | 0,009 |
| b , м | 0,005 | 0,007 | 0,006 | 0,01 | 0,008 | 0,012 |
| ε_1 | 4,1 | 10 | 3,7 | 7 | 9,6 | 5,1 |
| C , пФ | 10 | 2 | 6,5 | 10 | 15 | 9 |

Задание 4. Электрическая емкость двух коаксиальных плоских дисков (см. рисунок) при $L/R < 1$ рассчитывается по формуле



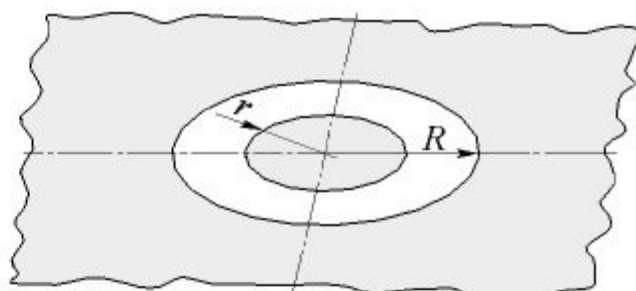
$$C = \varepsilon_1 \varepsilon_0 R \left[\frac{\pi R}{L} + \ln \left(\frac{16\pi R}{L} \right) - 1 \right],$$

где ε_1 – относительная диэлектрическая проницаемость среды, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, R – радиус дисков, L – расстояние между дисками, $\pi = 3,14 \dots$

Найдите радиус R , удовлетворяющий требуемому значению емкости C , при заданных в таблице параметрах ε_1 и L .

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|-----------------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 4-1 | 4-2 | 4-3 | 4-4 | 4-5 | 4-6 |
| ε_1 | 1 | 2 | 4 | 10 | 10 | 4 |
| L , мм | 1 | 1 | 4 | 5 | 4 | 3 |
| C , пФ | 100 | 33 | 20 | 27 | 36 | 47 |

Задание 5. В интегральных схемах используют планарные конденсаторы, имеющие вид металлического диска, расположенного в круглом вырезе металлизации на поверхности диэлектрической подложки (см. рисунок). Емкость такого конденсатора определяется по формуле



$$C = 2\varepsilon_1\varepsilon_0 R \left[1 + \frac{r}{R} + \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2} \right] \ln\left(\frac{1+r/R}{1-r/R}\right),$$

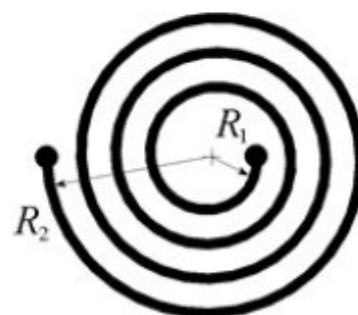
где ε_1 – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, R – радиус выреза, r – радиус диска.

Задавшись указанными в таблице параметрами ε_1 и r , найдите радиус R , обеспечивающий требуемую емкость C .

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|-----------------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 5-1 | 5-2 | 5-3 | 5-4 | 5-5 | 5-6 |
| ε_1 | 1 | 12 | 10 | 4 | 11 | 7 |
| r , мм | 31 | 5 | 4,5 | 10 | 20 | 10 |
| C , пФ | 4,7 | 6 | 5,5 | 4,5 | 35 | 7,5 |

Задание 6. В интегральных схемах используются плоские катушки индуктивности в виде круглой металлической спирали. Индуктивность такой катушки (в наногенри) приближенно определяется по формуле

$$L = 0,4 \cdot \pi N^2 a \left[\ln \frac{8a}{c} + \frac{1}{24} \left(\frac{c}{a}\right)^2 \left(\ln \frac{8a}{c} + 3,583 \right) - \frac{1}{2} \right],$$



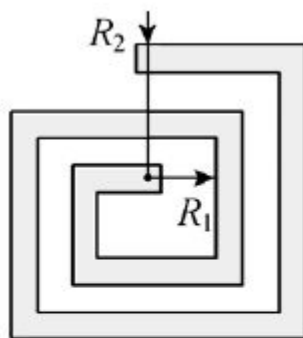
где $\pi = 3,14\dots$, N – число витков, $a = (R_1 + R_2) / 2$,

$c = R_2 - R_1$, R_1 и R_2 – внутренний и внешний радиусы. Все размеры в формулах указаны в миллиметрах.

Найдите радиус R_2 , удовлетворяющий требуемому значению индуктивности L при указанных в таблице N и R_1 .

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|------------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 6-1 | 6-2 | 6-3 | 6-4 | 6-5 | 6-6 |
| R_1 , мм | 1,5 | 2 | 1,3 | 2 | 1,5 | 2 |
| N | 6 | 3,5 | 5 | 2 | 3 | 2,5 |
| L , нГн | 250 | 120 | 230 | 35 | 77 | 68 |

Задание 7. В гибридных интегральных схемах используются плоские пленочные катушки индуктивности в виде квадратной спирали. Индуктивность такой катушки (в наногенри) приближенно определяется по формуле

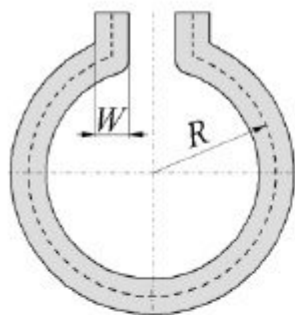


$$L = 2,41 \cdot a N^{\frac{5}{3}} \ln \left(\frac{8a}{c} \right),$$

где N – число витков, $a = (R_1 + R_2) / 2$, $c = R_2 - R_1$, R_1 и R_2 – размеры внутреннего и внешнего витков катушки. Размеры в формулах указаны в миллиметрах.

Задавшись числом витков N и размером R_1 , найдите параметр R_2 , обеспечивающий заданную индуктивность L (значения N , R_1 и L даны в таблице).

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|------------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 7-1 | 7-2 | 7-3 | 7-4 | 7-5 | 7-6 |
| N | 4 | 5 | 3 | 4,5 | 3,5 | 5 |
| R_1 , мм | 1 | 2,5 | 2 | 1 | 1,5 | 1 |
| L , нГн | 100 | 430 | 160 | 180 | 140 | 170 |



Задание 8. В гибридных интегральных схемах в качестве одновитковой индуктивности может применяться тонкая металлическая полоска, нанесенная на диэлектрическую подложку в виде круглой петли (см. рисунок). Индуктивность такой петли в наногенри приближенно определяется по формуле

$$L = 1,257 \cdot R \left[\ln \left(\frac{8 \pi R}{W + t} \right) - 2 \right],$$

где R – радиус средней линии петли, W – ширина металлической полоски, t – ее толщина. Все размеры в формуле указаны в миллиметрах.

Найдите размер R , удовлетворяющий требуемому значению L при заданных параметрах W и t (их значения указаны в таблице).

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|-----------|---------------|-------|------|-------|------|-------|
| | 8-1 | 8-2 | 8-3 | 8-4 | 8-5 | 8-6 |
| W , мм | 0,5 | 2 | 1 | 1,25 | 1,5 | 0,75 |
| t , мм | 0,03 | 0,035 | 0,01 | 0,035 | 0,03 | 0,025 |
| L , нГн | 25 | 72 | 60 | 37 | 45 | 42 |

Задание 9. Для экспериментально полученной прямой ветви вольт-амперной характеристики полупроводникового диода при $u < 0,6$ В подобрана аппроксимация в виде степенного многочлена:

$$i = au + bu^2 + cu^3 + du^4 + eu^5,$$



где ток i задан в миллиамперах, напряжение u – в вольтах.

Используя аппроксимацию, найдите напряжение на диоде, при котором через него будет протекать заданный в таблице ток i . При составлении уравнения используйте указанные в таблице параметры a , b , c , d и e .

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|-------------------------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 9-1 | 9-2 | 9-3 | 9-4 | 9-5 | 9-6 |
| i , мА | 11 | 15 | 22 | 25 | 32 | 47 |
| a , мА/В | 0,2 | 2,3 | 112 | 32 | 39 | 15 |
| b , мА/В ² | 97 | 150 | 215 | 67 | 140 | 22 |
| c , мА/В ³ | 88 | 120 | 110 | 275 | 97 | 217 |
| d , мА/В ⁴ | 350 | 457 | 465 | 84 | 192 | 118 |
| e , мА/В ⁵ | 112 | 97 | 149 | 52 | 76 | 56 |

Задание 10. Коэффициент нелинейности полупроводникового нелинейного резистора (варистора) β определяется как отношение статического R и дифференциального r сопротивлений. При заданном постоянном напряжении зависимость β от температуры описывается выражением

$$\beta = \frac{R}{r} = \frac{T^2 + KT - KT_0}{T^2 - KT + KT_0},$$

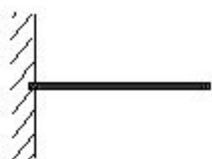


где T – температура активной области варистора, T_0 – температура окружающей среды, K – коэффициент температурной чувствительности рабочего слоя варистора.

Найдите значение T , при котором обеспечивается заданное значение β для известных K и T_0 .

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|-----------|---------------|------|------|------|------|------|
| | 10-1 | 10-2 | 10-3 | 10-4 | 10-5 | 10-6 |
| β | 1,5 | 2,5 | 2,0 | 7,5 | 1,5 | 2,5 |
| K , К | 700 | 1200 | 1000 | 2780 | 900 | 1500 |
| T_0 , К | 303 | 300 | 293 | 313 | 299 | 303 |

Задание 11. Конструкция радиоэлектронного устройства содержит консольный тонкий однородный стержень. Частоты механических резонансов стержня при таком закреплении определяются из уравнения



$$\cos(x) \operatorname{ch}(x) + 1 = 0,$$

где $x = kL$ – безразмерный параметр, k – волновое число, L – длина стержня. Собственная частота стержня ω связана с параметром k соотношением $\omega = k^2 \sqrt{EJ/m_0}$, где E – модуль упругости материала, J – момент инерции сечения, m_0 – погонная масса стержня.

Найдите первые пять резонансных частот стержня при заданных в таблице исходных данных.

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| | 11-1 | 11-2 | 11-3 | 11-4 | 11-5 | 11-6 |
| $L, \text{ м}$ | 0,2 | 0,1 | 1,0 | 0,05 | 0,1 | 0,2 |
| $E, \text{ Н/м}^2$ | $3 \cdot 10^{10}$ | $5 \cdot 10^{10}$ | $6 \cdot 10^{10}$ | $5 \cdot 10^{10}$ | $3 \cdot 10^{10}$ | $8 \cdot 10^{10}$ |
| $J, \text{ м}^4$ | $1 \cdot 10^{-12}$ | $2 \cdot 10^{-12}$ | $1 \cdot 10^{-12}$ | $2 \cdot 10^{-12}$ | $1 \cdot 10^{-12}$ | $1 \cdot 10^{-12}$ |
| $m_0, \text{ кг/м}$ | 1 | 2 | 1 | 0,8 | 0,7 | 1,5 |

Задание 12. Конструкция электронного устройства содержит тонкий однородный стержень, жестко закрепленный на концах. Частоты механических резонансов стержня при таком закреплении определяются из уравнения



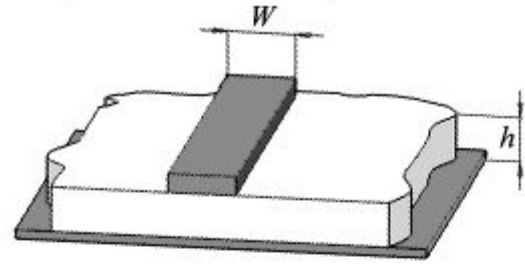
$$\cos(x) \operatorname{ch}(x) - 1 = 0,$$

где $x = kL$ – безразмерный параметр, k – волновое число, L – длина стержня. Собственная частота стержня ω связана с параметром k соотношением $\omega = k^2 \sqrt{EJ/m_0}$, где E – модуль упругости материала, J – момент инерции сечения, m_0 – погонная масса стержня.

Найдите первые пять резонансных частот стержня при заданных в таблице исходных данных.

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| | 12-1 | 12-2 | 12-3 | 12-4 | 12-5 | 12-6 |
| $L, \text{ м}$ | 0,2 | 0,1 | 1,0 | 0,05 | 0,1 | 0,2 |
| $E, \text{ Н/м}^2$ | $3 \cdot 10^{10}$ | $5 \cdot 10^{10}$ | $6 \cdot 10^{10}$ | $5 \cdot 10^{10}$ | $3 \cdot 10^{10}$ | $8 \cdot 10^{10}$ |
| $J, \text{ м}^4$ | $1 \cdot 10^{-12}$ | $2 \cdot 10^{-12}$ | $1 \cdot 10^{-12}$ | $2 \cdot 10^{-12}$ | $1 \cdot 10^{-12}$ | $1 \cdot 10^{-12}$ |
| $m_0, \text{ кг/м}$ | 1 | 2 | 1 | 0,8 | 0,7 | 1,5 |

Задание 13. Линии связи в высокочастотных интегральных схемах выполняют в виде полосковых структур. При их расчете используют вспомогательный параметр – эффективную диэлектрическую проницаемость $\epsilon_{эфф}$, учитывающую вклад диэлектрической проницаемости подложки и находящегося над ней воздуха. Для узкой полоски металла ($W/h < 1$) эта величина определяется по формуле



$$\epsilon_{эфф} = \frac{\epsilon_1 + 1}{2} \left[1 + \frac{\epsilon_1 - 1}{\epsilon_1 + 1} \cdot \frac{\ln(\pi/2) + \ln(\pi/4)/\epsilon_1}{\ln(8h/W)} \right],$$

где ϵ_1 – относительная диэлектрическая проницаемость материала подложки, h – толщина подложки, W – ширина проводящей полоски.

Задавшись приведенными в таблице параметрами h и W , определите проницаемость ϵ_1 , удовлетворяющую указанному значению $\epsilon_{эфф}$.

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|------------------|---------------|------|------|------|------|------|
| | 13-1 | 13-2 | 13-3 | 13-4 | 13-5 | 13-6 |
| h , мм | 2 | 0,5 | 1 | 0,5 | 0,5 | 1 |
| W , мм | 1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,1 | 0,3 |
| $\epsilon_{эфф}$ | 5,3 | 4,8 | 5,5 | 3,5 | 4,3 | 4,8 |

Задание 14. Для защиты от вибрации блок самолетной радиолокационной станции установлен на четырех амортизаторах. Система амортизации при этом может иметь до шести собственных механических резонансов, частоты которых определяются уравнения



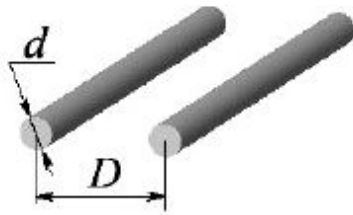
$$A\omega^{12} + B\omega^{10} + C\omega^8 + D\omega^6 + E\omega^4 + F\omega^2 + G = 0,$$

где A, B, C, D, E, F, G – коэффициенты, определяющиеся параметрами конструкции, ω – частота колебаний.

Найдите резонансные частоты для заданных коэффициентов уравнения.

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|----------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| | 14-1 | 14-2 | 14-3 | 14-4 | 14-5 | 14-6 |
| A | 0,01 | 0 | 0 | 0,1 | 1 | 0 |
| B | 1 | 0,01 | 0,02 | -20 | 0 | 0 |
| C | -78 | 1 | 0,1 | 102 | -29900 | 1 |
| D | $2,1 \cdot 10^3$ | $-1,25 \cdot 10^3$ | $-2,56 \cdot 10^3$ | $-8,98 \cdot 10^3$ | 0 | -116 |
| E | $-2,5 \cdot 10^4$ | $1,85 \cdot 10^5$ | $3,45 \cdot 10^5$ | $8,76 \cdot 10^6$ | 26400 | $4,3 \cdot 10^3$ |
| F | $1,2 \cdot 10^5$ | $-8,75 \cdot 10^6$ | $-9,95 \cdot 10^6$ | $-7,5 \cdot 10^5$ | $9,12 \cdot 10^8$ | $-5,3 \cdot 10^4$ |
| G | $-1,9 \cdot 10^5$ | $8,9 \cdot 10^7$ | $2,7 \cdot 10^7$ | $-3,3 \cdot 10^8$ | $-1,75 \cdot 10^9$ | $8,9 \cdot 10^4$ |

Задание 15. Волновое сопротивление двухпроводной линии рассчитывается по формуле



$$Z_0 = \frac{276}{\sqrt{\varepsilon}} \lg \left(\frac{D}{d} + \sqrt{1 + \frac{D^2}{d^2}} \right),$$

где ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится двухпроводная линия, d и D – соответственно диаметры проводников и расстояние между их осями.

Определите параметр D , обеспечивающий требуемое сопротивление Z_0 при заданных ε и d . Исходные данные приведены в таблице.

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|---------------|---------------|------|------|------|------|------|
| | 15-1 | 15-2 | 15-3 | 15-4 | 15-5 | 15-6 |
| Z_0 , Ом | 600 | 150 | 350 | 225 | 150 | 100 |
| ε | 1 | 4 | 1 | 3,5 | 2,5 | 3 |
| d , мм | 0,5 | 1,5 | 1 | 2 | 1 | 1,5 |

Задание 16. Погонные потери мощности в проводниках коаксиальной линии, выполненной из меди, определяются по формуле



$$\alpha = \frac{1,898 \cdot 10^{-4} \sqrt{\varepsilon} f (1 + D/d)}{D \ln(D/d)},$$

где потери α определяются в дБ/м (децибелл на метр), d и D – соответственно диаметры центрального проводника и экрана (измеряются в метрах), ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды между проводником и экраном, f – частота (измеряется в гигагерцах).

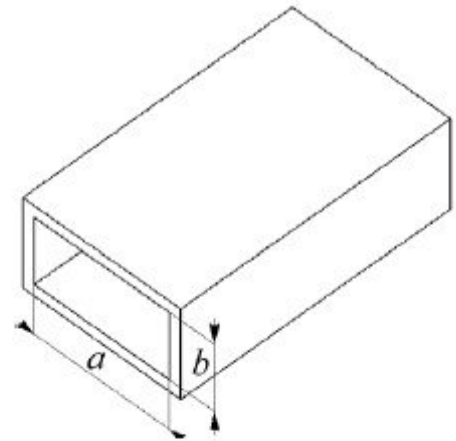
Задавшись указанными в таблице параметрами ε , f и d , определите диаметр D , удовлетворяющий заданному значению α .

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|-----------------|-------------------|-------------------|---------------------|-------------------|---------------------|---------------------|
| | 16-1 | 16-2 | 16-3 | 16-4 | 16-5 | 16-6 |
| ε | 2,5 | 3 | 7 | 2,7 | 1 | 4 |
| f , ГГц | 0,1 | 0,01 | 0,05 | 0,2 | 0,2 | 0,07 |
| d , м | $1 \cdot 10^{-3}$ | $2 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $2 \cdot 10^{-3}$ | $0,5 \cdot 10^{-3}$ | $1,5 \cdot 10^{-3}$ |
| α , дБ/м | 0,1 | 0,02 | 0,2 | 0,14 | 0,22 | 0,05 |

Задание 17. Погонные потери мощности в прямоугольном металлическом волноводе, выполненном из меди, для основного типа волны H_{10} определяются по формуле

$$\alpha = \frac{0,14 \left[1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right]}{b\sqrt{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}},$$

где потери α определяются в дБ/м (децибелл на метр), a и b – поперечные размеры волновода, λ – длина волны. Величины a , b и λ в формулу следует подставлять в сантиметрах.

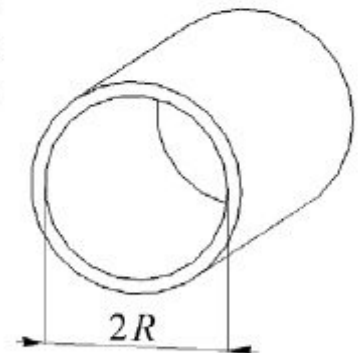


Задавшись указанными в таблице размерами a и b , определите длину волны λ , удовлетворяющую заданному значению α и условию $a < \lambda < 2a$.

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|-----------------|---------------|------|------|------|------|------|
| | 17-1 | 17-2 | 17-3 | 17-4 | 17-5 | 17-6 |
| a , см | 2,3 | 1,6 | 1,3 | 1,1 | 0,9 | 0,72 |
| b , см | 1 | 0,8 | 0,65 | 0,55 | 0,45 | 0,34 |
| α , дБ/м | 0,4 | 0,3 | 0,5 | 0,4 | 0,7 | 1,2 |

Задание 18. Погонные потери мощности в круглом металлическом волноводе, выполненном из меди, для основного типа волны H_{11} определяются по формуле

$$\alpha = \frac{0,14 \left[0,418 + 0,086 \left(\frac{\lambda}{R} \right)^2 \right]}{R\sqrt{\lambda} \sqrt{1 - 0,086 \left(\frac{\lambda}{R} \right)^2}},$$

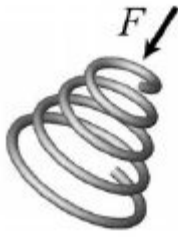


где потери α определяются в дБ/м (децибелл на метр), R – радиус волновода, λ – длина волны. Величины a и λ в формулу следует подставлять в сантиметрах.

Задавшись указанным в таблице радиусом a , определите длину волны λ , удовлетворяющую заданному значению α и условию $2,1 R < \lambda < 3,4 R$.

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|-----------------|---------------|-------|------|------|------|------|
| | 18-1 | 18-2 | 18-3 | 18-4 | 18-5 | 18-6 |
| R , см | 10 | 8 | 6 | 5 | 5 | 2,5 |
| α , дБ/м | 0,01 | 0,012 | 0,02 | 0,03 | 0,05 | 0,04 |

Задание 19. Экспериментально установлено, что зависимость деформации z конусной пружины от приложенной силы F можно рассчитать по формуле



$$z = AF^4 + BF^3 + CF^2 + DF,$$

где A , B , C и D – постоянные, определяющиеся конструкцией пружины. При подстановке в формулу значения силы F в ньютонах деформация z определяется в миллиметрах.

Задавшись приведенными в таблице параметрами A , B , C и D , определите силу F , удовлетворяющую указанному значению z .

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|----------|---------------|------|------|-------|-------|------|
| | 19-1 | 19-2 | 19-3 | 19-4 | 19-5 | 19-6 |
| A | 0,02 | 0,01 | 0,01 | 0,005 | 0,003 | 0,01 |
| B | 0,4 | 0,04 | 0,3 | 0,01 | 0,02 | 0,05 |
| C | 0,1 | 0,5 | 0,1 | 0,1 | 0,4 | 0,2 |
| D | 1,2 | 1,3 | 2,1 | 1,9 | 1,1 | 3 |
| z , мм | 6 | 5 | 3 | 2 | 4 | 5 |



Задание 20. Экспериментально установлено, что зависимость угла закручивания φ плоской спиральной пружины от приложенной силы F можно рассчитать по формуле

$$\varphi = AF + B \exp(CF),$$

где A , B и C – коэффициенты, определяющиеся конструктивными параметрами пружины. При подстановке в формулу значения силы F в ньютонах угол φ определяется в градусах.

Задавшись приведенными в таблице коэффициентами A , B и C , определите силу F , удовлетворяющую указанному значению φ .

| Параметр | В а р и а н т | | | | | |
|-------------------|---------------|------|------|------|------|------|
| | 20-1 | 20-2 | 20-3 | 20-4 | 20-5 | 20-6 |
| A | 1 | 2 | 2 | 0,5 | 1,3 | 2,2 |
| B | 2 | 1 | 1,5 | 1,2 | 4,8 | 2,4 |
| C | 0,5 | 0,8 | 0,5 | 1 | 0,2 | 0,7 |
| φ , град. | 10 | 18 | 15 | 25 | 16 | 17 |