

### ЗАДАНИЕ НА РГЗ №4

Для трехфазной цепи, приведенной на рис. 5, определить токи, напряжения и мощности всех участков. Вычислить показания ваттметров. Построить векторную диаграмму токов и напряжений. Сопротивление линии  $\underline{Z}_л = 2 + j2$  Ом. Параметры сопротивлений нагрузки  $\underline{Z}_2$  и  $\underline{Z}_3$ , дополнительные условия и схемы соединений нагрузки и источников заданы по вариантам в табл. 1.

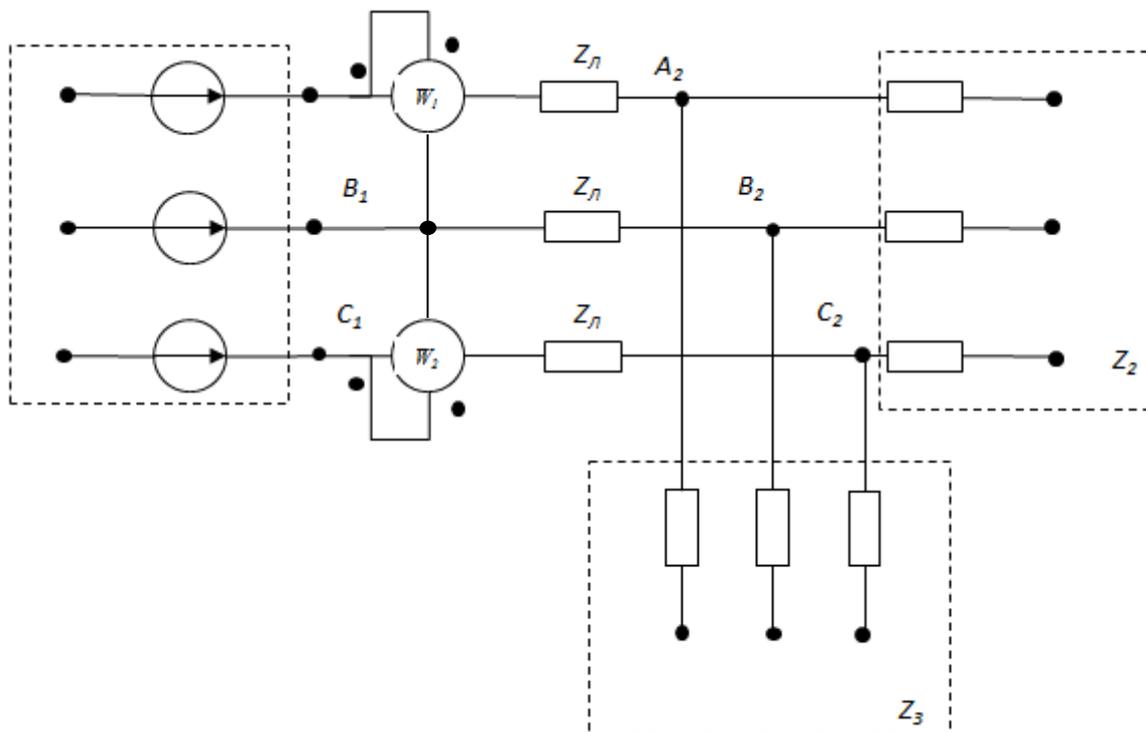


Рис. 5. Симметричная трехфазная цепь с двумя приемниками и сопротивлением линии

Таблица 1. Исходные данные по вариантам

№ варианта	Схема соединения	$\underline{Z}_2$ , Ом	$\underline{Z}_3$ , Ом	Дополнительное условие
1	YYY	$15 + j5$	$-j10$	$U_{л1} = 380$ В
2	$\Delta Y \Delta$	$15 + j5$	$-j30$	$I_{\phi 1} = 12,7$ А
3	$Y \Delta Y$	$45 + j15$	$-j10$	$I_{\phi 2} = 8$ А
4	$Y Y \Delta$	$15 + j5$	$-j30$	$S_1 = 14,52$ кВА
5	$\Delta \Delta Y$	$45 + j15$	$-j10$	$Q_3 = 14,52$ кВАр
6	$\Delta \Delta \Delta$	$45 + j15$	$-j30$	$I_{\phi 2} = 8$ А
7	$\Delta Y Y$	$-j10$	$15 + j5$	$U_{л3} = 380$ В
8	$Y \Delta \Delta$	$45 + j15$	$-j30$	$U_{л1} = 380$ В
9	$Y \Delta Y$	$45 + j15$	$-j10$	$P_2 = 8712$ Вт
10	$Y Y \Delta$	$15 + j5$	$-j30$	$P_1 = 11616$ Вт
11	YYY	$15 + j5$	$-j10$	$U_{л2} = 380$ В
12	$\Delta Y Y$	$-j10$	$15 + j5$	$I_{\phi 1} = 12,7$ А

13	$\Delta Y \Delta$	$-j10$	$45 + j15$	$S_1 = 14,52 \text{ кВА}$
14	$\Delta \Delta \Delta$	$45 + j15$	$-j30$	$I_{\Phi 3} = 12,7 \text{ А}$
15	$\Delta \Delta Y$	$45 + j15$	$-j10$	$U_{Л3} = 380 \text{ В}$
16	$Y \Delta Y$	$-j30$	$15 + j5$	$U_{Л1} = 380 \text{ В}$
17	$Y Y \Delta$	$-j10$	$45 + j15$	$U_{Л1} = 380 \text{ В}$
18	$Y Y Y$	$15 + j5$	$-j10$	$P_1 = 11616 \text{ Вт}$
19	$\Delta \Delta Y$	$45 + j15$	$-j10$	$I_{\Phi 1} = 12,7 \text{ А}$
20	$Y \Delta \Delta$	$-j30$	$45 + j15$	$P_3 = 8712 \text{ Вт}$
21	$\Delta \Delta \Delta$	$45 + j15$	$-j30$	$I_{\Phi 1} = 12,7 \text{ А}$
22	$\Delta Y Y$	$15 + j5$	$-j10$	$U_{Л2} = 380 \text{ В}$
23	$\Delta Y \Delta$	$-j10$	$45 + j15$	$S_3 = 9180 \text{ ВА}$
24	$Y \Delta Y$	$45 + j15$	$-j10$	$U_{Л3} = 380 \text{ В}$
25	$\Delta Y Y$	$15 + j5$	$-j10$	$P_2 = 8712 \text{ Вт}$
26	$Y \Delta \Delta$	$-j30$	$45 + j15$	$I_{\Phi 2} = 8 \text{ А}$
27	$\Delta Y \Delta$	$-j10$	$45 + j15$	$P_3 = 8712 \text{ Вт}$
28	$Y Y Y$	$15 + j5$	$-j10$	$U_{Л2} = 380 \text{ В}$
29	$\Delta \Delta Y$	$45 + j15$	$-j10$	$P_2 = 8712 \text{ Вт}$
30	$Y \Delta \Delta$	$45 + j15$	$-j30$	$I_{\Phi 2} = 8 \text{ А}$

### Методические указания

Перед решением задач необходимо изучить материал курса, относящийся к расчету трехфазных цепей.

При расчете трехфазных цепей необходимо четко представлять схему соединения фаз приемника и потребителя и связанные с этим соотношения между фазными и линейными напряжениями и токами в симметричном режиме. Расчет в этом случае сводится к расчету одной фазы. В случае несимметричного режима, полученного, например, в результате обрыва провода одной из фаз потребителя, расчет следует проводить отдельно для каждой фазы потребителя. При этом удобно воспользоваться методом узловых напряжений.

Построение векторных диаграмм начинают с выбора масштабов тока и напряжения. На комплексной плоскости относительно начала координат, показывают изображения фазных напряжений и соответствующих им фазных токов. Векторы линейных токов и напряжений определяются схемой соединения, т. е. соотношениями между линейными и фазными значениями конкретной схемы.

Мощность трехфазной системы в случае симметричного режима равна утроенному произведению мощности одной фазы. В случае несимметричного режима работы потребителя мощность трехфазной системы равна сумме соответствующих активных и

реактивных мощностей фаз. Полная мощность трехфазной системы вычисляется по выражению теоремы Пифагора.

Для решения задач в симметричном режиме необходимо:

1. Привести схемы соединений источников и нагрузки к «треугольнику» или «звезде», используя соотношения:

Для схемы «треугольник»:  $U_{\text{л}} = U_{\text{ф}}$ ;  $I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\text{ф}}$ ;  $\dot{I}_A = \sqrt{3} \dot{I}_{AB} e^{-j30}$ .

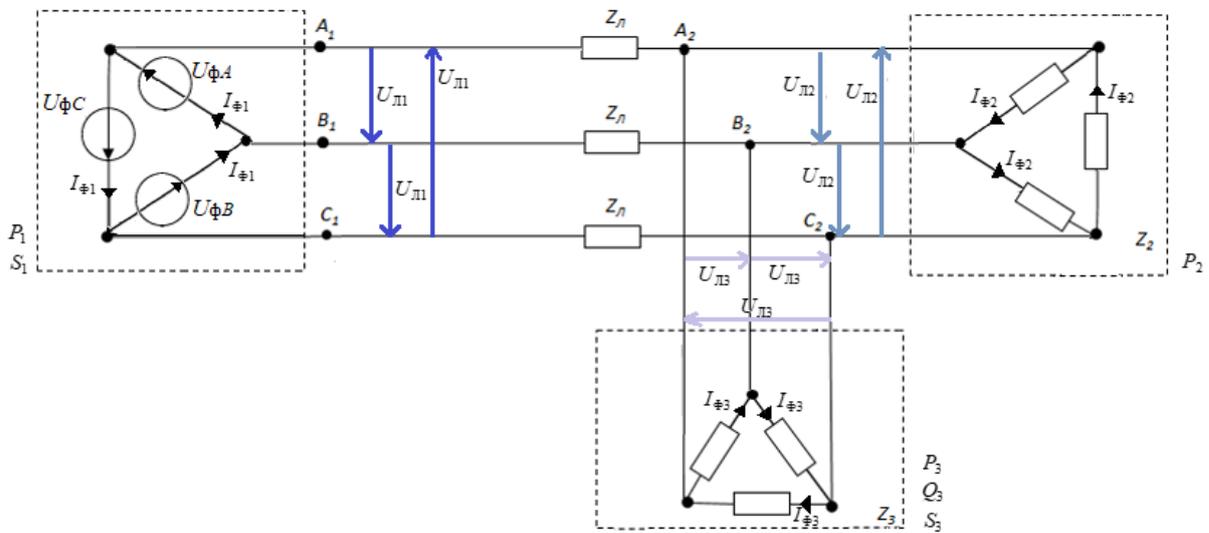
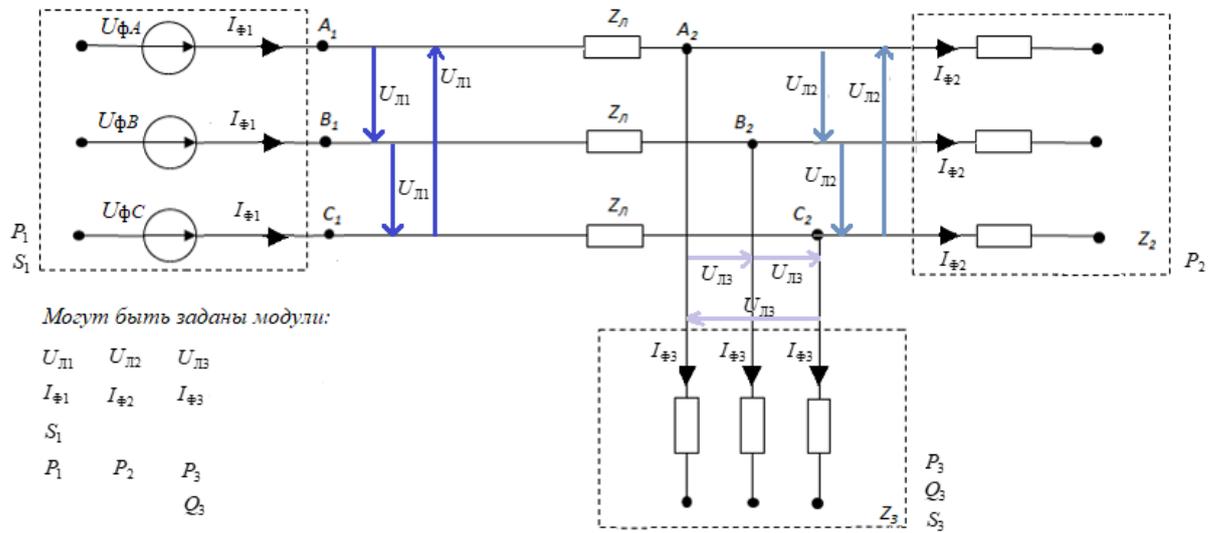
Для схемы «звезда»:  $I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}$ ;  $U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\text{ф}}$ ;  $\dot{U}_{AB} = \sqrt{3} \dot{U}_A e^{j30}$ .

Для нагрузки:  $Z_{\Delta} = 3Z_Y$ .

2. После приведения схемы соединения к единому виду, расчет можно вести по одной фазе, используя методы для расчета цепей переменного тока. Токи и напряжения других фаз находятся умножением на поворотный множитель: Для отстающей фазы на  $e^{-j120}$ ; для опережающей фазы на  $e^{j120}$ .

3. Для нахождения мощностей и построения векторных диаграмм необходимо вернуться к заданной схеме соединения. Построение производить на комплексной плоскости в масштабе.

P.S.: как определить, какая величина задана? См. картинки ниже



## Расчет трехфазной цепи

### ПРИМЕР

Для трехфазной цепи, приведенной на рис. 1, определить токи, напряжения и мощности всех участков. Вычислить показания ваттметров. Построить векторную диаграмму токов и напряжений. Сопротивление линии  $\underline{Z}_л = 2 + j2$  Ом. Параметры сопротивлений нагрузки  $\underline{Z}_2 = -j10$  Ом и  $\underline{Z}_3 = 45 + j15$  Ом. Активная мощность третьей нагрузки  $P_3 = 8712$  Вт.

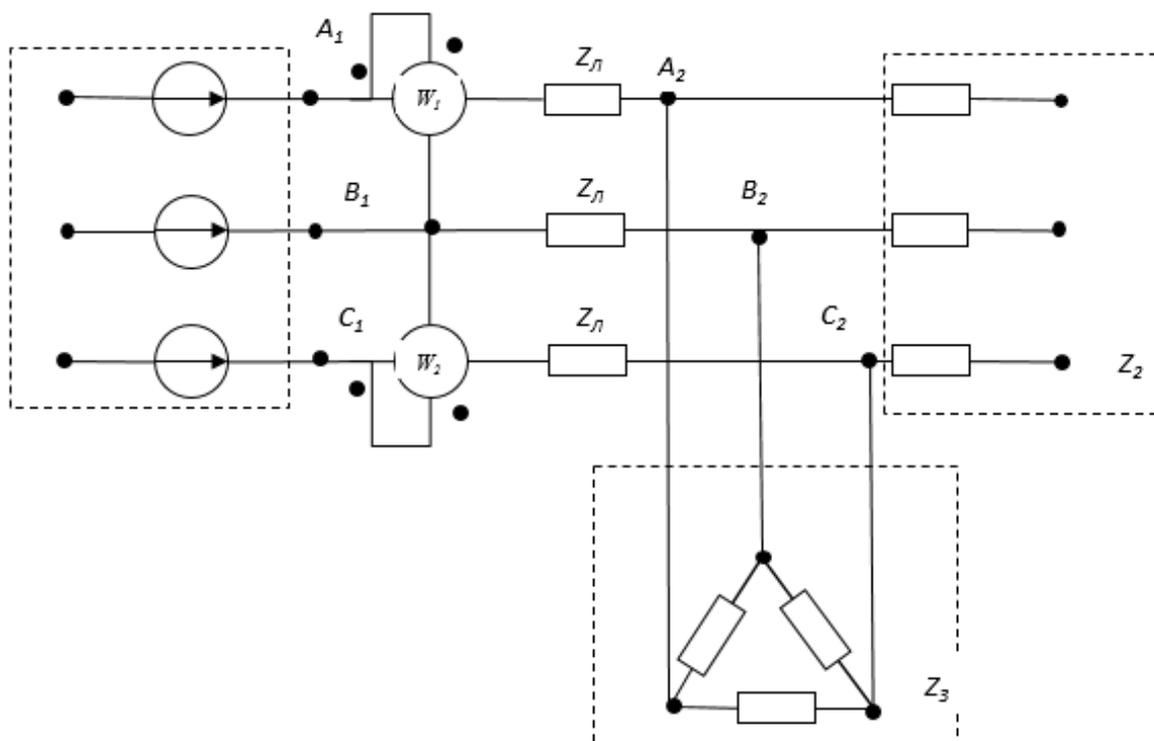


Рис. 1 Исходная схема цепи

### Решение

#### 1. Преобразование схемы соединений

В том случае, когда обе нагрузки (2 и 3) имеют схемы соединений  $Y\bar{Y}$ , можно выделить одну фазу, произвести расчет токов и напряжений для этой фазы, записать токи и напряжения для других фаз, сдвинув их на  $120^\circ$  соответственно, и по известным соотношениям определить линейные токи и напряжения.

В данном примере нагрузка 3 имеет схему соединения  $\Delta$ . Преобразуем схему соединений  $\Delta 3$  в  $Y\bar{3}$ . Для этого следует пересчитать сопротивление фаз нагрузки 3 по формуле:

$$\underline{Z}_A = \frac{\underline{Z}_{AB} \cdot \underline{Z}_{BC}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}} = \frac{\underline{Z}^2}{3\underline{Z}} = \frac{\underline{Z}}{3},$$

Сопротивления фаз треугольника  $\Delta 3$  равны между собой  $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = \underline{Z}$ , тогда

сопротивление одной фазы для соединения звезда  $Y$  определяется, как  $\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_\Delta}{3}$ .

Для данного примера приведенное сопротивление одной фазы нагрузки 3

$$\underline{Z}'_3 = \underline{Z}_Y = \frac{Z_\Delta}{3} = \frac{45 + j15}{3} = 15 + j5 = 15,8 \cdot e^{j18} \text{ Ом.}$$

Сопротивление  $\underline{Z}_2$  в показательной форме записи  $\underline{Z}_2 = 10 \cdot e^{-j90}$  Ом.

## 2. Выделение одной фазы (фазы А)

Электрическая схемы фазы А приведена на рис 2.

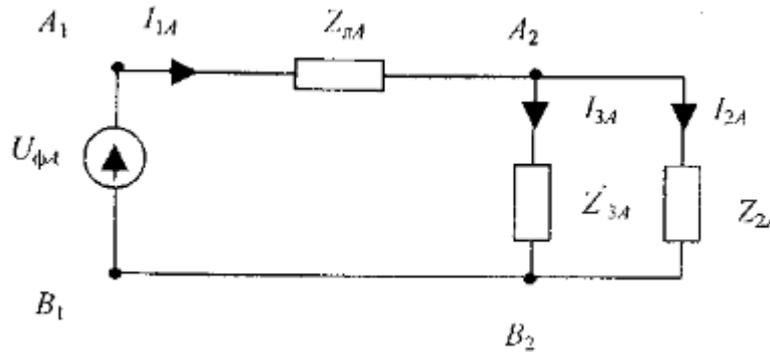


Рис. 2. Электрическая схемы фазы А

## 3. Определение комплексного действующего значения линейного тока для 3-й нагрузки

Известно, что  $P_3 = 3I_3^2 \cdot R_3$ . Тогда модуль действующего значения линейного тока для 3-й нагрузки

$$I_3 = \sqrt{\frac{P_3}{3R_3}} = \sqrt{\frac{8712}{3 \cdot 15}} = 14 \text{ А.}$$

Начальную фазу тока  $I_3$  фазы А принимаем равной  $0^\circ$ , т.е.  $\psi_{i3} = 0^\circ$ , тогда комплексные действующие значения линейного тока для 3-й нагрузки для фаз А, В, С:

$$\dot{I}_{A3} = 14 \cdot e^{j0} \text{ А; } \dot{I}_{B3} = 14 \cdot e^{-j120} \text{ А; } \dot{I}_{C3} = 14 \cdot e^{j120} \text{ А.}$$

## 4. Определение комплексных действующих значений фазных напряжений для 3-й и 2-й нагрузок

В соответствии с законом Ома,

$$\dot{U}_{A3} = \dot{I}_{A3} \cdot \underline{Z}'_3 = 14 \cdot e^{j0} \cdot (15 + j5) = 14 \cdot e^{j0} \cdot 15,8 \cdot e^{j18} = 220 \cdot e^{j18} \text{ В.}$$

$$\dot{U}_{B3} = 220 \cdot e^{-j102} \text{ В; } \dot{U}_{C3} = 220 \cdot e^{j138} \text{ В.}$$

Поскольку нагрузки 2 и 3 соединены параллельно (см. рис), напряжения на их фазах равны:

$$\dot{U}_{A3} = 220 \cdot e^{j18} \text{ В; } \dot{U}_{B3} = 220 \cdot e^{-j102} \text{ В; } \dot{U}_{C3} = 220 \cdot e^{j138} \text{ В.}$$

## 5. Определение линейного тока для 2-й нагрузки

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_{A2}}{\underline{Z}_2} = \frac{220 \cdot e^{j18}}{10 \cdot e^{-j90}} = 22 \cdot e^{j108} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_{B2} = 22 \cdot e^{-j12} \text{ А; } \dot{I}_{C2} = 22 \cdot e^{j228} \text{ А.}$$

### 6. Определение суммарного тока $\dot{I}_{A1}$ для 2-й и 3-й нагрузок

По первому закону Кирхгофа  $\dot{I}_{A1} = \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A3}$ .

Величину этого тока можно определить другим способом:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{A1} &= \frac{\dot{U}_{A2}}{\underline{Z}_{\text{Э23}}}, \quad \underline{Z}_{\text{Э23}} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}'_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{-j10 \cdot (15 + j5)}{-j10 + 15 + j5} = \frac{-j150 + 50}{15 - j5} = \\ &= \frac{(10 - j30) \cdot (3 + j)}{(3 - j) \cdot (3 + j)} = 6 - j8 = 10 \cdot e^{-j52} \text{ Ом,} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{220 \cdot e^{j18}}{10 \cdot e^{-j52}} = 22 \cdot e^{j70} \text{ А; } \dot{I}_{B1} = 22 \cdot e^{-j50} \text{ А; } \dot{I}_{C1} = 22 \cdot e^{j190} \text{ А.}$$

### 7. Определение эквивалентного сопротивления всей схемы

$$\underline{Z}_{\text{Э}} = \underline{Z}_{\text{Э23}} + \underline{Z}_{\text{Л}} = 6 - j8 + 2 + j2 = 8 - j6 = 10 \cdot e^{-j37} \text{ Ом.}$$

### 8. Определение фазного напряжения на входе схемы

$$\dot{U}_{A1} = \dot{I}_{A1} \cdot \underline{Z}'_{\text{Э}} = 22 \cdot e^{j70} \cdot 10 \cdot e^{-j37} = 220 \cdot e^{j33} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{B1} = 220 \cdot e^{-j87} \text{ В; } \dot{U}_{C1} = 220 \cdot e^{j153} \text{ В.}$$

### 9. Определение линейных напряжений на входе схемы

Фазы источника соединены в звезду Y1. В соединении звездой между линейными и фазными напряжениями существует следующее соотношение:

$$U_{\text{Л}} = \sqrt{3}U_{\text{Ф}}; \quad \dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_A \cdot e^{j30}.$$

$$\dot{U}_{AB1} = \sqrt{3}\dot{U}_{A1} \cdot e^{j30} = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot e^{j33} \cdot e^{j30} = 380 \cdot e^{j63} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{BC1} = 380 \cdot e^{-j57} \text{ В; } \dot{U}_{CA1} = 380 \cdot e^{j183} \text{ В.}$$

Аналогично определяются линейные напряжения на нагрузке:

$$\dot{U}_{AB2} = \sqrt{3}\dot{U}_{A2} \cdot e^{j30} = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot e^{j18} \cdot e^{j30} = 380 \cdot e^{j48} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{BC2} = 380 \cdot e^{-j72} \text{ В; } \dot{U}_{CA2} = 380 \cdot e^{j168} \text{ В.}$$

Падение напряжения в линейном резисторе:

$$\dot{U}_{\text{ЛинА}} = \dot{I}_{A1} \cdot \underline{Z}'_{\text{Л}} = 22 \cdot e^{j70} \cdot 2\sqrt{2} \cdot e^{j45} = 62 \cdot e^{j115} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{\text{ЛинВ}} = 62 \cdot e^{-j5} \text{ В; } \dot{U}_{\text{ЛинС}} = 62 \cdot e^{j135} \text{ В.}$$

### 10. Определение фазных токов на 3-й нагрузке

Определенный ранее ток 3-й нагрузки для схемы соединений Y является фазным и одновременно линейным, поскольку для соединения Y  $I_{\text{Ф}}=I_{\text{Л}}$ .

Для определения истинных величин токов в фазах 3-й нагрузки, соединенных в схему  $\Delta$ , воспользуемся известными соотношениями.

Для схемы соединения  $\Delta$  линейный ток  $I_L = \sqrt{3}I_\Phi$ , а линейный комплексный ток фазы А равен  $\dot{I}_A = \sqrt{3}\dot{I}_{AB} \cdot e^{-j30}$ .

Таким образом, для 3-й нагрузки линейный ток фазы А:  $\dot{I}_{A3} = \sqrt{3}\dot{I}_{AB3} \cdot e^{-j30}$ , тогда фазный ток фазы А

$$\dot{I}_{AB3} = \frac{\dot{I}_{A3}}{\sqrt{3} \cdot e^{-j30}} = \frac{14 \cdot e^{j0}}{\sqrt{3} \cdot e^{-j30}} = 8 \cdot e^{j30} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{BC3} = 8 \cdot e^{-j90} \text{ А}; \quad \dot{I}_{CA3} = 8 \cdot e^{j150} \text{ А}.$$

### 11. Определение мощности всех участков цепи

При равномерной (симметричной) нагрузке фаз достаточно определить полную мощность одной фазы и утроить. Комплексное значение полной мощности трехфазной равномерной нагрузки определяется в общем виде:

$$\tilde{S} = \dot{U}_\Phi \cdot \dot{I}_\Phi^*$$

где  $\dot{I}_\Phi^*$  – сопряженное значение фазного комплексного тока.

#### 1. Мощность источника

Полная мощность

$$\tilde{S}_1 = 3\dot{U}_{A1} \cdot \dot{I}_{A1}^* = 3 \cdot 220 \cdot e^{j33} \cdot 22 \cdot e^{-j70} = 14520 \cdot e^{-j37} = 11616 - j8712 \text{ ВА. Активная мощность}$$

$$P_1 = 11616 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность  $Q_1 = -8736 \text{ Вар.}$

#### 2. Мощность в сопротивлении линии $Z_L$

Полная мощность

$$\tilde{S}_L = 3\dot{U}_{LA} \cdot \dot{I}_{LA}^* = 3 \cdot 62 \cdot e^{j115} \cdot 22 \cdot e^{-j70} = 4092 \cdot e^{j45} = 2904 + j2904 \text{ ВА.}$$

Активная мощность  $P_L = 2904 \text{ Вт.}$

Реактивная мощность  $Q_L = -2904 \text{ Вар.}$

#### 3. Мощность во второй нагрузке $Z_2$

Полная мощность

$$\tilde{S}_2 = 3\dot{U}_{A2} \cdot \dot{I}_{A2}^* = 3 \cdot 220 \cdot e^{j18} \cdot 22 \cdot e^{-j108} = 14520 \cdot e^{-j90} = -j14520 \text{ ВА.}$$

Активная мощность  $P_2 = 0 \text{ Вт.}$

Реактивная мощность  $Q_2 = -14520 \text{ Вар.}$

#### 4. Мощность на третьей нагрузке $Z_3$ , фазы которой соединены треугольником:

Полная мощность

$$\tilde{S}_3 = 3\dot{U}_{AB3} \cdot I_{AB3}^* = 3 \cdot 380 \cdot e^{j48} \cdot 8 \cdot e^{-j30} = 9120 \cdot e^{j18} = 8712 + j2904 \text{ ВА.}$$

Активная мощность  $P_3=8712$  Вт.

Реактивная мощность  $Q_2=-2904$  Вар.

Проверка баланса мощностей

Полная мощность источника должна быть равной сумме полных мощностей, расходуемых в цепи:

$$\tilde{S}_1 = \tilde{S}_L + \tilde{S}_2 + \tilde{S}_3.$$

Суммарная полная мощность, расходуемая в цепи:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_L + \tilde{S}_2 + \tilde{S}_3 &= 2904 + j2904 - j14520 + 8712 + j2904 = \\ &= 11616 - j8712 \text{ ВА.} \end{aligned}$$

Получили:

$$11616 - j8712 = 11616 - j8712 = 14520 \cdot e^{-j37} \text{ ВА.}$$

Баланс мощностей сошелся, следовательно, задача решена правильно.

## 12. Определение показаний ваттметров $W_1, W_2$

Показания ваттметра  $W_1$  определяются следующим образом:

$$P_{W1} = U_{AB1} \cdot I_{A1} \cdot \cos[\text{угла между } \dot{U}_{AB1} \dot{I}_{A1}]$$

Угол между векторами  $\dot{U}_{AB1} \dot{I}_{A1}$  равен  $(63^\circ - 70^\circ) = -7^\circ$

Подставляем численные значения

$$P_{W1} = 380 \cdot 22 \cdot \cos(-7) = 8301 \text{ Вт.}$$

Показания второго ваттметра определяются аналогично, только следует учесть, что обмотка напряжений ваттметра  $W_2$  включена на линейное напряжение  $U_{CB}$ , в то время как ранее было определено линейное напряжение  $U_{BC}$ :

$$\dot{U}_{BC1} = 380 \cdot e^{-j57} \text{ В, тогда } \dot{U}_{CB1} = 380 \cdot e^{-j57} \cdot e^{j180} = 380 \cdot e^{j123} \text{ В.}$$

Угол между векторами  $\dot{U}_{CB1} \dot{I}_{C1}$  равен  $(123^\circ - 190^\circ) = -67^\circ$ , тогда показания второго ваттметра:

$$P_{W2} = 380 \cdot 22 \cdot \cos(-67) = 3266 \text{ Вт.}$$

Активная мощность трехфазной цепи, измеренная ваттметрами  $W_1, W_2$ , определяется как сумма показаний ваттметров

$$P = P_{W1} + P_{W2} = 8301 + 3266 = 11567 = 11.6 \text{ кВт.}$$

Реактивная мощность трехфазной цепи определяется как разность показаний ваттметров

$$Q = \sqrt{3}(P_{W2} - P_{W1}) = \sqrt{3}(3266 - 8301) = -8722 = -8.7 \text{ кВАр.}$$

Зная активную и реактивную мощности, можно определить модуль полной мощности трехфазной цепи по формуле

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{11,6^2 + (-8,7)^2} = 14,5 \text{ кВА.}$$

### 13. Построение векторных диаграмм

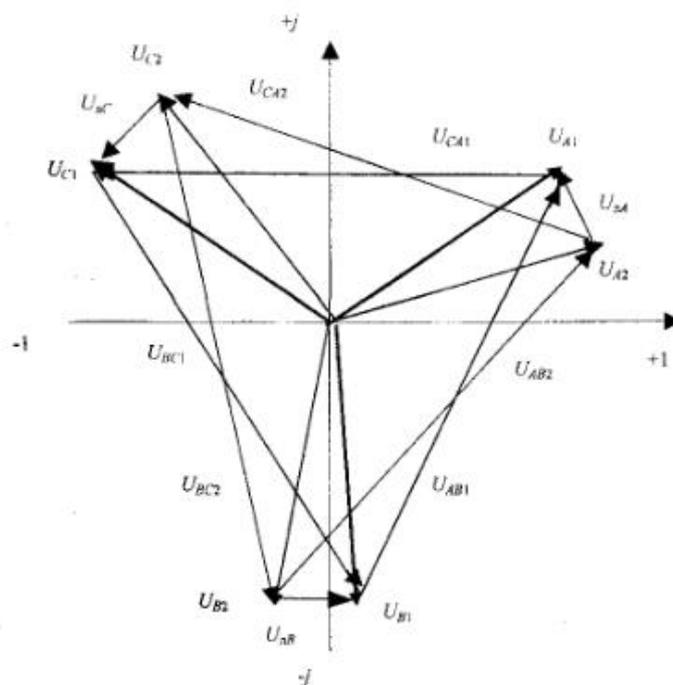


Рис. 3 Векторная диаграмма напряжений

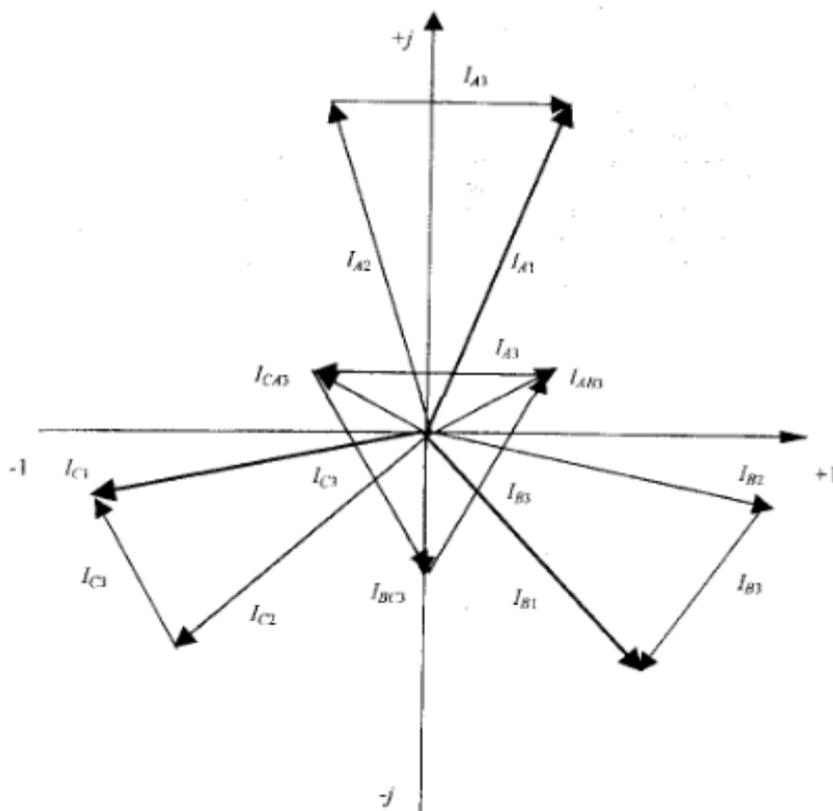


Рис. 4 Векторная диаграмма токов