



Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МОРСКОГО И РЕЧНОГО ФЛОТА
имени адмирала С. О. МАКАРОВА**

Институт ВОДНОГО ТРАНСПОРТА
Кафедра технологии судоремонта

МЕТРОЛОГИЯ

Практикум по курсу «Метрология, стандартизация, сертификация и управление качеством» для студентов 2-го курса направления 26.03.02 «Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов морской инфраструктуры»

Санкт-Петербург
Издательство ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова
2018

УДК 658.562

ББК 30.10

М54

М54 Метрология: практикум / сост. Ю. Н. Цветков, О. В. Мельник, В. А. Голицын — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2018. — 72 с.

Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту по направлению 26.03.02 «Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов морской инфраструктуры».

Изложена методика вычисления параметров распределения, методика проверки соответствия распределения нормальному закону с использованием критерия «хи-квадрат» Пирсона, а также методика выбора средств измерений.

Практикум может быть использован также в качестве методических указаний для выполнения расчётно-графических работ.

Предназначен для студентов, обучающихся по направлению 26.03.02 «Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов морской инфраструктуры». Может быть также использован студентами, обучающимися по направлениям: 08.03.01 «Строительство»; 20.03.02 «Природообустройство и водопользование»; 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» и 26.03.01 «Управление водным транспортом и гидрографическое обеспечение судоходства».

Рассмотрено и рекомендовано на заседании кафедры технологии судоремонта. Протокол № 7 от 12 марта 2018 г.

Рецензент:

Кузьмин А. А., канд. техн. наук, доц., зав. кафедрой технологии материалов и материаловедения (ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова»).

Оглавление

Практическая работа № 1. Расчёт погрешности прямых измерений	4
Практическая работа № 2. Расчёт погрешности косвенных измерений	21
Практическая работа № 3. Проверка соответствия распределения экспериментальных данных нормальному закону распределения и оценка доверительного интервала	25
Практическая работа № 4. Выбор универсальных средств измерений линейных размеров	41
Рекомендуемая литература.....	50
Приложение 1. Варианты заданий для выполнения работы № 1	51
Приложение 2. Варианты заданий для выполнения работы № 2	57
Приложение 3. Варианты заданий для выполнения работы № 3	60
Приложение 4. Интегральная функция нормированного нормального распределения	64
Приложение 5. Квантили распределения Пирсона (χ^2)	66
Приложение 6. Квантили ($t_{p, n}$) распределения Стьюдента	67
Приложение 7. Варианты заданий для выполнения работы № 4	68
Приложение 8. Характеристика средств измерений	69

Практическая работа № 1

РАСЧЁТ ПОГРЕШНОСТИ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

1.1. Описание работы

Цель работы — освоение общепринятой методики расчёта погрешности прямых измерений.

Содержание работы. Каждый студент получает от преподавателя индивидуальный вариант с результатами измерений. Проверяет выборку на наличие промахов. Производит оценку случайной погрешности, а затем — систематической погрешности. Рассчитывает суммарную погрешность прямых измерений.

1.2. Основные понятия

Измерение — это процесс, заключающийся в сравнении путём физического эксперимента данной физической величины с некоторым её значением, принятым за единицу измерения.

В результате измерения получают числовое значение физической величины:

$$q = \frac{Q}{[Q]},$$

где q — числовое значение физической величины; Q — значение физической величины; $[Q]$ — единица величины.

Измерения невозможно провести точно, результат измерения всегда содержит ошибку (погрешность). Погрешность измерения Δ :

$$\Delta = x - q,$$

где x — результат измерения; q — истинное (действительное) значение измеряемой величины.

Истинное значение — это значение, характеризующее идеальным образом в качественном и количественном отношении измеряемую величину. Цель измерений — определение истинного значения величины. Однако понятие «истинное значение» в гносеологическом смысле аналогично понятию «абсолютная истина». Иными словами, истинное значение величины существует, однако, найти его в принципе невозможно.

На практике вместо истинного значения используется *действительное значение величины*. Действительное значение физической величины — это значение, полученное экспериментальным путём и настолько близкое к истинному значению, что в поставленной измерительной задаче может быть использовано вместо него.

С погрешностью измерений тесно связаны понятия точности измерений и достоверности результатов измерений. Очевидно, что, чем меньше погрешность измерений, тем выше их точность, и наоборот. Точность измерений должна быть оптимальной: слишком высокая точность, т. е. выше оптимального значения, приводит к неоправданным финансовым затратам, а слишком низкая может оказаться препятствием для решения поставленной задачи. *Результаты измерений являются достоверными, если их точность достаточна для решения поставленной задачи.*

В зависимости от характера изменения в процессе измерения и в зависимости от способа учёта их вклада в суммарную погрешность все виды погрешностей делятся на три основных вида:

- *систематические погрешности;*
- *случайные погрешности;*
- *грубые погрешности.*

Систематическая погрешность — одна из составляющих погрешности результата измерения, имеющая постоянное значение или изменяющаяся по определённому закону при повторных измерениях одной и той же физической величины.

Систематические погрешности делятся на исключаемые и неисключаемые.

Систематические исключаемые погрешности — это погрешности, в отношении которых известны значение и знак, и которые могут быть нейтрализованы специальной методикой измерения (*методикой выполнения измерений*). К систематическим исключаемым погрешностям относятся:

- погрешности установки нуля;
- инструментальные погрешности.

В этих случаях результат измерения может быть уточнён путём введения соответствующих поправок, равных погрешности по абсолютной величине и взятых с обратным знаком.

Систематические неисключаемые погрешности — систематические погрешности, в отношении которых известно лишь их предельное значение.

Случайная погрешность — погрешность, изменяющаяся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Случайные погрешности возникают под действием многочисленных случайных факторов, природа которых неизвестна, и учесть которые невозможно.

Грубая погрешность измерения — погрешность, характеризующаяся тем, что результат отдельного измерения резко отличается от остальных результатов измерений, выполненных в одних и тех же условиях. Результат, содержащий грубую погрешность, называется промахом. Причины промахов – ошибки оператора, неисправность измерительных приборов, резкое изменение условий проведения измерений. Промахи не принимают во внимание: их отбрасывают при оценке погрешности измерений.

Прямые измерения — это измерения, при которых искомое значение физической величины получают непосредственно. При прямых измерениях объект измерения приводят во взаимодействие со средством измерения и значение физической величины определяют по показаниям средства измерения.

К прямым измерениям относится измерение массы тела с помощью весов, измерение длины тела линейкой, измерение силы тока амперметром и др.

1.3. Классы точности средств измерений

Средства измерений — специальные технические средства для выполнения измерений, имеющие нормированные метрологические характеристики, воспроизводящие и хранящие единицу физической величины, размер которой принимается неизменным в пределах установленной погрешности в течение известного интервала времени.

Классы точности средств измерений определяются предельной погрешностью средств измерений в их совокупности (основных и дополнительных погрешностей) и задаются маркировкой на средствах измерений (на шкале или на корпусе) и в нормативно-технической документации на средства измерения данного типа.

Иногда характеристика погрешности задается без обозначения класса точности.

Класс точности может задавать допускаемую погрешность:

1. *В абсолютном виде.* В этом случае класс точности обозначают условно, прописными буквами латинского алфавита (например, *M*, *C*) или цифрами для средств измерения. Смысл условных обозначений раскрыва-

ется в нормативно-технической документации, при этом меньшие пределы погрешности должны соответствовать буквам, находящимся ближе к началу алфавита, или меньшим цифрам. Примером могут служить классы точности концевых мер длины, обозначаемые условно порядковым номером: 0; 1; 2.

2. В виде *приведенной или относительной погрешности*.

В последнем случае для расчёта абсолютной погрешности необходимо знать нормирующее значение X_N , в качестве которого могут приниматься различные значения на отсчётном устройстве средства измерения или комбинации этих значений (табл. 1.1). В качестве пояснения выбираемых на отсчётном устройстве значений для расчёта X_N можно пользоваться рис. 1.1.

Пример 1. Вольтметр с пределами измерения по шкале 0 ... 300 В; класс точности 0,5; показание при измерении равно 220 В.

Абсолютная погрешность согласно табл. 1.1 рассчитывается следующим образом:

$$\Delta_p = \pm \frac{\gamma}{100} X_N = \pm \frac{\gamma}{100} |X_v| = \pm \frac{0,5}{100} 300 = \pm 1,5 \text{ В.}$$

Следовательно, для результата измерения можно записать: $U = 220 \pm 1,5 \text{ В}$ или $U = 218,5 \dots 221,5 \text{ В}$.

Пример 2. Амперметр с пределами измерения силы тока I по шкале от -5 до 20 А ; класс точности 1,5; показание при измерении равно 10 А .

Абсолютная погрешность согласно табл. 1.1 рассчитывается следующим образом:

$$\Delta_p = \pm \frac{\gamma}{100} X_N = \pm \frac{1,5}{100} |X_v| = \pm \frac{1,5}{100} 20 = \pm 0,3 \text{ А.}$$

Для результата измерения получаем: $I = 10 \pm 0,3 = 9,7 \dots 10,3 \text{ А}$.

Пример 3. Для частотометров класса точности 2, с диапазоном измерения от 45 до 55 Гц и номинальной частотой 50 Гц абсолютная погрешность измерения рассчитывается следующим образом:

$$\Delta_p = \pm \frac{\gamma}{100} X_N = \pm \frac{2}{100} 50 = \pm 1 \text{ Гц.}$$

При показании, например, 48 Гц для результата измерения можно записать $f = 48 \pm 1 \text{ Гц} = 47 \dots 49 \text{ Гц}$.

Таблица 1.1

Характеристики классов точности при обозначении допускаемой погрешности в виде приведённой или относительной погрешности ¹

Задаваемая погрешность (размерность)	Примеры обозначения класса точности на приборе	Нормирующее значение X_N	Формула для определения абсолютной погрешности Δ_p
Приведённая γ (%) ²	Числом из ряда (1; 1,5; 2,5; 4; 5 и 6)·10 ⁿ , где $n = 1; 0; -1; -2$ и т. д.	Наибольшее из $ X_B $ и $ X_H $ или $X_{ном}$ ³	$\Delta_p = \pm \frac{\gamma}{100} X_N$
Приведенная γ (%) с дополнительным знаком ⁴	$\begin{array}{c} \swarrow 1,5 \\ \searrow \\ \swarrow 2 \\ \searrow \\ \swarrow 6 \\ \searrow \end{array}$	$X_B - X_H$	$\Delta_p = \pm \frac{\gamma}{100} X_N$
Относительная δ (%)	$\begin{array}{c} \bigcirc 1,5 \\ \bigcirc 2,5 \\ \bigcirc 10 \end{array}$	Показание X прибора при измерении	$\Delta_p = \pm \frac{\delta}{100} X_N$
Приведённая (записанная в виде дроби)	0,02/0,01	X и наибольшее из $ X_B $ и $ X_H $ ⁵	$\Delta_p = \left[c + d \left(\left \frac{X_k}{X} \right - 1 \right) \right] \frac{X}{100}$

¹ Расшифровку значений X_B , X_H и X см. рис. 1.1.

² Для средств измерения с равномерной шкалой, степенной шкалой и для средств измерения с установленным номинальным значением.

³ Для средств измерения с установленным номинальным значением).

⁴ Для средств измерения физических величин с условным нулём.

⁵ c , d — числитель и знаменатель в обозначении класса точности, X_k — наибольшее значение из $|X_B|$ и $|X_H|$.

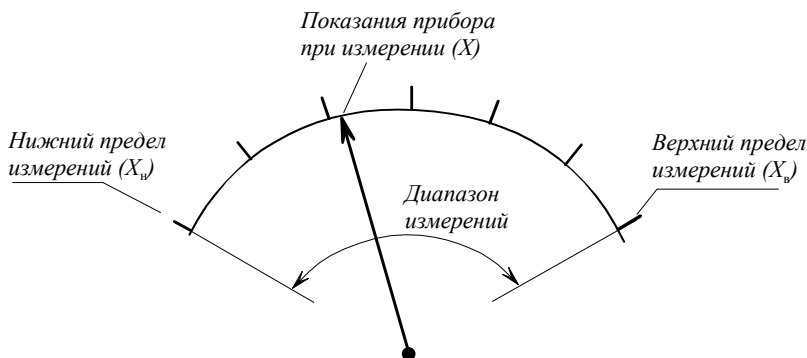


Рис. 1.1. Схема отсчётного устройства средства измерения

Пример 4. Для термоэлектрического термометра с классом точности $\sqrt{1,5}$ с пределами измерения по шкале от 200 до 600 °С нормирующее значение $X_N = 600 - 200 = 400$ °С. Значит, при регистрации температуры равной 350 °С, погрешность составит:

$$\Delta_p = \pm \frac{\gamma}{100} X_N = \pm \frac{1,5}{100} (X_v - X_n) = \pm \frac{1,5}{100} (600 - 200) = \pm 6^\circ \text{С}.$$

1.4. Оценка систематических погрешностей прямых измерений

При оценке систематических погрешностей основываются на двойственной природе систематических погрешностей: по отношению к конкретному экземпляру средства измерения данного типа эта погрешность является систематической, а по отношению к совокупности этих же средств измерения она является случайной с известным предельным значением. Следовательно, суммарная систематическая погрешность $\Delta_{\text{сист}}$ — также случайная величина.

Неисключённая систематическая погрешность (НСП) — систематическая погрешность, в отношении которой известно лишь её предельное значение.

В качестве составляющих НСП могут быть приняты:

- погрешность метода;
- погрешность средства измерения;
- погрешности, вызванные другими источниками.

Пусть θ_{Σ} — предел НСП $\Delta_{\text{сист}}$, а θ_i — предел i -й составляющей $\Delta_{\text{сист}i}$ НСП.

Если известно, что погрешности результата измерений определяются рядом составляющих НСП, каждая из которых имеет свои доверительные границы, то при неизвестных законах распределения, отдельных составляющих граница θ_{Σ} неисключённой систематической погрешности определяется согласно ГОСТ 8.736-2011 «Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения» следующим образом:

– при числе составляющих НСП $m < 3$:

$$\theta_{\Sigma} = \pm \sum_{i=1}^m |\theta_i|, \quad (1.1)$$

– при числе составляющих НСП $m \geq 3$:

$$\theta_{\Sigma} = k \sqrt{\sum_{i=1}^m \theta_i^2}, \quad (1.2)$$

где θ_i — граница (предел) i -й составляющей НСП; m — число составляющих НСП погрешностей результата измерений; k — коэффициент, значение которого зависит от доверительной вероятности: $k = 1,1$ при доверительной вероятности $P = 0,95$ и $k = 1,4$ при доверительной вероятности $P = 0,99$.

1.5. Оценка случайных погрешностей прямых измерений

В качестве оценки истинного значения величины при многократных измерениях принимают среднее арифметическое (оценку математического ожидания):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (1.3)$$

где $\bar{x}$ — среднее значение результатов измерений; x_i — результат i -го измерения, причём $i = 1, 2, \dots, n$.

Случайная погрешность $\Delta_{\text{сл}}$ в определении истинного значения физической величины:

$$\Delta_{\text{сл}} = \bar{x} - q.$$

Предельное значение ε случайной погрешности вычисляют следующим образом:

$$\varepsilon = \pm t_{P,n} \cdot S_{\bar{x}}, \quad (1.4)$$

где $t_{p,n}$ — коэффициент Стьюдента, зависящий от доверительной вероятности P , с которой оценивают погрешность и объёма выборки (количества измерений) n ; $S_{\bar{x}}$ — оценка среднего квадратического отклонения (СКО) среднего арифметического значения $\bar{x}$.

Значение коэффициента Стьюдента определяют по табл. 1.2, по значениям P и n .

Таблица 1.2

Коэффициенты Стьюдента

n	Доверительная вероятность P			
	0,7	0,8	0,9	0,95
2	2,0	3,1	6,3	12,7
3	1,3	1,9	2,9	4,3
4	1,3	1,6	2,4	3,2
5	1,2	1,5	2,1	2,8
6	1,2	1,5	2,0	2,6
7	1,1	1,4	1,9	2,4
8	1,1	1,4	1,9	2,4
9	1,1	1,4	1,9	2,3
10	1,1	1,4	1,8	2,3
12	1,1	1,4	1,8	2,2

Назначение доверительной вероятности определяется традициями, сложившиеся в той или иной области знаний.

Оценка СКО результатов отдельных измерений определяется по формуле:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}. \quad (1.5)$$

А оценку СКО среднего арифметического рассчитывают следующим образом:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}},$$

или с учётом (1.5):

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}. \quad (1.6)$$

Очень важно понимать различие оценки S от $S_{\bar{x}}$. Оценка S определяет ширину полосы рассеяния всех результатов x_i , входящих в выборку, а оценка $S_{\bar{x}}$ характеризует в $\sqrt{n}$ раз более узкую ширину рассеяния среднего арифметического $\bar{x}$ (рис. 1.2). То есть, если взять из генеральной совокупности результатов измерений несколько выборок и найти для каждой выборки среднее арифметическое, то полученные значения среднего арифметического сформируют свою полосу разброса шириной 2ε в $\sqrt{n}$ раз меньше, чем полоса разброса $2\Delta_x$ отдельных измерений.

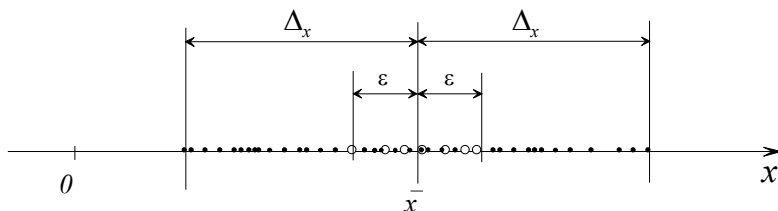


Рис. 1.2. Сравнение ширины полос рассеяния $2\Delta_x$ результатов отдельных измерений (чёрные точки) и среднего арифметического 2ε (светлые точки)

Окончательно, результат представляют в виде:

$$x = \bar{x} \pm \varepsilon.$$

Очень важно помнить, что указание погрешности без достоверительной вероятности лишено смысла.

1.6. Исключение промахов

Прежде чем производить оценку случайной погрешности из выборки ряда полученных результатов измерений, должны быть исключены промахи.

Согласно рекомендациям *ГОСТ 8.736-2011 Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения* для исключения грубых погрешностей необходимо использовать статистический критерий Граббса. Критерий Граббса основан на предположении, что группа результатов измерений принадлежит нормальному распределению. Предполагая, что наибольший $x_{\max}$ и (или) наименьший $x_{\min}$ результат измерений вызван грубыми погрешностями, вычисляют для этих значений критерии Граббса G_1 и G_2 :

$$G_1 = \frac{|x_{\max} - \bar{x}|}{S} \text{ и } G_2 = \frac{|\bar{x} - x_{\min}|}{S}, \quad (1.7)$$

где S — оценка СКВО результатов отдельных измерений, определяемая по формуле (1.5).

Затем сравнивают G_1 и G_2 с теоретическим значением G_T критерия Граббса при выбранном уровне значимости q (табл. 1.3).

Если $G_1 > G_T$, то $x_{\max}$ исключают из полученного ряда результатов измерений как маловероятное значение, если $G_2 > G_T$ то из полученного ряда результатов измерений исключают $x_{\min}$ как маловероятное значение. Далее вновь вычисляют среднее арифметическое и среднее квадратическое отклонение по формулам (1.3) и (1.5) для ряда результатов измерений, из которого исключены $x_{\max}$ и (или) $x_{\min}$, и процедуру проверки наличия промахов повторяют.

Таблица 1.3

Критические значения G_T для критерия Граббса

n	Одно наибольшее или одно наименьшее значение при уровне значимости q	
	свыше 1 %	Свыше 5 %
3	1,155	1,155
4	1,496	1,481
5	1,764	1,715
6	1,973	1,887
7	2,139	2,020
8	2,274	2,126

Если $G_1 \leq G_T$, то $x_{\max}$ не считают промахом и его сохраняют в ряду результатов измерений; аналогично, если $G_2 \leq G_T$, то $x_{\min}$ не считают промахом и его сохраняют в ряду результатов измерений.

1.7. Оценка суммарной погрешности прямых измерений

Суммарная погрешность измерения определяется систематической и случайной погрешностями. Вопрос о правилах сложения систематической и случайной погрешностей не имеет строгого решения и решается разным образом. Иногда рекомендуют отказаться вообще от нахождения суммарной погрешности и давать в качестве меры суммарной погрешности две погрешности систематическую и случайную.

Однако на практике, чтобы применять результаты измерения, удобнее использовать общую погрешность вне зависимости от причин её породивших. Поэтому приходится как-то комбинировать систематическую и случайную погрешности, чтобы получить единую числовую характеристику погрешности. При этом очень важно отметить, что вопрос комбинирования систематической и случайной погрешностей актуален только в том случае, если одна из них не превышает другую более чем в несколько раз.

Если выполняется условие $\theta_{\Sigma}/S_{\bar{x}} > 8$, то можно пренебречь случайной погрешностью, и суммарная погрешность измерений Δ будет определяться систематической погрешностью, т. е. $\Delta = \theta_{\Sigma}$.

В случае, когда случайными погрешностями можно пренебречь, применимы однократные измерения. При однократных измерениях суммарная погрешность определяется погрешностью применённых средств измерения, т. е. классом точности прибора, и вычисляется по формулам, приведённым в п. 1.3. Погрешности θ_i применённых средств измерений принимаются равными значениям основной погрешности Δ_p средства измерений, т. е. $\theta_i = \Delta_p$.

Однократные измерения используются, как правило, в серийных измерениях. Возможность использования однократных измерений устанавливается предварительными многократными измерениями: измерений должно быть не менее трёх, чтобы исключить промах.

Многократные измерения проводятся, когда случайными погрешностями пренебречь нельзя. В этом случае вычисление суммарной погрешности зависит от соотношения θ_{Σ} и $S_{\bar{x}}$.

Если выполняется условие $\theta_{\Sigma}/S_{\bar{x}} < 0,8$, то систематической погрешностью можно пренебречь, и суммарная погрешность измерений Δ будет определяться случайной погрешностью, т. е. $\Delta = \varepsilon = \pm t_{p,n} S_{\bar{x}}$.

Если выполняется условие $0,8 < \theta_{\Sigma}/S_{\bar{x}} < 8$, то следует учитывать как случайную, так и систематическую погрешность. При этом полагают систематическую ошибку также распределённой по нормальному закону. Тогда суммарную погрешность вычисляют по формуле:

$$\Delta = K S_{\Sigma}, \quad (1.8)$$

где S_{Σ} — СКО результата измерений с учётом систематической и случайной погрешностей, причём согласно ГОСТ 8.736-2011 Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения

$$S_{\Sigma} = \sqrt{S_{\theta}^2 + S_x^2}, \quad (1.9)$$

K — эмпирический коэффициент, вычисляемый по формуле:

$$K = \frac{\varepsilon + \theta_{\Sigma}}{S_{\theta} + S_x}, \quad (1.10)$$

где S_{θ} — среднее квадратическое отклонение НСП, вычисляемое по формуле:

$$S_{\theta} = \frac{\theta_{\Sigma}}{\sqrt{3}}. \quad (1.11)$$

S_x — СКО среднего арифметического результатов измерения, вычисляемая по формуле (1.6).

1.8. Порядок выполнения работы

Работа рассчитана на 4 ч.

1. Получить от преподавателя номер варианта и выписать исходные данные в табличной форме, как представлено в Приложении 1.

2. Пользуясь рекомендациями табл. 1.1, определяют составляющие НСП: составляющую θ_1 , обусловленную погрешностью средства измерения, и составляющую θ_2 , обусловленную погрешностью меры, как равные основной погрешности Δ_p измерительного прибора и меры соответственно.

3. По формуле (1.1) вычисляют предел θ_{Σ} НСП (число составляющих НСП $m = 2$).

4. Определяют случайную погрешность.

Сначала проверяют выборку результатов измерений на наличие промахов. По формуле (1.3) рассчитывают оценку математического ожидания результата измерений как среднее арифметическое $\bar{x}$ результатов ($n = 6$). Затем по формуле (1.5) находят S — оценку СКО отдельных результатов. Расчёты вести в табличной форме (табл. 1.4).

Таблица 1.4

Расчёт среднего арифметического, СКО результатов измерений
и СКО среднего арифметического

x_i	x	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	S	$S_{\bar{x}}$
...					
...					
...					

В представленной выборке берут минимальное значение $x_{\min}$ и максимальное значение $x_{\max}$ результатов измерений и по формулам (1.7) рассчитывают критерии Граббса G_1 и G_2 .

По табл. 1.3 для уровня значимости 5 % и объёма выборки $n = 6$ выписывают значение критерия G_T и сравнивают его с расчётными значениями G_1 и G_2 . Если $G_1 > G_T$, то $x_{\max}$ исключают из полученного ряда результатов измерений как маловероятное значение, аналогично, если $G_2 > G_T$, то из полученного ряда результатов измерений исключают $x_{\min}$ как маловероятное значение. Если $G_1 \leq G_T$, то $x_{\max}$ не считают промахом и его сохраняют в ряду результатов измерений; аналогично, если $G_2 \leq G_T$, то $x_{\min}$ не считают промахом и его сохраняют в ряду результатов измерений.

Если $x_{\max}$ и (или) $x_{\min}$ были исключены из выборки, то вновь вычисляют для очищенной от промахов выборки среднее арифметическое по формуле (1.3) и СКО среднего арифметического — по формуле (1.6).

По формуле (1.4) определяют предельное значение ε случайной погрешности; коэффициент Стьюдента находят по табл. 1.2 для доверительной вероятности $P = 95 \%$.

5. Находят отношение $\theta_{\Sigma}/S_{\bar{x}}$. Если $0,8 < \theta_{\Sigma}/S_{\bar{x}} < 8$, то производят оценку суммарной погрешности измерений.

По формуле (1.11) определяют СКО НСП.

Затем по формуле (1.9) рассчитывают СКО S_{Σ} результата измерений с учётом систематической и случайной погрешностей.

По формуле (1.8) рассчитывают суммарную погрешность Δ , причём эмпирический коэффициент K определяют по формуле (1.10).

6. Записывают окончательный результат измерений в виде:

$$\bar{x} \pm \Delta; P,$$

где P — значение доверительной вероятности.

Окончательно погрешность оценки измеряемой величины представляют с двумя значащими цифрами (не более). Сохраняемую вторую значащую цифру в погрешности оценки измеряемой величины при округлении увеличивают на единицу, если отбрасываемая цифра неукзываемого младшего разряда больше, либо равна пяти. И не изменяют, если она меньше пяти. Число значащих цифр в промежуточных вычислениях при обработке результатов измерений должно быть на две больше, чем в окончательном результате. Погрешность при промежуточных вычислениях должна быть выражена не более, чем тремя значащими цифрами.

1.9. Пример выполнения работы

1. Выпишем исходные данные в табличной форме (см. ниже).

Прибор	Диапазон измерения по шкале	0...500
	Класс точности	1,0
Установочная мера	Номинальное значение	100
	Класс точности	0,2
Показания прибора	Первое измерение	200
	Второе измерение	193
	Третье измерение	215
	Четвёртое измерение	191
	Пятое измерение	218
	Шестое измерение	315

2. Определим НСП.

Согласно варианту исходных данных у НСП две составляющие: θ_1 — составляющая, обусловленная погрешностью средства измерения и θ_2 — составляющая, обусловленная погрешностью меры.

Погрешность применённых средств измерений принимается равной значению основной погрешности Δ_p средства измерений, т. е. $\theta_i = \Delta_p$. Последняя определяется классом точности средства измерений, тогда согласно рекомендациям п. 1.3 для измерительного прибора:

$$\Delta_p = \pm \frac{\gamma}{100} X_N = \pm \frac{1}{100} 500 = \pm 5,0,$$

где γ — приведённая погрешность измерительного прибора, равная 1 % (класс точности 1,0); X_N — нормирующее значение, равное верхнему пределу измерений, т.е. 500 (см. табл. 1.1).

Для меры:

$$\Delta_p = \pm \frac{\gamma}{100} X_N = \pm \frac{0,2}{100} 100 = \pm 0,2,$$

где γ — приведённая погрешность измерительного прибора, равная 0,2 % (класс точности 0,2); X_N — нормирующее значение, равное номинальному значению меры, т.е. 100 (см. табл. 1.1);

Согласно (1.1) при числе составляющих НСП $m < 3$ предел НСП вычисляется следующим образом:

$$\theta_\Sigma = \pm \sum_{i=m}^m |\theta_i| = \pm (\theta_1 + \theta_2) = \pm (5,0 + 0,2) = 5,2.$$

3. Определим случайную погрешность.

Сначала определим наличие промахов. В представленной выборке проверим минимальное значение $x_{\min} = 191$ и максимальное значение $x_{\max} = 315$.

Рассчитаем по формуле (1.3) оценку математического ожидания результата измерений как среднее арифметическое:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{6} (200 + 193 + 215 + 191 + 218 + 315) = 222.$$

Оценку СКО отдельных результатов рассчитаем по формуле (1.5):

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - 222)^2}{6-1}} = 46,9.$$

Расчёты среднего арифметического и СКО для удобства лучше проводить в табличной форме (см. табл. 1.4).

Рассчитаем по формулам (1.7) критерии Граббса G_1 и G_2 :

$$G_1 = \frac{|x_{\max} - \bar{x}|}{S} = \frac{|315 - 222|}{46,9} = 1,982,$$

$$G_2 = \frac{|\bar{x} - x_{\min}|}{S} = \frac{|222 - 191|}{46,9} = 0,6610.$$

По табл. 1.3 для уровня значимости 5 % и объёма выборки $n = 6$ теоретическое значение критерия $G_T = 1,887$.

Так как $G_1 > G_T$, то значение 315 исключаем из полученного ряда результатов измерений как маловероятное значение, а значение 191 промахом не считается, так как $G_2 < G_T$.

Вновь вычисляем среднее арифметическое и СКО среднего арифметического по формулам (1.3) и (1.6) для выборки, из которой исключено значение 315:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{5} (200 + 193 + 215 + 191 + 218) = 203,4,$$

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - 203,4)^2}{5(5-1)}} = 5,57.$$

Расчёты среднего арифметического и СКО для выборки, очищенной от промахов, удобнее проводить в табличной форме (см. табл. 1.4).

В нашем случае процедуру проверки наличия промахов не повторяем, так как очевидно, что оставшиеся значения промахами не являются.

Предельное значение ε случайной погрешности вычисляем по формуле (1.4):

$$\varepsilon = \pm t_{p,n} \cdot S_{\bar{x}} = \pm 2,8 \cdot 5,57 = \pm 15,7,$$

где коэффициент Стьюдента ($t_{p,n} = 2,8$) определили по табл. 1.2 для доверительной вероятности $P = 95$ % и объёма выборки $n = 5$.

4. Оценка суммарной погрешности измерений.

Отношение $\theta_{\Sigma} / S_{\bar{x}} = 5,2 / 5,6 = 0,93$.

Так как $0,8 < \theta_{\Sigma} / S_{\bar{x}} < 8$, то следует учитывать как случайную, так и систематическую погрешность.

Определим по формуле (1.11) среднее квадратическое отклонение НСП:

$$S_0 = \frac{\theta_{\Sigma}}{\sqrt{3}} = \frac{5,2}{\sqrt{3}} = 3,0.$$

Затем рассчитаем по формуле (1.9) СКО результата измерений с учётом систематической и случайной погрешностей:

$$S_{\Sigma} = \sqrt{S_{\theta}^2 + S_{\bar{x}}^2} = \sqrt{3^2 + 5,57^2} = 6,32.$$

Суммарную погрешность рассчитаем по формуле (1.8):

$$\Delta = KS_{\Sigma} = 2,44 \cdot 6,32 = 15,41,$$

где эмпирический коэффициент K определили по формуле (1.10):

$$K = \frac{\varepsilon + \theta_{\Sigma}}{S_{\theta} + S_{\bar{x}}} = \frac{15,7 + 5,2}{3,0 + 5,57} = 2,44.$$

Окончательно результат измерений запишем в виде:

$$203 \pm 15; P = 95 \, \%.$$

1.10. Содержание отчёта

1. Таблица с исходными данными полученного варианта.
2. Расчёты НСП.
3. Расчёты случайной погрешности с результатами расчёта среднего арифметического, СКО отдельных результатов и СКО среднего арифметического в табличной форме (см. табл. 1.4).
4. Расчёты суммарной погрешности результатов измерений.

1.11. Контрольные вопросы

1. Что такое действительное значение измеряемой величины и погрешность измерения?
2. Чем действительное значение измеряемой величины отличается от истинного?
3. Какие погрешности измерения вы знаете?
4. Каковы причины промахов?
5. Что такое неисключаемая систематическая погрешность?
6. Что характеризует класс точности средства измерений?
7. Как оценивают доверительный интервал результатов измерений?
8. В каких случаях можно пренебречь неисключаемой систематической погрешностью?
9. В каких случаях можно пренебречь случайной погрешностью?
10. В каких случаях при оценке суммарной погрешности нужно учитывать как неисключаемую систематическую погрешность, так и случайную погрешность?

Практическая работа № 2

РАСЧЁТ ПОГРЕШНОСТИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

2.1. Описание работы

Цель работы — освоение общепринятой методики расчёта погрешности косвенных измерений.

Содержание работы. Каждый студент получает от преподавателя индивидуальный вариант с результатами измерений. Знакомится с методическими указаниями и производит оценку погрешности косвенных измерений.

2.2. Основные определения

По способу получения информации измерения делятся на следующие виды:

- прямые;
- косвенные.

Определение *прямых измерений* дано выше в работе № 1.

Косвенные измерения — измерения, при которых искомое значение физической величины находят на основании известной функциональной зависимости между этой величиной и величинами, значения которых получены прямыми измерениями.

К косвенным измерениям, например, относятся: определение высоты строительного объекта тригонометрическим методом; определение объёма параллелепипеда перемножением длины, ширины и высоты, определение плотности тела по измеренным массе и объёму и т. д.

2.3. Теоретические сведения

Пусть известна функциональная зависимость между величиной y и величинами $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$, которая имеет вид $y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$. Измерением величин $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ необходимо найти величину y . Если при измерениях величин $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ известны ошибки (погрешности) $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_i, \dots, \Delta x_n$ определения $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$, то погрешность оценки физической величины y можно вычислить по формуле:

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}. \quad (2.1)$$

Причём погрешность Δx_i можно определить путём многократных измерений, вычисляя СКО и используя коэффициенты Стьюдента, или при однократных измерениях, используя предельные погрешности средств измерения.

Ниже в табл. 2.1 в качестве справочных даны формулы дифференцирования:

Таблица 2.1

Формулы дифференцирования

Функция	Производная
$y = \text{const}$	$y' = 0$
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$
$y = Cu(x)$	$y' = Cu'(x)$
$y = u(x) + v(x) - w(x)$	$y' = u'(x) + v'(x) - w'(x)$
$y = u(x)v(x)$	$y' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$
$y = \frac{u(x)}{v(x)}$	$y' = \frac{u'(x)v(x) - v'(x)u(x)}{v^2(x)}$

2.4. Порядок выполнения работы

Работа рассчитана на 2 ч.

1. Получить от преподавателя два индивидуальных варианта (Приложение 2) для выполнения работы.
2. Пользуясь формулой (2.1), вычислить погрешность Δy косвенных измерений величины Δy .
3. Записать результат в виде: $y = y \pm \Delta y$.

2.5. Пример выполнения работы

Требуется определить результат однократного измерения плотности ρ тела неправильной формы с помощью взвешивания и погружения.

$$\rho = \frac{M}{V},$$

где M — масса тела, определяемая взвешиванием; V — объём тела, определяемый погружением.

Взвешивание производится на лабораторных весах. Предельная погрешность весов равна $\pm 0,1$ г. Результат взвешивания — $M = 12,4$ г.

Определение объёма производят погружением тела в заполненную водой мерную мензурку. Предельная погрешность средства измерения (мензурки) равна $\pm 0,1$ см³. Результат измерения объёма — $V = 3,1$ см³.

$$\text{Плотность материала равна } \rho = \frac{M}{V} = \frac{12,4}{3,1} = 4,0 \text{ г/см}^3.$$

Согласно формуле (2.1) выражение для вычисления погрешности определения плотности можно записать следующим образом:

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial M}\Delta M\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial V}\Delta V\right)^2}.$$

Так как проводятся однократные измерения, то в качестве погрешностей ΔM и ΔV возьмём предельные погрешности средств измерения, т. е. $\Delta M = 1$ мг, а $\Delta V = 0,1$ см³.

Пользуясь правилами дифференцирования, перепишем указанное выражение в следующем виде:

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\Delta M}{V}\right)^2 + \left(-\frac{M}{V^2}\Delta V\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,1}{3,1}\right)^2 + \left(-\frac{12,4}{3,1^2}0,1\right)^2} = 0,13, \text{ г/см}^3.$$

Таким образом, окончательный результат косвенного измерения плотности выглядит следующим образом:

$$\rho = 4,00 \pm 0,13 \text{ г/см}^3.$$

2.6. Содержание отчёта

1. Исходные данные в соответствии с индивидуальным вариантом задания.
2. Вычисления с сопутствующими пояснениями.
3. Результат.

2.7. Контрольные вопросы

1. Что такое действительное значение измеряемой величины и погрешность измерения?
2. Чем отличаются прямые измерения от косвенных?
3. Когда проводят однократные измерения?
4. Что принимается в качестве погрешности Δx_i измерения величин x_i при косвенных измерениях величины y , являющейся функцией величин x_i ?

Практическая работа № 3

ПРОВЕРКА СООТВЕТСТВИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ НОРМАЛЬНОМУ ЗАКОНУ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ОЦЕНКА ДОВЕРИТЕЛЬНОГО ИНТЕРВАЛА

3.1. Описание работы

Цели работы — освоение общепринятой методики проверки соответствия распределения экспериментальных данных нормальному закону распределения и оценки доверительного интервала.

Содержание работы. Каждый студент получает от преподавателя индивидуальный вариант с результатами 50-ти кратного измерения какой-либо величины. Строит гистограмму распределения результатов и теоретическую кривую плотности нормального распределения. Рассчитывает критерий согласия χ^2 и делает вывод о соответствии распределения экспериментальных данных нормальному распределению, а затем определяет доверительный интервал измеренной величины.

3.2. Основные понятия

Измерение — это сравнение физической величины с её единицей или шкалой с помощью специальных технических средств.

Истинное значение измеряемой физической величины — это значение, характеризующее идеальный образ в качественном и количественном отношении измеряемую величину.

Действительное значение физической величины — это значение, полученное экспериментальным путём и настолько близкое к истинному значению, что в поставленной измерительной задаче может быть использовано вместо него.

Погрешность измерения — это разность между показаниями измерительного прибора и истинного (действительного) значения измеряемой величины.

Случайная погрешность — погрешность, изменяющаяся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Случайные погрешности возникают под действием многочисленных случайных факторов, природа которых неизвестна, и учесть которые невозможно.

Промех (выброс) — результат измерения, содержащий грубую погрешность, выделяющийся тем, что резко отличается от остальных результатов измерений, выполненных в одних и тех же условиях. Причины промехов — ошибки оператора, неисправность измерительных приборов, резкое изменение условий проведения измерений. Результаты с промехами не принимают во внимание: их отбрасывают при оценке погрешности измерений.

Выборка (выборочная совокупность) — часть генеральной совокупности значений (случайной величины), которая охватывается экспериментом (наблюдением).

3.3. Краткие теоретические сведения

Результат измерения является случайной величиной. Известно, что наиболее полное описание случайной величины даётся законом её распределения. При решении многих практических задач нет необходимости характеризовать случайную величину исчерпывающим образом, а достаточно указать только отдельные характеристики распределения. На практике в качестве таких характеристик в подавляющем большинстве случаев используют две: *математическое ожидание*, характеризующее центр группирования случайной величины, и *дисперсию*, характеризующую рассеяние случайной величины вокруг математического ожидания.

Однако в распоряжении экспериментатора находится не вся совокупность возможных значений случайной величины, называемая *генеральной совокупностью*, а *выборка* из этой генеральной совокупности, состоящая из ограниченного числа результатов измерений. И по этой выборке можно получить лишь статистическое (эмпирическое) распределение значений случайной величины из генеральной совокупности, поэтому характеристики эмпирического распределения называют *выборочными характеристиками* или *оценками*. Чаще всего, в качестве выборочных характеристик, применяют:

– *выборочное среднее* (оценку математического ожидания), вычисляемое как среднее арифметическое по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (3.1)$$

где x_i — результат i -ого измерения величины x ;

– *выборочную дисперсию*, которую определяют согласно выражению:

$$D = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

На практике чаще всего вместо выборочной дисперсии используют выборочное СКО (оценка СКО), вычисляемое как

$$S = \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (3.2)$$

где S — выборочное СКО.

Удобство СКО в том, что оно имеет такую же размерность, что и случайная величина.

Обработка результатов измерения заканчивается определением интервала, в котором находится измеряемая величина. А это практически осуществимо только при нормальном законе распределения результатов измерений. Поэтому на практике обработка результатов измерений в подавляющем большинстве случаев производится в предположении об их нормальном законе распределения. Гипотеза о нормальном распределении результатов измерений позволяет широко использовать при статистической обработке результатов измерений статистические распределения Пирсона, Стьюдента и Фишера. Так теоретически доказано, что среднее арифметическое является эффективной оценкой⁶ измеряемой величины только при нормальном распределении погрешностей измерений; если распределение отличается от нормального, то определение среднего арифметического не является наилучшим решением.

Таким образом, на практике часто возникает необходимость проверки соответствия распределения выборки нормальному закону — закону Гаусса. Проверку осуществляют с использованием критерия согласия χ^2 , предложенного Пирсоном. Для этого сначала данные, содержащиеся в выборке, разбивают на m интервалов. Для каждого i -го интервала вычисляют значение χ^2_i по формуле:

⁶ Статистическая оценка (СО) величины является наилучшей, если она состоятельная, несмещённая и эффективная. СО называется *состоятельной*, если при увеличении числа экспериментальных данных она стремится к истинному значению величины. СО называется *несмещённой*, если её математическое ожидание равно измеряемой величине. СО называется *эффективной*, если её СКО меньше любой другой оценки этой величины.

$$\chi_i^2 = \frac{(n_i - nP_i)^2}{nP_i}, \quad (3.3)$$

где n_i — число результатов, попадающих в i -интервал; n — число результатов в выборке; P_i — теоретическая вероятность попадания результата в i -интервал, т. е. вероятность, вычисленная в предположении нормального закона распределения выборки.

Затем находят экспериментальное значение критерия согласия $\chi_{\text{экс}}^2$ по формуле:

$$\chi_{\text{экс}}^2 = \sum_{i=1}^k \chi_i^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - nP_i)^2}{nP_i}, \quad (3.4)$$

где k — число степеней свободы, вычисляемое по формуле $k = m - 3$, здесь m — количество интервалов, на которое разбивается выборка.

По сути, величина χ^2 является мерой расхождения эмпирического и нормального (теоретического) распределений. Если результаты измерений распределяются по нормальному закону, то распределение величины χ^2 подчиняется закону Пирсону. Чтобы проверить действительно ли это так, сравнивают экспериментальное значение критерия согласия $\chi_{\text{экс}}^2$ с табличными значениями $\chi_{\text{н}}^2$ и $\chi_{\text{в}}^2$. Последние находят по таблицам для известного числа степеней свободы k и заданного уровня значимости. Если окажется, что

$$\chi_{\text{н}}^2 < \chi_{\text{экс}}^2 < \chi_{\text{в}}^2,$$

то это значит, что распределение экспериментальных данных соответствует теоретическому (нормальному) распределению.

3.4. Порядок выполнения работы

Работа рассчитана на 4 ч.

1. Получить у преподавателя вариант задания, пользуясь Приложением 3.
2. Записать значения полученного варианта в столбец 2 табл. 3.1.
3. Вычислить параметры распределения — среднее арифметическое $\bar{x}$ и оценку СКО $S(x)$ формулам (3.1) и (3.2) соответственно с использованием значений сумм, посчитанных для столбцов 2 и 4 (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Расчёт среднего арифметического и оценки СКО

№ измерения	Результаты расчёта по исходной выборке			Результаты расчёта по выборке с исключёнными «промахами»	
	x_i , мм	$x_i - \bar{x}$, мм	$(x_i - \bar{x})^2$	$x_i - \bar{x}$, мм	$(x_i - \bar{x})^2$
1	2	3	4	5	6
1					
2					
3					
.					
.					
.					
.					
50					
Суммы		–			

1. Проверить выборку (табл. 3.1, столбец 1) на наличие грубых погрешностей (промахов). На практике для выборки $n \geq 30$ с доверительной вероятностью $P = 99,7\%$ результат x_i можно считать промахом, если для него выполняется одно из условий:

$$x_i < \bar{x} - 3S(x)$$

или

$$x_i > \bar{x} + 3S(x).$$

Если в выборке обнаружены результаты, содержащие промахи, то их из выборки исключают, а потом корректируют значение $\bar{x}$, т. е. рассчитывают среднее арифметическое по формуле (3.1), но для выборки с исключёнными промахами.

2. С использованием откорректированного $\bar{x}$ рассчитывают заново сумму значений $(x_i - \bar{x})^2$ (столбец 6 табл. 3.1) и вычисляют опять оценку СКО S по формуле (3.2).

3. Построить гистограмму распределения для чего проделать следующее:
- определить поле рассеяния результатов измерений как разность наибольшего и наименьшего результатов ($x_{\max} - x_{\min}$) в выборке;
 - поле рассеяния разбить на m интервалов, количество которых подсчитывается по формулам: $m = \sqrt{n}$ (при $n \leq 100 \dots 200$) или $m = 51\sqrt{n}$, где n — количество результатов в выборке;

– определить протяженность интервала $\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m}$ (рис. 3.1)

и границы интервалов. Данные записать в табл. 3.2;

– определить количество результатов n_i , попавших в каждый i -й интервал Δx_i , и найти частоты по формуле $P'_i = n_i / n$, где $i = 1, \dots, m$.

Данные занести в табл. 3.2;

– рассчитать значения эмпирической плотности вероятности

$$p'_i = \frac{P'_i}{\Delta x_i}.$$

Данные занести в табл. 3.2;

– построить гистограмму распределения (рис. 3.1). При построении выдерживать пропорции $h/l \approx 5/8$.

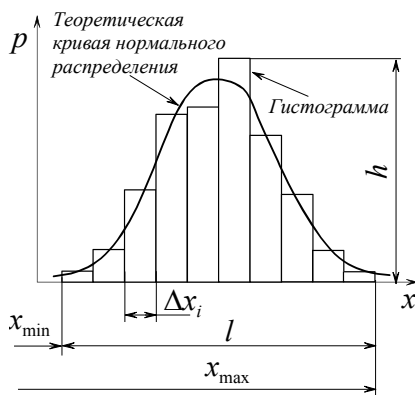


Рис. 3.1. Гистограмма распределения

Таблица 3.2

Обработка данных для построения гистограммы

№ интервала	Границы интервалов		Число результатов n_i , попавших в интервал	Частость $P'_i = n_i / n$	Эмпирическая плотность вероятности $p'_i = \frac{P'_i}{\Delta x_i}$
	нижняя	верхняя			
1					
2					
·					
·					
m					

4. Построить теоретическую кривую нормального распределения. Для этого проделать следующее:

- для каждого i -интервала записать в табл. 3.3 верхнюю $x_{\text{в}}$ и нижнюю $x_{\text{н}}$ границы интервалов;
- для верхней границы $x_{i\text{в}}$ каждого i -интервала вычислить значение переменной v_i по формуле:

$$v_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S(x)}, \quad (3.5)$$

где $\bar{x}$ — среднее арифметическое выборки, очищенной от результатов с промахами, вычисленное по формуле (3.1), а вместо x_i необходимо подставить $x_{i\text{в}}$.

Записать значения v_i в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Обработка данных для построения теоретической кривой нормального распределения

№ интервала	Границы интервала		n_i	$v_{i\text{н}}$	$v_{i\text{в}}$	$F(v_{i\text{н}})$	$F(v_{i\text{в}})$	P_i	p_i
	$x_{\text{н}}$	$x_{\text{в}}$							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1									
2									
.									
.									
m									

- для каждого значения v_i определить значение интегральной функции нормированного нормального распределения

$$F(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^v e^{-\frac{v^2}{2}} dv. \text{ Для этого воспользоваться Приложением 4.}$$

Значения $F(v_i)$ занести в табл. 3.3.

- рассчитать теоретическую вероятность P_i попадания результата измерения x_i в i -интервал: $P_i = F(v_{i\text{в}}) - F(v_{i\text{н}})$, здесь $v_{i\text{в}}$ — значение v , вычисленное по формуле (3.5) для значения $x_i = x_{i\text{в}}$, а $v_{i\text{н}}$ — значение v , вычисленное по формуле (3.5) для значения $x_i = x_{i\text{н}}$. Необходимо отметить, что нижняя граница i -го интервала равна верх-

ней границе предыдущего, т. е. $(i-1)$ -го интервала, иными словами:

$$x_{in} = x_{(i-1)в}.$$

– рассчитать значения теоретической плотности вероятности:

$$p_i = \frac{P_i}{\Delta x_i} \text{ Занести полученные значения } p_i \text{ в табл. 3.3.}$$

– по полученным значениям p_i и средним значениям в i -ом интервале $x_{ср} = (x_{ив} - x_{ин})/2$ построить теоретическую кривую плотности нормального распределения вероятности (рис. 3.1).

5. Рассчитать экспериментальное значение критерия согласия для каждого i -го интервала χ_i^2 по формуле (3.3) и записать полученные значения в столбец 7 табл. 3.4. Следует обратить внимание, что в каждом интервале должно быть не менее пяти результатов измерений, т. е. должно быть $n_i \geq 5$, в противном случае соседние интервалы объединяют в один, и для объединённого интервала находят суммарное n_i , суммарное nP_i , по которым вычисляют обобщённое значение χ_i^2 .

6. Вычислить по формуле (3.4) экспериментальное значение $\chi_{экс}^2$.

Таблица 3.4

Обработка данных для расчёта критерия согласия χ^2

№ интервала	Границы интервала		n_i	P_i	nP_i	$\chi_i^2 = \frac{(n_i - nP_i)^2}{nP_i}$
	$x_{ин}$	$x_{ив}$				
1	2	3	4	5	6	7
1						
2						
.						
.						
m						
$\chi_{экс}^2$ (сумма значений столбца 7)						

7. Найти по таблице Приложения 5 значения $\chi_{н}^2$ и $\chi_{в}^2$. Причём указанные значения выбрать из таблицы для числа степеней свободы $k = m - 3$, где m — количество интервалов, с учётом их объединения, если $n_i < 5$, и доверительной вероятности 0,90, т. е. принять для верхнего значения $\chi_{в}^2$ уровень значимости 5 %, а для нижнего $\chi_{н}^2$ — 95 %.

8. Сравнить $\chi_{\text{экс}}^2$ с табличными значениями $\chi_{\text{н}}^2$ и $\chi_{\text{в}}^2$.

Если $\chi_{\text{н}}^2 < \chi_{\text{экс}}^2 < \chi_{\text{в}}^2$, то это значит, что распределение экспериментальных данных соответствует теоретическому (нормальному) распределению.

9. Произвести оценку доверительного интервала результата измерения для двух случаев:

Первый случай — для всей выборки ($n > 40$). В этом случае при нормальном распределении измеряемой величины доверительный интервал оценивают с использованием распределения Стьюдента:

$$\bar{x} - t_{P,n} S_{\bar{x}} \leq x \leq \bar{x} + t_{P,n} S_{\bar{x}}, \quad (3.6)$$

где $t_{P,n}$ — квантиль распределения Стьюдента, выбираемый по Приложению 6 при числе измерений n и доверительной вероятности P (взять $P = 0,95$); $S_{\bar{x}}$ — СКО среднего арифметического, определяется по формуле (1.6):

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}};$$

— при неизвестном распределении измеряемой величины доверительный интервал представляют также в виде аналогичном (3.6):

$$\bar{x} - t S_{\bar{x}} \leq x \leq \bar{x} + t S_{\bar{x}}, \quad (3.7)$$

где $S_{\bar{x}}$ — СКО среднего арифметического, определяемая также по формуле (1.6), так как эта формула действительна для любого закона распределения; t — квантиль неизвестного распределения.

Известно, что при любом из известных законов распределения вероятности коэффициент t колеблется в диапазоне:

от 1,0 до 1,9 при доверительной вероятности $P = 70$ %;

от 1,3 до 2,3 при $P = 80$ %;

от 1,7 до 3,4 при $P = 90$ %.

Выбрать верхнюю границу (для исключения ошибки в опасную сторону) указанных диапазонов для любой из указанных доверительных вероятностей, например, $t = 2,3$ при $P = 80$ %, и рассчитать погрешность.

Второй случай — для числа измерений $n = 5$. В этом случае взять из выборки своего варианта первые пять значений и оценить доверительный интервал с использованием распределения Стьюдента в виде (3.6).

Квантиль распределения Стьюдента взять из таблицы Приложения 6 при числе измерений $n = 5$ и доверительной вероятности $P = 0,95$.

Результаты вычислений записать в табл. 3.5.

Таблица 3.5

Результаты вычислений доверительного интервала

Число измерений	Распределение	$\bar{x}$	S (формула (3.2))	$S_{\bar{x}}$ (формула (1.6))	Квантиль t распределения	Погрешность измерения
$n > 40$	Стьюдента (или неизвестное)					
$n = 5$	Стьюдента					

3.5. Пример выполнения работы

В столбце 2 табл. 3.6 представлен вариант выборки результатов измерений диаметра валика после обработки точением.

По результатам расчёта сумм в последней строке табл. 3.6 рассчитаем по формулам (3.1) и (3.2) соответственно среднее арифметическое и СКО:

$$\bar{x} = 59,985;$$

$$S = 0,0481.$$

Как видно, в представленной выборке нет промахов, так как все результаты удовлетворяют условию:

$$\bar{x} - 3S(x) < x_i < \bar{x} + 3S(x),$$

$$\text{т. е. } 59,891 < x_i < 60,079.$$

Таблица 3.6

Результаты расчёта среднего арифметического и оценки СКО

№ измерения	Результаты расчёта по исходной выборке			Результаты расчёта по выборке с исключёнными «промахами»	
	x_i , мм	$x_i - \bar{x}$, мм	$(x_i - \bar{x})^2$	x_i , мм	$x_i - \bar{x}$, мм
1	2	3	4	5	6
1	60,024	−0,075	0,0057	—	—

Таблица 3.6 (продолжение)

1	2	3	4	5	6
2	60,024	−0,069	0,0048	–	–
3	60,030	−0,039	0,0016	–	–
4	60,042	−0,039	0,0016	–	–
5	59,994	−0,039	0,0016	–	–
6	59,988	−0,033	0,0011	–	–
7	60,036	−0,033	0,0011	–	–
8	59,976	−0,033	0,0011	–	–
9	59,946	−0,027	0,0008	–	–
10	59,952	−0,027	0,0008	–	–
11	60,042	−0,021	0,0005	–	–
12	60,030	−0,021	0,0005	–	–
13	60,018	−0,015	0,0002	–	–
14	60,012	−0,015	0,0002	–	–
15	60,006	−0,015	0,0002	–	–
16	59,970	−0,015	0,0002	–	–
17	59,946	−0,015	0,0002	–	–
18	59,976	−0,015	0,0002	–	–
19	59,964	−0,015	0,0002	–	–
20	59,970	−0,009	0,0001	–	–
21	60,006	−0,009	0,0001	–	–
22	60,006	−0,009	0,0001	–	–
2	59,976	−0,009	0,0001	–	–
3	59,970	−0,009	0,0001	–	–
24	59,994	−0,009	0,0001	–	–
25	60,024	−0,006	0,0000	–	–
26	59,970	−0,003	0,0000	–	–
27	59,982	−0,003	0,0000	–	–
28	59,976	0,003	0,0000	–	–
29	60,000	0,003	0,0000	–	–
30	59,982	0,009	0,0001	–	–
31	59,988	0,009	0,0001	–	–
32	59,970	0,009	0,0001	–	–
33	59,970	0,015	0,0002	–	–

Таблица 3.6 (окончание)

34	59,964	0,021	0,0004	–	–
35	59,958	0,021	0,0004	–	–
36	60,036	0,021	0,0004	–	–
37	60,012	0,027	0,0007	–	–
38	60,012	0,027	0,0007	–	–
39	59,979	0,027	0,0007	–	–
40	59,946	0,033	0,0011	–	–
41	59,994	0,039	0,0015	–	–
42	59,976	0,039	0,0015	–	–
43	59,952	0,039	0,0015	–	–
44	59,958	0,045	0,0020	–	–
45	59,916	0,045	0,0020	–	–
46	59,910	0,051	0,0026	–	–
47	59,952	0,051	0,0026	–	–
48	59,976	0,057	0,0032	–	–
49	59,970	0,057	0,0032	–	–
50	60,024	–0,075	0,0057	–	–
Суммы	2999,271	–	0,0481	–	–

Разобьём выборку, представленную в столбце 2 табл. 3.6, на m интервалов: $m = \sqrt{n} = \sqrt{50} \approx 7$. Найдём в выборке наименьшее и наибольшее значения: $x_{\min} = 59,91$ мм; $x_{\max} = 60,042$ мм. Соответственно ширина интервала:

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m} = \frac{60,042 - 59,91}{7} = 0,019 \text{ мм.}$$

Рассчитаем значения верхней и нижней границ каждого интервала, найдём количество результатов, попадающих в каждый интервал и определим частоты и значения эмпирической плотности вероятности. Все полученные данные запишем в табл. 3.7. По результатам расчётов построим гистограмму (рис. 3.2).

Затем с использованием значений интегральной функции нормированного нормального распределения, найденных по таблице Приложения 4, рассчитаем теоретическую вероятность P_i попадания результатов измерения x_i в i -интервал и определим теоретическую плотность вероятности. Все полученные данные запишем в табл. 3.8.

Таблица 3.7

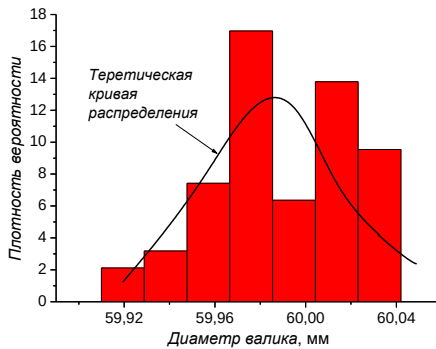
Результаты обработки данных для построения гистограммы

№ интервала	Границы интервалов		Число результатов n_i , попавших в интервал	Частость $P'_i = n_i / n$	Эмпирическая плотность вероятности $p'_i = \frac{P'_i}{\Delta x_i}$
	нижняя	верхняя			
1	59,910	59,929	2	0,04	2,121212121
2	59,929	59,948	3	0,06	3,181818182
3	59,948	59,967	7	0,14	7,424242424
4	59,967	59,985	16	0,32	16,96969697
5	59,985	60,004	6	0,12	6,363636364
6	60,004	60,023	13	0,26	13,78787879
7	60,023	60,042	9	0,18	9,545454545

Таблица 3.8

Результаты обработка данных для построения теоретической
кривой нормального распределения

№ интервала	Границы интервала		n_i	$v_{ин}$	$v_{ив}$	$F(v_{ин})$	$F(v_{ив})$	P_i	p_i
	$x_{н}$	$x_{в}$							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	59,910	59,929	2	-2,408	-1,806	0,0081	0,031	0,023	1,236
2	59,929	59,948	3	-1,806	-1,204	0,0314	0,114	0,083	4,402
3	59,948	59,967	7	-1,204	-0,602	0,1144	0,268	0,153	8,124
4	59,967	59,985	16	-0,602	0,000	0,2676	0,506	0,238	12,64
5	59,985	60,004	6	0,000	0,602	0,506	0,759	0,253	13,40
6	60,004	60,023	13	0,602	1,205	0,7586	0,886	0,127	6,751
7	60,023	60,042	9	1,205	1,807	0,8859	0,965	0,079	4,173

Рис. 3.2. Результаты построения гистограммы и теоретического
(нормального) распределения

На рис. 3.2 построим теоретическое (нормальное) распределение: в качестве координат точек используем значения середин интервалов (по оси абсцисс) и плотности вероятности (по оси ординат).

Рассчитаем экспериментальное значение критерия согласия для каждого i -го интервала χ_i^2 с использованием табличной формы (табл. 3.9) и запишем полученные значения в столбец 7 табл. 3.9. При расчёте χ_i^2 в каждом интервале должно быть не менее пяти результатов измерений. Это требование не выполняется для первого и второго интервалов, поэтому эти интервалы объединили в один (при этом стало $m = 6$), и для объединённого интервала нашли суммарное значение $n_i = 2 + 3 = 5$ и суммарное $nP_i = 1,165 + 4,150 = 5,315$, по которым вычислили обобщённое значение χ_i^2 .

Таблица 3.9

Обработка данных для расчёта критерия согласия χ^2

№ интервала	Границы интервала		n_i	P_i	nP_i		$\chi_i^2 = \frac{(n_i - nP_i)^2}{nP_i}$
	$x_{\text{н}}$	$x_{\text{в}}$					
1	2	3	4	5	6		7
1	59,910	59,929	2	0,023	1,165	5,315	0,019
2	59,929	59,948	3		4,150		
3	59,948	59,967	7	0,153	7,660		0,057
4	59,967	59,985	16	0,238	11,92		1,397
5	59,985	60,004	6	0,253	12,63		3,480
6	60,004	60,023	13	0,127	6,365		6,916
7	60,023	60,042	9	0,079	3,935		6,519
$\chi_{\text{экс}}^2$ (сумма значений столбца 7)							18,388

Вычислим экспериментальное значение $\chi_{\text{экс}}^2$ как сумму значений χ_i^2 (см. формулу (3.4)): $\chi_{\text{экс}}^2 = 18,388$. Запишем полученное значение в последнюю строку табл. 3.9.

Найдём по таблице Приложения 5 табличные значения $\chi_{\text{н}}^2$ и $\chi_{\text{в}}^2$ для числа степеней свободы $k = m - 3 = 6 - 3 = 3$ и доверительной вероятности 0,90, т. е. примем для верхнего значения $\chi_{\text{в}}^2$ уровень значимости 5 %, а для нижнего $\chi_{\text{н}}^2$ — 95 %:

$$\chi_{\text{в}}^2 = 7,815 \text{ и } \chi_{\text{н}}^2 = 0,352.$$

Так как $\chi_{\text{экс}}^2 > \chi_{\text{в}}^2$, то это значит, что гипотеза о нормальном законе распределения погрешности измерений не согласуется с экспериментальными данными.

Произведём оценку доверительного интервала результата измерения для двух случаев (табл. 3.10).

В первый случае найдём доверительный интервал с использованием всей выборки ($n = 50$). Так как гипотеза о нормальном законе распределения не подтвердилась, то при неизвестном распределении измеряемой величины доверительный интервал оценим в виде (3.7):

$$\bar{x} - tS_{\bar{x}} \leq x \leq \bar{x} + tS_{\bar{x}}.$$

Примем коэффициент $t = 2,3$ при доверительной вероятности $P = 0,80$, тогда доверительный интервал запишем следующим образом:

$$59,975 \leq x \leq 59,995.$$

Во втором случае рассчитаем доверительный интервал для малого числа измерений ($n = 5$). Возьмём из выборки своего варианта первые пять значений и оценим доверительный интервал с использованием распределения Стьюдента в виде (3.6), т. е. в предположении о нормальном законе распределения результатов. Найдём квантиль распределения Стьюдента взять из таблицы Приложения 6 при числе измерений $n = 5$ и доверительной вероятности $P = 0,95$: $t_{0,95; 5} = 2,571 \approx 2,6$.

Результаты вычислений записать в табл. 3.10.

Таблица 3.10

Результаты вычислений доверительного интервала

Число измерений	Распределение	$\bar{x}$	S (см. (3.2))	$S_{\bar{x}}$ (см. (1.6))	Квантиль t распределения	Погрешность измерения
$n > 40$	Неизвестное	59,985	—	0,0044	2,2	0,010
$n = 5$	Стьюдента	60,023	0,020	0,0091	2,6	0,023

Окончательно доверительный интервал, рассчитанный для малой выборки, запишем согласно выражению (3.6) следующим образом:

$$60,000 \leq x \leq 60,046.$$

3.6. Содержание отчёта

1. Формулировка цели и краткое содержание выполненной работы.
2. Заполненные табл. 3.1 – 3.5.
3. Рисунок с построенной гистограммой (см. рис. 3.1) и теоретическим распределением (см. рис. 3.2).
4. Доверительный интервал результата измерения, записанный в форме (3.6) или (3.7), определённый для всей выборки, а также для выборки объёмом $n = 5$.
5. Сопутствующие вычисления под таблицами.

3.7. Контрольные вопросы

1. Что такое действительное значение измеряемой величины и погрешность измерения?
2. Почему на практике часто возникает необходимость проверки соответствия распределения выборки нормальному закону?
3. Что такое гистограмма распределения, и как её строят?
4. В чём отличие среднего квадратического отклонения результатов измерений от среднего квадратического отклонения среднего арифметического результатов?
5. Как оценивают доверительный интервал результатов измерений?

Практическая работа № 4

ВЫБОР УНИВЕРСАЛЬНЫХ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ РАЗМЕРОВ

4.1. Описание работы

Цели работы — приобретение навыков выбора средства измерения для измерения размеров.

Содержание работы. Каждый студент получает от преподавателя индивидуальный вариант со значением размеров детали, представленной на эскизе в методических указаниях, и требованиями к точности. В зависимости от требований к точности каждого размера студент выбирает подходящее средство измерений.

4.2. Основные определения

Пределы измерений — наибольшее и наименьшее значения диапазона измерений.

Погрешность измерительного прибора — разность между показанием прибора и истинным значением измеряемой им величины.

Предел допускаемой погрешности средства измерения — наибольшая (по абсолютной величине) погрешность средства измерений, при которой оно может быть признано годным и допущено к применению.

Погрешность измерения — отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины.

Действительный размер — размер, установленный измерением с допустимой погрешностью.

Систематическая погрешность измерения — составляющая погрешности, остающаяся постоянной или изменяющаяся закономерно при повторных измерениях одной и той же величины. К систематическим погрешностям относятся:

- погрешности установки средств измерения на нуль или на одну из отметок шкалы;
- погрешности установочных мер;
- инструментальные погрешности, обусловленные погрешностями кинематических схем средств измерений, погрешностями изготовления и сборки;

– погрешности, обусловленные отклонением условий проведения измерений, например, температуры, от нормальных условий.

Случайная погрешность измерения — составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины, являясь результатом действия множества неучтённых и неизвестных факторов. К случайным погрешностям относятся:

– погрешности интерполяции при отсчитывании, возникающие при оценке на глаз доли цены деления, когда указатель находится между метками шкалы;

– погрешность от параллакса как погрешность смещения линии визирования от направления нормального к плоскости шкалы (эта погрешность устраняется встраиванием зеркал в плоскость шкалы);

– погрешности, обусловленные перекосами при установке деталей относительно средства измерения, при контроле размеров.

Абсолютная погрешность — погрешность измерения, выраженная в единицах измеряемой величины.

Как было указано в работе № 1, погрешность измерения Δ определяется формулой

$$\Delta = x - q,$$

где x — показания средства измерения; q — истинное (действительное) значение измеряемой величины.

Относительная погрешность измерения — отношение абсолютной погрешности измерения к истинному значению измеряемой величины. Относительная погрешность измерения выражается в долях или процентах от измеряемой величины.

Для обеспечения взаимозаменяемости и выполнения требований конструкторской и технологической документации необходимо выбрать средство измерений с погрешностью измерения, соответствующей требованиям к точности размера, который нужно измерить. Предельные погрешности измерений при использовании универсальных средств измерений приведены в государственных стандартах на соответствующие средства измерений, а также в нормативных документах по выбору средств измерений.

4.3. Общие положения

Выбор конкретного средства измерений определяется многими факторами: номинальным значением измеряемой физической величины, типом производства, стоимостью средства измерений, трудоемкостью контрольной операции, требуемой точностью измерений и т. п.

Тип производства принимают во внимание, прежде всего, при рассмотрении экономических аспектов выбора средств измерения. В серийном и массовом производстве для контроля размеров заготовок и деталей широко используют предельные калибры (калибры-пробки, калибры-скобы, шаблоны), а для измерения размеров — механизированные и автоматические средства измерений. В единичном и мелкосерийном производстве распространены в основном универсальные средства измерения.

Решающее влияние на выбор измерительного прибора оказывают следующие параметры:

- 1) предел допускаемой погрешности измерения;
- 2) предельная погрешность средства измерения.

Предельная погрешность средства измерения не должна превышать установленный предел допускаемой погрешности измерения.

Допускаемая погрешность измерения включает случайные и неисключённые систематические погрешности измерения. Предел допускаемой погрешности измерения определяется допуском на измеряемый размер. ГОСТ 8.051-81 регламентирует соотношение между допусками IT на изготовление определенного размера и допускаемой погрешностью δ измерения этого размера в зависимости от интервала, в который попадает контролируемый размер (табл. 4.1). На практике можно пользоваться следующими приблизительными, но более простыми рекомендациями (табл. 4.2), составленными на основании данных ГОСТ 8.051-81.

При выборе измерительного прибора следует иметь в виду, что *предельная погрешность измерительного прибора и цена деления шкалы измерительного прибора — это разные характеристики*. Цена деления шкалы должна соответствовать классу точности средства измерения, а погрешность измерения определяется методикой выполнения измерений, условиями проведения измерений и номинальным значением измеряемого размера. Если измерительный прибор предназначен для измерения физической величины, значение которой лежит в определённом диапазоне, то, как

правило, при измерении самых малых значений величины из указанного диапазона погрешность измерения может быть меньше цены деления, а при измерении самых больших значений из указанного диапазона — превышать цену деления (иногда в несколько раз). Поэтому говорить, что погрешность измерения равна половине цены или цене деления шкалы — не всегда правильно.

Таблица 4.1

Допуски (числитель) и допускаемые погрешности измерения (знаменатель) для разных квалитетов ГОСТ 8.051-81. Допуски и погрешности указаны в мкм

Размеры, мм	Квалитет											
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
От 3 до 6 вкл.	$\frac{8}{2}$	$\frac{12}{3}$	$\frac{18}{4}$	$\frac{30}{8}$	$\frac{48}{10}$	$\frac{75}{16}$	$\frac{120}{30}$	$\frac{180}{40}$	$\frac{300}{60}$	$\frac{480}{100}$	$\frac{750}{160}$	$\frac{1200}{240}$
От 6 до 10 вкл.	$\frac{9}{2}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{22}{5}$	$\frac{36}{9}$	$\frac{58}{12}$	$\frac{90}{18}$	$\frac{150}{30}$	$\frac{220}{50}$	$\frac{360}{80}$	$\frac{580}{120}$	$\frac{900}{200}$	$\frac{1500}{300}$
От 10 до 18 вкл.	$\frac{11}{3}$	$\frac{18}{5}$	$\frac{27}{7}$	$\frac{43}{10}$	$\frac{70}{14}$	$\frac{110}{30}$	$\frac{180}{40}$	$\frac{270}{60}$	$\frac{430}{90}$	$\frac{700}{140}$	$\frac{1100}{240}$	$\frac{1800}{380}$
От 18 до 30 вкл.	$\frac{13}{4}$	$\frac{21}{6}$	$\frac{33}{8}$	$\frac{52}{12}$	$\frac{84}{18}$	$\frac{130}{30}$	$\frac{210}{50}$	$\frac{330}{70}$	$\frac{520}{120}$	$\frac{840}{180}$	$\frac{1300}{280}$	$\frac{2100}{440}$
От 30 до 50 вкл.	$\frac{16}{5}$	$\frac{25}{7}$	$\frac{39}{10}$	$\frac{62}{16}$	$\frac{100}{20}$	$\frac{160}{40}$	$\frac{250}{50}$	$\frac{390}{80}$	$\frac{620}{140}$	$\frac{1000}{200}$	$\frac{1600}{320}$	$\frac{2500}{500}$
От 50 до 80 вкл.	$\frac{19}{5}$	$\frac{30}{9}$	$\frac{46}{12}$	$\frac{74}{18}$	$\frac{120}{30}$	$\frac{190}{40}$	$\frac{300}{60}$	$\frac{460}{100}$	$\frac{740}{160}$	$\frac{1200}{240}$	$\frac{1900}{400}$	$\frac{3000}{600}$
От 80 до 120 вкл.	$\frac{22}{6}$	$\frac{35}{10}$	$\frac{54}{12}$	$\frac{87}{20}$	$\frac{140}{30}$	$\frac{220}{50}$	$\frac{350}{70}$	$\frac{540}{120}$	$\frac{870}{180}$	$\frac{1400}{280}$	$\frac{2200}{440}$	$\frac{3500}{700}$
От 120 до 180 вкл.	$\frac{25}{7}$	$\frac{40}{12}$	$\frac{63}{16}$	$\frac{100}{30}$	$\frac{160}{40}$	$\frac{250}{50}$	$\frac{400}{80}$	$\frac{630}{140}$	$\frac{1000}{200}$	$\frac{1600}{320}$	$\frac{2500}{500}$	$\frac{4000}{800}$
От 180 до 250 вкл.	$\frac{29}{8}$	$\frac{46}{12}$	$\frac{72}{18}$	$\frac{115}{30}$	$\frac{185}{40}$	$\frac{290}{60}$	$\frac{460}{100}$	$\frac{720}{160}$	$\frac{1150}{240}$	$\frac{1850}{380}$	$\frac{2900}{600}$	$\frac{4600}{1000}$
От 250 до 315 вкл.	$\frac{32}{10}$	$\frac{52}{14}$	$\frac{81}{20}$	$\frac{130}{30}$	$\frac{210}{50}$	$\frac{320}{70}$	$\frac{520}{120}$	$\frac{810}{180}$	$\frac{1300}{260}$	$\frac{2100}{440}$	$\frac{3200}{700}$	$\frac{5200}{1100}$
От 315 до 400 вкл.	$\frac{36}{10}$	$\frac{57}{16}$	$\frac{89}{24}$	$\frac{140}{40}$	$\frac{230}{50}$	$\frac{360}{80}$	$\frac{570}{120}$	$\frac{890}{180}$	$\frac{1400}{280}$	$\frac{2300}{460}$	$\frac{3600}{800}$	$\frac{5700}{1200}$
От 400 до 500 вкл.	$\frac{40}{12}$	$\frac{63}{18}$	$\frac{97}{26}$	$\frac{155}{40}$	$\frac{250}{50}$	$\frac{400}{80}$	$\frac{630}{140}$	$\frac{970}{200}$	$\frac{1550}{320}$	$\frac{2500}{500}$	$\frac{4000}{800}$	$\frac{6300}{1400}$

Таблица 4.2

Рекомендуемые приближённые соотношения между допускаемой погрешностью δ измерения размера и допуском IT на изготовление этого размера

Квалитет	2 – 5	6 – 7	9 – 10	11 – 16
Соотношение $\frac{\delta}{IT}$	0,35	0,30	0,25	0,20

Класс точности измерительного прибора, а значит и цена деления его шкалы, должны соответствовать требованиям к точности размера, который нужно измерить, указанным на чертеже. Однако жёстких рекомендаций для такого соответствия не существует. Если размер задан с точностью, например, 0,01 мм, то шкала прибора может иметь цену деления в 2 – 3 раза большую или меньшую, чем 0,01 мм, однако разница не должна быть очень большой: очень грубая шкала, например, с ценой деления 0,1 мм, будет вносить существенные субъективные погрешности, а очень точная, например, с ценой деления 0,001 мм, приведёт к увеличению затрат на осуществление операции измерения, так как потребует применения более дорогого средства измерения.

При контроле отклонений формы и расположения поверхностей деталей ориентируются на соотношение $\delta = IT/3$.

4.4. Порядок выполнения работы

Работа рассчитана на 2 ч.

1. Выполнить эскиз детали — стакана для установки подшипника качения (рис. 4.1) с указанием номинальных размеров и предельных отклонений согласно варианту исходных данных (см. Приложение 7).
2. По заданным предельным отклонениям определить допуск для каждого размера.
3. По табл. 4.1, пользуясь значениями допусков, определить квалитет каждого размера.
4. По найденным квалитетам определить допускаемую погрешность δ измерения размера или непосредственно из табл. 4.1, или пользуясь значениями соотношений δ/IT , которые находят из табл. 4.2.
5. Пользуясь данными Приложения 8 (табл. П8.1–П8.7), выбрать средства измерения для контроля размеров: D_1 , D_2 , d_1 , d_2 , l_1 и l_2 .
6. Результаты представить в табличной форме (табл. 4.3 и 4.4).
7. Ответить на контрольные вопросы и защитить работу.

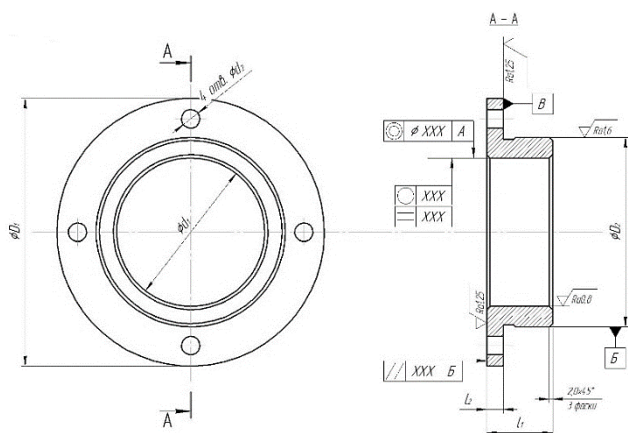


Рис.4.1. Стакан

Таблица 4.3

Результаты расчёта допускаемой погрешности измерения размеров

Размеры		Предельные отклонения, мм		Допуск IT, мм	Квалитет	Допускаемая погрешность измерения δ , мкм
Обозначения	Номинальные значения, мм	EI (ei)	ES (es)			
D_1						
D_2						
d_1						
d_2						
l_1						
l_2						

Таблица 4.4

Результаты выбора средств измерений

Размеры		Допускаемая погрешность измерения δ , мкм	Характеристики измерительного инструмента			
Обозначение	Номинальные значения, мм		Название и модель	Диапазон измерений, мм	Цена делений, мм	Пред. погрешность измерения, мкм
D_1						
D_2						
d_1						
d_2						
l_1						
l_2						

4.5. Пример выполнения работы

Задание: Выбрать средства измерений для измерения размеров детали, указанной на эскизе рис. 4.2.

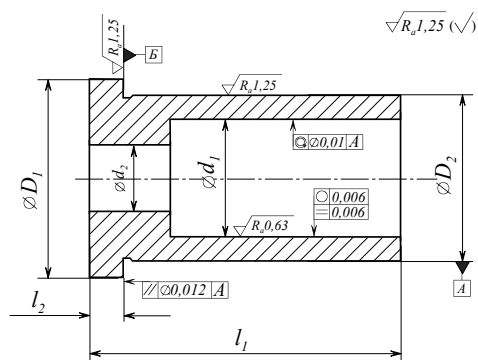


Рис. 4.2. Пример исходного эскиза детали

Сначала выполнили эскиз детали с обозначениями размеров (рис. 4.3) в соответствии с данными индивидуального варианта задания (см. Приложение 7).

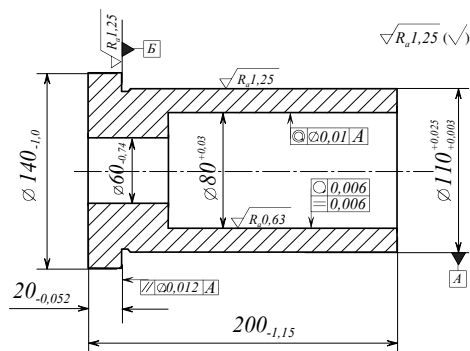


Рис. 4.3. Пример эскиза детали с проставленными согласно индивидуальному варианту задания значениями размеров

Записали в табличную форму аналогичную табл. 4.3 обозначения всех размеров, их номинальные значения и предельные отклонения (см. ниже).

По предельным отклонениям рассчитали допуски на каждый размер и, пользуясь табл. 4.1, по найденным допускам и номинальным значениям определили качества каждого размера.

По найденным квалитетам из табл. 4.1 определили допускаемую погрешность δ измерения каждого размера.

Для контроля каждого размера, пользуясь данными Приложения 8 (табл. П8.1 – П8.7), выбрали средства измерений, исходя из условия, что предельная погрешность средства измерений не должна превышать установленный предел допускаемой погрешности измерения.

Характеристики выбранных измерительных инструментов записали в табличную форму аналогичную табл. 4.4 (см. ниже).

Результаты расчёта допускаемой погрешности измерения размеров

Размеры		Предельные отклонения, мм		Допуск IT, мм	Квалитет	Допускаемая погрешность измерения δ , мкм
Обозначения	Номинальные значения, мм					
		$EI (ei)$	$ES (es)$			
D_1	140	-1,0	0	1,0	14	200
D_2	110	+0,003	+0,025	0,022	6	6
d_1	80	0	+0,03	0,03	7	9
d_2	60	+0,74	0	0,74	14	160
l_1	200	-1,15	0	1,15	14	240
l_2	20	-0,052	0	0,052	9	12

Результаты выбора средств измерений

Размеры		Допускаемая погрешность измерения δ , мкм	Характеристики измерительного инструмента			
Обозначение	Номинальные значения, мм		Название (модель)	Диапазон измерений, мм	Цена делений, мм	Пред. погрешность измерения, мкм
D_1	140	200	Штангенциркуль ШЦ-II	0 – 200	0,1	200
D_2	110	6	Индикатор многооборотный 1МИГ	–	0,001	3,5
d_1	80	9	Нутромер индикаторный	50 – 100	0,001	6,5
d_2	60	160	Нутромер индикаторный	50 – 100	0,01	15
l_1	200	240	Штангенциркуль ШЦ-III	0 – 500	0,1	200
l_2	20	12	Микрометр гладкий (МК)	0 – 25	0,01	5

4.6. Содержание отчёта

1. Эскиз детали (рис. 4.1) с указанными размерами и предельными отклонениями согласно варианту исходных данных.
2. Расчёты допустимой погрешности измерения (см. табл. 4.3).
3. Результаты выбора средств измерений в табличной форме (см. табл. 4.4).

4.7. Контрольные вопросы

1. Какими факторами определяется выбор конкретного средства измерений?
2. Какие метрологические характеристики средства измерений оказывают решающее влияние на его выбор?
3. Какие средства измерения применяются при массовом и единичном типах производства?
4. Как соотносятся допускаемая погрешность измерения размера с допуском на изготовление этого размера?

Рекомендуемая литература

1. Куликов, В. А. Метрология, стандартизация и сертификация: Учебник / В. А. Куликов. — СПб: СПГУВК, 2005. — 278 с.
2. Аристов, А. И. Метрология, стандартизация и сертификация: учебник для студ. учреждений высшего проф. образования / А. И. Аристов, Л. И. Карпов, В. М. Приходько, Т. М. Раковщик. — М.: Издательский центр «Академия», 2013. — 416 с.

Приложение 1

Варианты заданий для выполнения работы № 1

Задание к работе № 1

Определить расчётом предельную инструментальную и суммарную погрешность измерения физической величины одного размера:

Вариант 1

Прибор	Диапазон измерения по шкале	0...100
	Класс точности	0,4
Установочная мера	Номинальное значение	50
	Класс точности	0,1
Показания прибора	Первое измерение	10,0
	Второе измерение	9,8
	Третье измерение	9,8
	Четвёртое измерение	9,7
	Пятое измерение	10,8
	Шестое измерение	9,5

Вариант 2

Прибор	Диапазон измерения по шкале	-50...+50
	Класс точности	$\frac{2}{\sqrt{2}}$
Установочная мера	Номинальное значение	10
	Класс точности	1
Показания прибора	Первое измерение	45
	Второе измерение	46
	Третье измерение	39
	Четвёртое измерение	44
	Пятое измерение	46
	Шестое	47

Вариант 3

Прибор	Диапазон измерения по шкале	0 ÷ 100
	Класс точности	1,5
Установочная мера	Номинальное значение	10
	Класс точности	0,2
Показания прибора	Первое измерение	10,0
	Второе измерение	10,2
	Третье измерение	10,5
	Четвёртое измерение	10,4
	Пятое измерение	10,1
	Шестое измерение	11,1

Вариант 4

Прибор	Диапазон измерения по шкале	10 ÷ 100
	Класс точности	1,0
Установочная мера	Номинальное значение	10
	Класс точности	0,15
Показания прибора	Первое измерение	18,0
	Второе измерение	18,2
	Третье измерение	18,5
	Четвёртое измерение	18,4
	Пятое измерение	18,1
	Шестое измерение	19,1

Вариант 5

Прибор	Диапазон измерения по шкале	-50...+100
	Класс точности	$\downarrow$
Установочная мера	Номинальное значение	10
	Класс точности	1,5
Показания прибора	Первое измерение	77
	Второе измерение	78
	Третье измерение	71
	Четвёртое измерение	76
	Пятое измерение	78
	Шестое	79

Вариант 6

Прибор	Диапазон измерения по шкале	-10...+50
	Класс точности	⑥
Установочная мера	Номинальное значение	10
	Класс точности	0,6
Показания прибора	Первое измерение	5
	Второе измерение	6
	Третье измерение	7
	Четвёртое измерение	9
	Пятое измерение	4
	Шестое измерение	11

Вариант 7

Прибор	Диапазон измерения по шкале	-10...+50
	Класс точности	$\downarrow$
Установочная мера	Номинальное значение	10
	Класс точности	0,6
Показания прибора	Первое измерение	5
	Второе измерение	6
	Третье измерение	6
	Четвёртое измерение	7
	Пятое измерение	9
	Шестое	4

Вариант 8

Прибор	Диапазон измерения по шкале	–150...+150
	Класс точности	1,5
Установочная мера	Номинальное значение	50
	Класс точности	0,5
Показания прибора	Первое измерение	45
	Второе измерение	41
	Третье измерение	47
	Четвёртое измерение	45
	Пятое измерение	44
	Шестое измерение	45

Вариант 9

Прибор	Диапазон измерения по шкале	–5...+100
	Класс точности	⑩
Установочная мера	Номинальное значение	50
	Класс точности	1,0
Показания прибора	Первое измерение	10
	Второе измерение	12
	Третье измерение	15
	Четвёртое измерение	10
	Пятое измерение	19
	Шестое измерение	11

Вариант 10

Прибор	Диапазон измерения по шкале	–50...+50
	Класс точности	①,5
Установочная мера	Номинальное значение	5
	Класс точности	1,5
Показания прибора	Первое измерение	5
	Второе измерение	0
	Третье измерение	4
	Четвёртое измерение	–1
	Пятое измерение	3
	Шестое измерение	1

Вариант 11

Прибор	Диапазон измерения по шкале	–50...+10
	Класс точности	①,5
Установочная мера	Номинальное значение	5
	Класс точности	1,0
Показания прибора	Первое измерение	3
	Второе измерение	1
	Третье измерение	5
	Четвёртое измерение	–1
	Пятое измерение	2
	Шестое измерение	2

Вариант 12

Прибор	Диапазон измерения по шкале	0...50
	Класс точности	(1)
Установочная мера	Номинальное значение	10
	Класс точности	0,2
Показания прибора	Первое измерение	10,0
	Второе измерение	10,1
	Третье измерение	10,2
	Четвёртое измерение	10,3
	Пятое измерение	10,9
	Шестое измерение	10,0

Вариант 13

Прибор	Диапазон измерения по шкале	10...100
	Класс точности	(1)
Установочная мера	Номинальное значение	10
	Класс точности	0,15
Показания прибора	Первое измерение	12,1
	Второе измерение	11,9
	Третье измерение	12,1
	Четвёртое измерение	12,2
	Пятое измерение	12,7
	Шестое измерение	12,3

Вариант 14

Прибор	Диапазон измерения по шкале	0...50
	Класс точности	(1,5)
Установочная мера	Номинальное значение	50
	Класс точности	0,2
Показания прибора	Первое измерение	1,1
	Второе измерение	1,5
	Третье измерение	2,1
	Четвёртое измерение	1,6
	Пятое измерение	1,2
	Шестое измерение	1,7

Вариант 15

Прибор	Диапазон измерения по шкале	0 ÷ 200
	Класс точности	(2,5)
Установочная мера	Номинальное значение	10
	Класс точности	2,0
Показания прибора	Первое измерение	100,5
	Второе измерение	100,9
	Третье измерение	101,0
	Четвёртое измерение	102,0
	Пятое измерение	94,8
	Шестое измерение	99,0

Вариант 16

Прибор	Диапазон измерения по шкале	-10...+50
	Класс точности	0,02/0,01
Установочная мера	Номинальное значение	5
	Класс точности	0,01
Показания прибора	Первое измерение	10,0
	Второе измерение	11,0
	Третье измерение	12,5
	Четвёртое измерение	10,0
	Пятое измерение	9,9
	Шестое измерение	10,0

Вариант 17

Прибор	Диапазон измерения по шкале	-50...+50
	Класс точности	0,04/0,02
Установочная мера	Номинальное значение	5
	Класс точности	0,02
Показания прибора	Первое измерение	11,0
	Второе измерение	11,1
	Третье измерение	12,3
	Четвёртое измерение	10,4
	Пятое измерение	9,8
	Шестое измерение	10,3

Вариант 18

Прибор	Диапазон измерения по шкале	0...100
	Класс точности	0,4
Установочная мера	Номинальное значение	20
	Класс точности	0,1
Показания прибора	Первое измерение	5,0
	Второе измерение	4,2
	Третье измерение	5,1
	Четвёртое измерение	5,2
	Пятое измерение	5,0
	Шестое измерение	5,0

Вариант 19

Прибор	Диапазон измерения по шкале	50...100
	Класс точности	1,5
Установочная мера	Номинальное значение	50
	Класс точности	0,2
Показания прибора	Первое измерение	60,2
	Второе измерение	62,1
	Третье измерение	60,0
	Четвёртое измерение	60,5
	Пятое измерение	60,6
	Шестое измерение	60,7

Вариант 20

Прибор	Диапазон измерения по шкале	0...100
	Класс точности	1,5/1,0
Установочная мера	Номинальное значение	50
	Класс точности	0,2
Показания прибора	Первое измерение	5,0
	Второе измерение	5,5
	Третье измерение	6,0
	Четвёртое измерение	4,0
	Пятое измерение	6,1
	Шестое измерение	5,5

Вариант 21

Прибор	Диапазон измерения по шкале	0...+50
	Класс точности	0,6
Установочная мера	Номинальное значение	10
	Класс точности	0,2
Показания прибора	Первое измерение	4,8
	Второе измерение	4,0
	Третье измерение	5,2
	Четвёртое измерение	5,0
	Пятое измерение	4,9
	Шестое измерение	4,7

Вариант 22

Прибор	Диапазон измерения по шкале	0...100
	Класс точности	1,5/0,5
Установочная мера	Номинальное значение	25
	Класс точности	0,2
Показания прибора	Первое измерение	15,0
	Второе измерение	15,5
	Третье измерение	16,0
	Четвёртое измерение	14,4
	Пятое измерение	17,1
	Шестое измерение	15,5

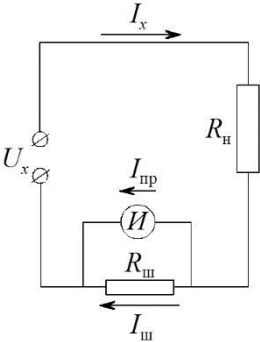
Варианты заданий для выполнения работы № 2

Варианты с 1-го по 5-й

Определить погрешность результата однократного измерения силы тока I_x в электрической цепи на приведённой схеме, если известно:

$$I_x = I_{\text{пр}} \frac{R_{\text{ш}} + R_{\text{пр}}}{R_{\text{ш}}},$$

где $I_{\text{пр}}$ — показания прибора; $R_{\text{ш}}$ — номинальное сопротивление шунта; $R_{\text{пр}}$ — номинальное внутреннее сопротивление прибора И.

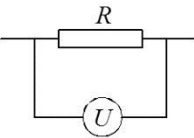
Схема	Параметр	Значения параметров для вариантов				
		1	2	3	4	5
	Диапазон показаний (по шкале), А	0... ...50	0... ...50	0... ...10	0... ...10	0... ...100
	$I_{\text{пр}}$, А	15	10	9	6	15
	$R_{\text{ш}}$, Ом	$5 \cdot 10^{-3}$	20	$3 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	20
	$R_{\text{пр}}$, Ом	$4 \cdot 10^{-3}$	50	$6 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	50
	класс точности прибора	2,5	1,5	6,0	4,0	2,5
	класс точности шунта	0,5	0,5	2,5	2,0	1,5

Варианты с 6-го по 11-й

По результатам однократных измерений активного сопротивления резистора R и падения напряжения на нем U определить потребляемую резистором мощность P :

$$P = \frac{U^2}{R},$$

причём сопротивление R измеряется омметром, а напряжение U — вольтметром.

Схема	Параметр	Значения параметров для вариантов					
		6	7	8	9	10	11
	R , Ом	300	300	50	400	500	400
	U , В	40	40	100	50	60	80
	Класс точности омметра	1,0	1,0	1,0	2,0	1,0	1,5
	Диапазон показаний омметра, Ом	0... ...10 ³	0... ...10 ³	0... ...150	0... ...10 ³	0... ...10 ³	0... ...10 ³
	Класс точности вольтметра	1,5	1,5	2,6	2,0	1,0	1,0
	Диапазон показаний вольтметра, В	0... ...100	0... ...10 ³	0... 500	0... 100	0... ...100	0... ...100

Варианты с 12-го по 17-й

Определить результат однократного измерения диаметра малого основания конуса d с использованием аттестованных роликов диаметром d_p :

$$d = m - d_p \frac{1 + \sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha},$$

где α — угол конуса; m — показания микрометра.

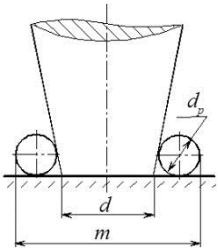
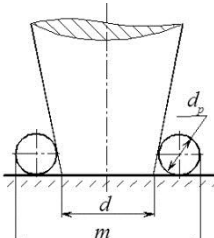
Схема	Параметр	Значения параметров для вариантов		
		12	13	14
	Предельная погрешность микрометра, мм	$\pm 0,005$	$\pm 0,005$	$\pm 0,005$
	α	10°	11°	8°
	d_p , мм	$30 \pm 0,002$	$28 \pm 0,002$	$12 \pm 0,002$
	m , мм	80	75	63

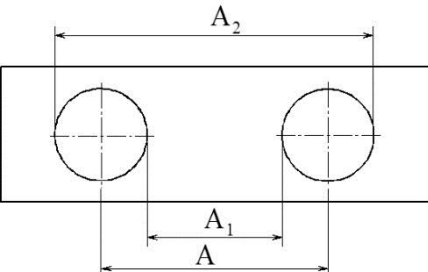
Схема	Параметр	Значения параметров для вариантов		
		15	16	17
	Предельная погрешность микрометра, мм	$\pm 0,005$	$\pm 0,005$	$\pm 0,005$
	α	5°	5°	7°
	d_p , мм	$8 \pm 0,002$	$10 \pm 0,002$ мм	$10 \pm 0,002$ мм
	m , мм	44	50 мм	52 мм

Варианты с 18-го по 22-й

Определить результат однократного измерения межосевого расстояния A по результатам измерения размеров A_1 и A_2 детали, изображенной на эскизе:

$$A = \frac{A_1 + A_2}{2}.$$

Размеры A_1 и A_2 измеряются штангенциркулем.

Схема	Параметр	Значения параметров для вариантов				
		18	19	20	21	22
	A_1 , мм	80	100	80	92	60
	A_2 , мм	200	200	200	198	120
	Предельная погрешность штангенциркуля, мкм	50	100	100	100	50

Приложение 3

Варианты заданий для выполнения работы № 3

Таблица П1.1

Результаты измерений

№ измерения	Варианты выборок скоростей изнашивания (мм/тыс. ч) облицовок гребных валов			Варианты выборок скоростей изнашивания (мм/тыс. ч) нижних шеек баллеров рулей			Варианты выборок значений твердости (HRC) колец подшипника качения			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,0760	0,0046	0,0026	0,225	0,203	0,270	62,0	62,5	62,1	62,3
2	0,0770	0,0075	0,0055	0,370	0,160	0,210	62,0	62,6	62,3	62,3
3	0,0610	0,0098	0,0078	0,550	0,240	0,202	62,6	62,6	62,3	62,3
4	0,0360	0,0615	0,0595	0,320	0,230	0,370	61,8	62,6	62,3	62,3
5	0,0810	0,0565	0,0545	0,156	0,480	0,096	62,1	62,6	62,4	62,4
6	0,0640	0,0550	0,0530	0,280	0,280	0,183	62,1	62,6	62,4	62,4
7	0,0428	0,0330	0,0310	0,220	0,210	0,140	62,1	62,7	62,4	62,4
8	0,0045	0,0590	0,0570	0,212	0,580	0,220	62,2	62,7	61,9	62,3
9	0,0256	0,0700	0,0680	0,380	0,660	0,210	62,4	62,7	61,9	62,4
10	0,0035	0,0385	0,0365	0,106	0,675	0,460	62,4	62,6	62,5	62,5
11	0,0036	0,0770	0,0750	0,193	0,235	0,260	62,4	62,1	61,7	62,5
12	0,0065	0,0780	0,0760	0,150	0,380	0,190	62,5	62,1	62,0	62,5
13	0,0088	0,0620	0,0600	0,230	0,560	0,560	62,5	62,7	62,0	61,8
14	0,0605	0,0370	0,0350	0,220	0,330	0,640	62,5	61,9	62,0	61,8
15	0,0555	0,0820	0,0800	0,470	0,166	0,655	62,5	62,2	62,6	62,4
16	0,0540	0,0650	0,0630	0,270	0,290	0,215	62,5	62,2	62,6	61,6
17	0,0320	0,0438	0,0418	0,200	0,230	0,360	62,6	62,2	62,7	61,9
18	0,0580	0,0055	0,0035	0,570	0,222	0,540	62,6	62,3	62,7	61,9
19	0,0690	0,0266	0,0246	0,650	0,390	0,310	62,6	62,5	62,7	61,9
20	0,0375	0,0045	0,0025	0,665	0,116	0,146	62,5	62,5	62,7	62,0
21	0,0376	0,0386	0,0635	0,300	0,310	0,290	62,6	62,7	62,7	62,2
22	0,0610	0,0620	0,0520	0,450	0,460	0,440	62,7	62,8	62,7	62,2
23	0,0400	0,0410	0,0580	0,380	0,390	0,370	62,7	62,8	62,4	62,2
24	0,0470	0,0480	0,0960	0,390	0,400	0,380	62,7	62,8	62,4	62,3
25	0,0436	0,0446	0,1024	0,340	0,350	0,330	62,8	62,9	62,5	62,6
26	0,0443	0,0453	0,0433	0,400	0,410	0,390	62,8	62,9	62,5	62,6
27	0,0645	0,0655	0,0635	0,319	0,329	0,309	62,8	62,9	62,5	62,6
28	0,0656	0,0666	0,0646	0,309	0,319	0,299	62,8	62,9	62,4	62,6
29	0,0487	0,0497	0,0477	0,237	0,247	0,227	62,8	62,9	62,5	62,6
30	0,0499	0,0509	0,0489	0,249	0,259	0,239	62,8	62,9	62,6	62,5
31	0,0563	0,0855	0,0553	0,294	0,406	0,284	62,6	62,7	62,5	63,0
32	0,0598	0,1045	0,0588	0,287	0,331	0,277	62,6	62,7	63,3	63,0
33	0,0623	0,1260	0,0613	0,267	0,440	0,257	63,0	63,5	63,3	63,0
34	0,0667	0,1345	0,0657	0,322	0,192	0,312	63,2	63,5	63,4	62,5
35	0,0545	0,1510	0,0535	0,256	0,260	0,246	62,7	63,6	63,4	62,5
36	0,0645	0,0640	0,0366	0,277	0,288	0,386	62,7	63,6	62,6	62,6

Таблица П1.1 (окончание)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
37	0,0530	0,0655	0,0600	0,292	0,311	0,311	63,2	62,8	62,6	62,4
38	0,0590	0,0540	0,0390	0,119	0,306	0,420	63,2	62,8	62,6	62,4
39	0,0970	0,0600	0,0460	0,199	0,530	0,172	63,2	62,8	62,6	62,8
40	0,1034	0,0980	0,0426	0,370	0,252	0,240	62,7	62,8	62,6	63,0
41	0,0670	0,1044	0,1025	0,396	0,304	0,268	62,6	62,7	62,5	62,4
42	0,0702	0,0680	0,1240	0,321	0,297	0,291	62,6	62,7	62,5	62,4
43	0,0794	0,0712	0,1325	0,430	0,277	0,286	63,4	63,1	62,5	62,5
44	0,0490	0,0804	0,1490	0,182	0,332	0,510	63,4	63,3	62,9	62,5
45	0,0845	0,0500	0,0620	0,250	0,266	0,232	63,5	62,8	63,1	62,5
46	0,1035	0,0573	0,0660	0,278	0,287	0,267	63,5	62,8	62,6	62,5
47	0,1250	0,0608	0,0692	0,301	0,302	0,282	62,7	63,3	62,6	63,2
48	0,1335	0,0633	0,0784	0,296	0,129	0,109	62,7	63,3	63,1	63,2
49	0,1500	0,0677	0,0480	0,520	0,209	0,189	62,7	63,3	63,1	63,3
50	0,0630	0,0555	0,0835	0,242	0,380	0,360	62,7	62,8	63,1	63,3

Таблица П1.2

Результаты измерений

№ измерения	Варианты выборки параметра шероховатости R_a (мкм)			Варианты выборки параметра шероховатости R_z (мкм)			Варианты выборки значений диаметра (мм) вала после механической обработки			
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,75	0,85	0,72	5,25	5,45	5,37	100,04	99,96	99,94	99,92
2	0,72	0,83	0,69	5,04	4,82	5,16	100,04	99,97	99,88	99,92
3	0,69	0,74	0,66	4,83	4,26	4,95	100,05	99,94	100,02	100,08
4	0,60	0,66	0,57	4,20	4,47	4,32	100,07	99,93	100,02	100,01
5	0,61	0,69	0,58	4,27	5,10	4,39	99,99	99,99	99,96	100,02
6	0,68	0,78	0,65	4,76	4,33	4,88	99,98	99,93	99,96	100,06
7	0,72	0,67	0,69	5,04	4,71	5,16	100,06	99,89	99,95	99,95
8	0,64	0,67	0,61	4,48	4,72	4,60	99,96	99,91	99,97	100,04
9	0,70	0,84	0,67	4,90	5,03	5,02	99,91	99,9	99,93	99,98
10	0,81	0,79	0,74	5,67	4,96	5,79	99,92	100,04	99,99	99,88
11	0,79	0,76	0,76	5,53	5,10	5,16	100,07	99,99	99,96	99,94
12	0,70	0,73	0,67	4,90	4,47	5,02	100,05	100,03	99,94	99,85
13	0,62	0,64	0,69	4,34	4,54	4,46	100,03	100,07	99,95	99,95
14	0,65	0,65	0,68	4,55	4,75	4,67	100,02	100,05	99,99	99,93
15	0,74	0,72	0,71	5,18	4,68	5,30	100,01	99,98	99,96	100,04
16	0,63	0,76	0,60	4,41	5,03	4,53	99,95	100,02	99,98	99,94
17	0,63	0,68	0,60	4,79	4,54	4,91	99,91	100,09	99,96	100,01
18	0,80	0,74	0,77	4,80	4,54	4,92	99,96	99,98	99,93	99,99
19	0,73	0,77	0,70	5,11	4,89	5,23	99,94	100,02	99,91	99,96
20	0,72	0,70	0,69	5,04	4,89	5,16	99,95	100,04	99,99	99,94
21	0,77	0,70	0,74	5,39	4,61	5,51	100,01	99,96	99,97	99,99
22	0,65	0,75	0,62	4,55	4,61	4,67	100,01	100,04	100,04	100,04
23	0,70	0,75	0,67	4,90	4,82	5,02	99,96	99,96	99,98	99,99
24	0,75	0,71	0,72	4,75	4,82	4,87	99,95	99,93	99,99	99,96
25	0,74	0,71	0,71	5,18	5,17	5,30	99,99	99,88	99,95	99,97
26	0,65	0,74	0,62	4,55	4,96	4,67	100,04	99,86	99,98	99,98

Таблица П1.2 (окончание)

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
27	0,66	0,74	0,63	4,62	4,75	4,74	99,95	99,94	99,99	100,03
28	0,69	0,71	0,66	4,83	4,12	4,95	99,97	99,99	99,94	100,04
29	0,68	0,80	0,65	4,76	4,19	4,88	99,96	99,93	99,91	100,01
30	0,73	0,73	0,70	5,11	4,68	5,23	100,00	99,87	100,02	99,99
31	0,66	0,71	0,63	4,62	4,96	4,63	99,97	99,97	99,98	99,96
32	0,66	0,76	0,67	4,62	4,40	4,74	99,98	100,05	99,95	99,98
33	0,71	0,76	0,68	4,97	4,82	5,09	99,95	99,99	99,94	99,97
34	0,71	0,75	0,68	4,97	5,59	5,09	99,95	99,92	99,91	100,00
35	0,67	0,74	0,64	4,69	4,75	4,61	99,94	99,96	100,05	100,01
36	0,67	0,73	0,64	4,69	4,68	4,81	99,93	100,13	99,93	100,01
37	0,70	0,72	0,67	4,90	4,61	5,02	100,06	100,04	99,9	99,95
38	0,70	0,71	0,67	4,90	4,75	5,02	100,02	99,91	100,02	99,97
39	0,67	0,77	0,64	4,69	4,61	4,81	100,02	99,91	100,13	99,97
40	0,76	0,76	0,73	5,32	5,24	5,44	99,965	99,92	100,04	99,92
41	0,69	0,81	0,66	4,83	4,75	4,95	99,91	100,03	99,91	99,98
42	0,67	0,69	0,64	4,69	4,61	4,81	99,99	99,96	100,05	99,99
43	0,72	0,74	0,69	5,04	4,96	5,16	99,96	99,97	100,01	99,99
44	0,72	0,79	0,67	5,04	4,96	5,16	99,92	99,92	100,01	100,00
45	0,71	0,78	0,68	4,97	4,89	5,09	99,93	99,89	99,99	100,03
46	0,70	0,69	0,67	4,90	4,82	5,02	99,86	99,88	99,97	99,96
47	0,69	0,70	0,66	4,83	5,31	4,95	99,85	99,99	99,99	99,95
48	0,68	0,73	0,65	4,76	4,47	4,88	99,92	99,93	99,93	99,91
49	0,67	0,72	0,64	4,69	4,82	4,81	99,96	100,04	99,98	99,95
50	0,69	0,73	0,66	4,83	4,67	4,95	99,95	100,07	99,97	100,00

Таблица П1.3

Результаты измерений диаметра (мм) вала после механической обработки

№ измерения	Варианты выборок									
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	80,052	80,057	80,038	50,07	50,00	49,94	100,04	99,96	99,94	99,92
2	80,050	80,052	80,038	50,04	49,95	49,88	100,04	99,97	99,88	99,92
3	80,043	80,050	80,038	49,93	49,91	50,02	100,05	99,94	100,02	100,08
4	80,043	80,027	80,038	49,99	49,95	50,02	100,07	99,93	100,02	100,01
5	80,040	80,027	80,038	49,88	49,96	49,96	99,99	99,99	99,96	100,02
6	80,040	80,027	80,038	49,89	49,92	49,96	99,98	99,93	99,96	100,06
7	80,047	80,043	80,034	49,92	49,92	49,95	100,06	99,89	99,95	99,95
8	80,047	80,043	80,034	49,97	50,08	49,97	99,96	99,91	99,97	100,04
9	80,043	80,043	80,043	49,96	50,01	49,93	99,91	99,9	99,93	99,98
10	80,043	80,043	80,043	50,03	50,02	49,99	99,92	100,04	99,99	99,88
11	80,043	80,043	80,043	49,92	50,06	49,94	100,07	99,99	99,96	99,94
12	80,043	80,040	80,057	49,91	49,95	49,85	100,05	100,03	99,94	99,85
13	80,043	80,050	80,050	49,91	50,04	49,95	100,03	100,07	99,95	99,95
14	80,043	80,047	80,050	50,04	49,98	49,93	100,02	100,05	99,99	99,93
15	80,043	80,035	80,047	50,13	49,88	50,04	100,01	99,98	99,96	100,04
16	80,043	80,035	80,031	49,96	49,94	49,94	99,95	100,02	99,98	99,94
17	80,043	80,035	80,031	49,92	49,85	50,01	99,91	100,09	99,96	100,01
18	80,043	80,047	80,031	49,99	49,95	49,99	99,96	99,98	99,93	99,99

Таблица П1.3 (окончание)

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
19	80,050	80,047	80,024	50,05	49,93	49,96	99,94	100,02	99,91	99,96
20	80,047	80,043	80,024	49,97	50,04	49,94	99,95	100,04	99,99	99,94
21	80,047	80,043	80,040	49,87	49,94	49,99	100,01	99,96	99,97	99,99
22	80,047	80,040	80,040	49,93	50,01	50,04	100,01	100,04	100,04	100,04
23	80,040	80,040	80,040	49,99	49,94	49,98	99,96	99,96	99,98	99,99
24	80,040	80,040	80,038	49,94	49,88	49,99	99,95	99,93	99,99	99,96
25	80,040	80,040	80,038	49,86	50,02	49,95	99,99	99,88	99,95	99,97
26	80,040	80,034	80,038	49,88	50,02	49,98	100,04	99,86	99,98	99,98
27	80,038	80,034	80,038	49,93	49,96	49,99	99,95	99,94	99,99	100,03
28	80,038	80,034	80,038	49,96	49,96	49,94	99,97	99,99	99,94	100,04
29	80,038	80,034	80,038	50,04	49,95	49,91	99,96	99,93	99,91	100,01
30	80,040	80,031	80,038	49,96	49,97	50,02	100,00	99,87	100,02	99,99
31	80,040	80,031	80,034	50,04	49,93	49,98	99,97	99,97	99,98	99,96
32	80,040	80,031	80,034	50,02	49,99	49,98	99,98	100,05	99,95	99,98
33	80,040	80,029	80,034	49,98	49,96	49,97	99,95	99,99	99,94	99,97
34	80,038	80,029	80,034	50,09	49,94	50,00	99,95	99,92	99,91	100,00
35	80,038	80,024	80,034	50,02	49,95	50,01	99,94	99,96	100,05	100,01
36	80,038	80,024	80,034	49,98	49,99	50,01	99,93	100,13	99,93	100,01
37	80,038	80,038	80,031	50,05	49,96	49,95	100,06	100,04	99,90	99,95
38	80,038	80,038	80,047	50,07	49,98	49,97	100,02	99,91	100,02	99,97
39	80,031	80,038	80,047	50,03	49,96	49,97	100,02	99,91	100,13	99,97
40	80,031	80,040	80,040	49,99	49,93	49,92	99,965	99,92	100,04	99,92
41	80,029	80,040	80,040	50,04	49,91	49,98	99,91	100,03	99,91	99,98
42	80,034	80,040	80,040	49,90	49,99	50,05	99,99	99,96	100,05	99,99
43	80,034	80,040	80,057	49,91	49,97	50,01	99,96	99,97	100,01	99,99
44	80,034	80,040	80,043	49,89	50,04	50,01	99,92	99,92	100,01	100,00
45	80,034	80,038	80,043	49,93	49,98	49,99	99,93	99,89	99,99	100,03
46	80,034	80,038	80,043	49,99	49,99	49,97	99,86	99,88	99,97	99,96
47	80,031	80,038	80,040	49,93	49,95	49,99	99,85	99,99	99,99	99,95
48	80,040	80,038	80,040	49,94	49,98	49,93	99,92	99,93	99,93	99,91
49	80,040	80,038	80,040	49,97	49,99	49,98	99,96	100,04	99,98	99,95
50	80,040	80,038	80,047	49,96	49,94	49,97	99,95	100,07	99,97	100,00

Интегральная функция нормированного нормального

распределения $F(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^v e^{-\frac{v^2}{2}} dv$

v	0,08	0,06	0,04	0,02	0,00
-3,5	0,00017	0,00019	0,00020	0,00022	0,00023
-3,4	0,00025	0,00027	0,00029	0,00031	0,00034
-3,3	0,00036	0,00039	0,00042	0,00045	0,00048
-3,2	0,00056	0,00056	0,00060	0,00064	0,00069
-3,1	0,00074	0,00079	0,00085	0,00090	0,00097
-3,0	0,00104	0,00111	0,00118	0,00126	0,00135
-2,9	0,0014	0,0015	0,0016	0,0017	0,0019
-2,8	0,0020	0,0021	0,0023	0,0024	0,0026
-2,7	0,0027	0,0029	0,0031	0,0033	0,0035
-2,6	0,0037	0,0039	0,0041	0,0044	0,0047
-2,5	0,0049	0,0052	0,0055	0,0059	0,0062
-2,4	0,0066	0,0069	0,0073	0,0078	0,0082
-2,3	0,0080	0,0091	0,0096	0,0102	0,0107
-2,2	0,0113	0,0119	0,0125	0,0132	0,0139
-2,1	0,0146	0,0154	0,0162	0,0170	0,0179
-2,0	0,0188	0,0197	0,0207	0,0217	0,0228
-1,9	0,0239	0,0250	0,0262	0,0274	0,0287
-1,8	0,0301	0,0314	0,0329	0,0344	0,0359
-1,7	0,0375	0,0392	0,0409	0,0427	0,0446
-1,6	0,0465	0,0485	0,0505	0,0526	0,0548
-1,5	0,0571	0,0594	0,0618	0,0643	0,0668
-1,4	0,0694	0,0721	0,0749	0,0778	0,0808
-1,3	0,0838	0,0869	0,0901	0,0934	0,0968
-1,2	0,1003	0,1083	0,1075	0,1112	0,1151
-1,1	0,1190	0,1230	0,1271	0,1314	0,1357
-1,0	0,1401	0,1446	0,1492	0,1539	0,1587
-0,9	0,1635	0,1685	0,1736	0,1788	0,1841
-0,8	0,1894	0,1949	0,2005	0,2061	0,2119
-0,7	0,2177	0,2236	0,2297	0,2358	0,2420
-0,6	0,2483	0,2546	0,2611	0,2676	0,2743
-0,5	0,2810	0,2877	0,2946	0,3015	0,3085
-0,4	0,3156	0,3228	0,3300	0,3372	0,3446
-0,3	0,3520	0,3594	0,3669	0,3745	0,3821
-0,2	0,3897	0,3974	0,4052	0,4129	0,4207
-0,1	0,4286	0,4364	0,4443	0,4522	0,4602
0	0,4681	0,4761	0,4840	0,4920	0,5000

Приложение 4 (окончание)

v	0,00	0,02	0,04	0,06	0,08
0	0,5000	0,5080	0,5160	0,5239	0,5319
+0,1	0,5398	0,5478	0,5557	0,5636	0,5714
+0,2	0,5796	0,5871	0,5948	0,6026	0,6103
+0,3	0,6179	0,6255	0,6331	0,6406	0,6480
+0,4	0,6554	0,6628	0,6700	0,6772	0,6844
+0,5	0,6915	0,6985	0,7054	0,7123	0,7190
+0,6	0,7257	0,7324	0,7389	0,7454	0,7517
+0,7	0,7580	0,7642	0,7704	0,7764	0,7823
+0,8	0,7881	0,7939	0,7995	0,8051	0,8106
+0,9	0,8159	0,8212	0,8264	0,8315	0,8365
+1,0	0,8413	0,8461	0,8505	0,8554	0,8599
+1,1	0,8643	0,8686	0,8729	0,8770	0,8810
+1,2	0,8849	0,8888	0,8925	0,8962	0,8997
+1,3	0,9032	0,9066	0,9099	0,9131	0,9162
+1,4	0,9192	0,9222	0,9251	0,9279	0,9306
+1,5	0,9332	0,9357	0,9382	0,9406	0,9429
+1,6	0,9452	0,9474	0,9495	0,9515	0,9535
+1,7	0,9554	0,9573	0,9591	0,9608	0,9825
+1,8	0,9641	0,9656	0,9671	0,9686	0,9699
+1,9	0,9713	0,9726	0,9738	0,9750	0,9761
+2,0	0,9773	0,9783	0,9793	0,9803	0,9812
+2,1	0,9821	0,9830	0,9838	0,9846	0,9854
+2,2	0,9861	0,9868	0,9875	0,9881	0,9887
+2,3	0,9893	0,9898	0,9904	0,9909	0,9913
+2,4	0,9918	0,9922	0,9927	0,9931	0,9934
+2,5	0,9938	0,9941	0,9945	0,9948	0,9951
+2,6	0,9953	0,9956	0,9959	0,9961	0,9963
+2,7	0,9965	0,9967	0,9969	0,9971	0,9973
+2,8	0,9974	0,9976	0,9977	0,9979	0,9980
+2,9	0,9981	0,9983	0,9984	0,9985	0,9986
+3,0	0,99865	0,99874	0,99882	0,99889	0,99896
+3,1	0,99903	0,99910	0,99915	0,99921	0,99926
+3,2	0,99931	0,99936	0,99940	0,99954	0,99948
+3,3	0,99952	0,99955	0,99958	0,99961	0,99964
+3,4	0,99966	0,99969	0,99971	0,99973	0,99975
+3,5	0,99977	0,99978	0,99980	0,99981	0,99983

Квантили распределения Пирсона (χ^2)

Число степеней свободы k	Уровень значимости			
	0,05	0,10	0,90	0,95
1	3,841	2,706	0,0158	0,00393
2	5,991	4,605	0,211	0,103
3	7,815	6,251	0,584	0,352
4	9,488	7,779	1,064	0,711
5	11,070	9,236	1,610	1,145
6	12,592	10,645	2,204	1,635
7	14,067	12,017	2,833	2,167
8	15,507	13,362	2,490	2,733
9	16,919	14,684	4,168	3,325
10	18,307	15,987	4,865	3,940

Квантили (t_p, n) распределения Стьюдента

Объём выборки n	Доверительная вероятность P			
	0,80	0,90	0,95	0,99
2	1,886	2,929	4,303	9,925
3	1,638	2,353	3,182	5,841
4	1,533	2,132	2,776	4,604
5	1,476	2,015	2,571	4,032
6	1,440	1,943	2,447	3,707
7	1,415	1,895	2,365	3,499
8	1,397	1,860	2,306	3,355
9	1,383	1,883	2,262	3,250
10	1,372	1,812	2,228	3,169
11	1,363	1,796	2,201	3,106
12	1,356	1,782	1,179	3,055
13	1,350	1,771	2,160	3,012
14	1,345	1,761	2,145	2,977
15	1,341	1,753	2,131	2,947
16	1,337	1,746	2,120	2,921
17	1,333	1,740	2,110	2,898
18	1,330	1,734	2,101	2,878
19	1,328	1,729	2,093	2,861
20	1,325	1,725	2,086	2,845
21	1,323	1,721	2,080	2,831
22	1,321	1,717	2,074	2,819
23	1,319	1,714	2,069	2,807
24	1,318	1,711	2,064	2,707
25	1,316	1,708	2,060	2,787
26	1,315	1,706	2,056	2,779
27	1,314	1,703	2,052	2,771
28	1,313	1,701	2,048	2,763
29	1,311	1,669	2,045	2,756
30	1,310	1,697	2,042	2,750
∞	1,282	1,645	1,960	2,576

Приложение 7

Варианты заданий для выполнения работы № 4

№ варианта	Размеры детали, мм					
	D_1	D_2	d_1	d_2	l_1	l_2
1	490 _{-2,50}	404 ^{+0,045} _{+0,005}	340 _{-0,089}	22 ^{+0,84}	125 _{-1,6}	32 _{-0,100}
2	470 _{-1,55}	380 ^{+0,073} _{+0,037}	320 _{-0,057}	22 ^{+0,52}	115 _{-0,87}	32 _{-0,062}
3	460 _{-0,97}	370 ^{+0,057} _{+0,021}	310 _{-0,032}	22 ^{+0,33}	110 _{-0,54}	32 _{-0,039}
4	450 _{-2,50}	360 ^{+0,040} _{+0,004}	300 _{-0,081}	20 ^{+0,84}	105 _{-1,4}	28 _{-0,084}
5	440 _{-1,55}	350 ^{+0,073} _{+0,037}	290 _{-0,052}	20 ^{+0,52}	100 _{-0,87}	28 _{-0,052}
6	430 _{-0,97}	340 ^{+0,057} _{+0,021}	280 _{-0,032}	20 ^{+0,33}	98 _{-0,54}	28 _{-0,033}
7	420 _{-2,50}	330 ^{+0,040} _{+0,004}	270 _{-0,081}	19 ^{+0,84}	96 _{-1,4}	27 _{-0,084}
8	410 _{-1,55}	320 ^{+0,073} _{+0,037}	260 _{-0,052}	19 ^{+0,52}	94 _{-0,87}	27 _{-0,052}
9	400 _{-0,89}	310 ^{+0,052} _{+0,020}	250 _{-0,029}	19 ^{+0,33}	92 _{-0,54}	26 _{-0,033}
10	390 _{-2,3}	300 ^{+0,036} _{+0,004}	240 _{-0,072}	18 ^{+0,70}	90 _{-1,4}	26 _{-0,084}
11	380 _{-1,4}	290 ^{+0,066} _{+0,034}	232 _{-0,046}	18 ^{+0,43}	88 _{-0,87}	25 _{-0,052}
12	370 _{-0,89}	280 ^{+0,062} _{+0,020}	226 _{-0,029}	18 ^{+0,27}	86 _{-0,54}	25 _{-0,033}
13	360 _{-2,3}	270 ^{+0,036} _{+0,004}	220 _{-0,072}	16 ^{+0,70}	84 _{-1,4}	24 _{-0,084}
14	350 _{-1,4}	260 ^{+0,066} _{+0,034}	214 _{-0,046}	16 ^{+0,43}	82 _{-0,87}	24 _{-0,052}
15	340 _{-0,89}	250 ^{+0,046} _{+0,017}	208 _{-0,029}	16 ^{+0,27}	80 _{-0,46}	23 _{-0,033}
16	330 _{-2,3}	240 ^{+0,033} _{+0,004}	202 _{-0,072}	15 ^{+0,70}	78 _{-1,2}	23 _{-0,084}
17	320 _{-1,4}	230 ^{+0,060} _{+0,031}	196 _{-0,046}	15 ^{+0,43}	76 _{-0,74}	22 _{-0,052}
18	310 _{-0,81}	220 ^{+0,046} _{+0,017}	188 _{-0,029}	15 ^{+0,27}	74 _{-0,46}	22 _{-0,033}
19	300 _{-2,1}	210 ^{+0,033} _{+0,004}	180 _{-0,063}	14 ^{+0,70}	72 _{-1,2}	21 _{-0,084}
20	290 _{-1,3}	200 ^{+0,060} _{+0,031}	172 _{-0,040}	14 ^{+0,43}	70 _{-0,74}	21 _{-0,052}
21	280 _{-0,81}	190 ^{+0,046} _{+0,017}	164 _{-0,025}	14 ^{+0,27}	68 _{-0,46}	20 _{-0,033}
22	270 _{-2,1}	180 ^{+0,028} _{+0,003}	156 _{-0,063}	12 ^{+0,70}	66 _{-1,2}	18 _{-0,070}
23	260 _{-1,3}	170 ^{+0,052} _{+0,027}	148 _{-0,040}	10 ^{+0,58}	64 _{-0,74}	18 _{-0,043}
24	250 _{-0,72}	160 ^{+0,040} _{+0,015}	140 _{-0,025}	10 ^{+0,36}	62 _{-0,46}	18 _{-0,027}
25	240 _{-1,85}	150 ^{+0,028} _{+0,003}	130 _{-0,040}	10 ^{+0,22}	60 _{-1,2}	18 _{-0,070}

Характеристика средств измерений

Таблица П8.1

Предельные погрешности измерения наружных линейных размеров
штангенциркулями, мкм

Средство измерений		Штангенциркуль				
		ШЦ-I	ШЦ-I	ШЦ-II	ШЦ-III	ШЦ-III
Диапазон измерения, мм		0 – 125	0 – 125	0 – 200	0 – 500	0 – 500
Цена деления, мм		0,1	0,05	0,1	0,1	0,05
Диапазон размеров, мм	до 10 вкл.	150	100	150	150	100
	от 10 до 50 вкл.	150	100	150	150	100
	от 50 до 80 вкл.	200	100	200	200	100
	от 80 до 120 вкл.	200	100	200	200	100
	от 120 до 180 вкл.	200	100	200	200	100
	от 180 до 250 вкл.	–	–	200	200	100
	от 250 до 500 вкл.	–	–	–	250	100

Таблица П8.2

Предельные погрешности измерения наружных линейных размеров микрометрами
гладкими и микрометрами рычажными при настройке на нуль по установочной
мере (при работе микрометры находятся в руках)

Микрометры гладкие (МК)			Микрометры рычажные (МР и МРИ)		
Цена деления, мм	Диапазон измерения, мм	Предельные погрешности измерения (мкм)	Цена деления, мм	Диапазон измерения, мм	Предельные погрешности измерения (мкм)
0,01	0 – 25	5	0,002 и 0,01	0 – 25	4
	25 – 50	10		25 – 50	7
	50 – 75	10		50 – 75	9
	75 – 100	15		75 – 100	12
	100 – 125	15		100 – 125	14
	125 – 150	15		125 – 150	16
	150 – 175	20		150 – 175	18
	175 – 200	20		175 – 200	21
	200 – 225	25		200 – 250	26
	225 – 250	25		250 – 300	30
	250 – 275	30		300 – 400	40
	275 – 300	30		400 – 500	50
	300 – 400	40		–	–
	400 – 500	50		–	–

Таблица П8.3

Предельные погрешности измерения наружных линейных размеров скобами индикаторными и скобами рычажными (при работе скобы находятся в руках)

Скобы индикаторные (СИ)			Скобы рычажные (СР) при настройке на нуль по концевым мерам длины		
Цена деления, мм	Диапазон измерения, мм	Предельные погрешности измерения (мкм)	Цена деления, мм	Диапазон измерения, мм	Предельные погрешности измерения (мкм)
0,01	до 10	10	0,002	до 25	4
	св. 10 до 30 вкл.	12		св. 25 до 50 вкл.	7
	св. 30 до 50 вкл.	15		св. 50 до 75 вкл.	9
	св. 50 до 80 вкл.	15		св. 75 до 100 вкл.	12
	св. 80 до 100 вкл.	20		св. 100 до 125 вкл.	14
	св. 100 до 180 вкл.	20		св. 125 до 150 вкл.	16
	св. 180 до 200 вкл.	25		св. 150 до 175 вкл.	18
	св. 200 до 300 вкл.	40		св. 175 до 200 вкл.	21
	св. 300 до 400 вкл.	50		св. 200 до 250 вкл.	26
	св. 400 до 500 вкл.	60		св. 250 до 300 вкл.	30
	—	—		св. 300 до 400 вкл.	40
	—	—		св. 400 до 500 вкл.	50

Таблица П8.4

Предельные погрешности (мкм) измерения наружных линейных размеров индикаторами (при работе со стойками)

Средство измерения		Индикаторы часового типа (ИЧ и ИТ, класс точности 1) при использовании следующих перемещений измерительного стержня (мм)					Индикаторы рычажно-зубчатые (ИРБ и ИРТ)			Индикаторы многооборотные (1МИГ)
		10	5	2	1	0,1				
Цена деления, мм		0,01					0,01			0,001
Предел измерения, мм		2 – 10					0 – 0,8	0 – 0,1	0,01 – 0,02	0 – 1
Диапазон размеров (мм)	3 – 6	15	13	10	8	5	15	10	5	3
	6 – 10	15	13	10	8	5				3
	10 – 18	15	13	10	8	5				3
	18 – 30	16	14	10	8	5				3
	30 – 50	16	14	10	8	5				3
	50 – 80	18	15	12	8	6				3
	80 – 120	20	18	12	8	6				3,5
	120 – 180	22	20	12	8	6				3,5
	180 – 250	25	25	14	9	7				4
	250 – 315	35	35	18	10	9				–
	315 – 400	40	40	20	11	9				–
	400 – 500	45	45	22	12	10				–

Таблица П8.5

Предельные погрешности измерения наружных линейных размеров рычажно-зубчатыми головками (мкм) с использованием штативов и настройкой по концевым мерам длины

Средство измерений		Головка 1ИГ	Головка 2ИГ
Пределы измерений, мм		±0,05	±0,10
Цена делений, мм		0,001	0,002
Диапазон измерений, мм	от 3 до 6 вкл.	2,0	3,0
	от 6 до 10 вкл.	2,0	3,0
	от 10 до 18 вкл.	2,0	3,5
	от 18 до 30 вкл.	2,0	3,5
	от 30 до 50 вкл.	2,0	3,5
	от 50 до 80 вкл.	2,0	4,0
	от 80 до 120 вкл.	2,5	4,5
	от 120 до 180 вкл.	2,5	5,0
	от 180 до 250 вкл.	2,8	6,0

Таблица П8.6

Предельные погрешности измерения внутренних линейных размеров
штангенциркулями, мкм

Средство измерений		Штангенциркуль				
		ШЦ-I	ШЦ-I	ШЦ-II	ШЦ-III	ШЦ-III
Диапазон измерения, мм		0 – 125	0 – 125	0 – 200	0 – 500	0 – 500
Цена деления, мм		0,1	0,05	0,1	0,1	0,05
Диапазон размеров, мм	от 3 до 18 вкл.	200	150	200	200	150
	от 18 до 50 вкл.	200	150	200	200	150
	от 50 до 120 вкл.	250	200	250	250	200
	от 120 до 250 вкл.	–	–	300	300	200
	от 250 до 500 вкл.	–	–	–	300	250

Таблица П8.7

Предельные погрешности измерения внутренних линейных размеров
нутромерами, мм

Средство измерений		Нутромер микрометрический (при измерении отверстий с шероховатостью R_a не более 5,0 мкм)	Нутромер индикаторный (при установке по концевым мерам длины 1 класса и измерении отверстий с шероховатостью R_a не более 1,25 мкм)	
Диапазон измерения, мм		75 – 575	6 – 10; 10 – 18; 18 – 50; 50 – 100; 100 – 160; 160 – 250; 250 – 450; 450 – 700; 700 – 1000	2 – 3; 3 – 6; 6 – 10; 10 – 18; 18 – 50; 50 – 100; 100 – 160; 160 – 250; 250 – 450
Цена делений, мм		0,01	0,01	0,001
Диапазон размеров, мм	3 – 18	–	10	4,5
	18 – 50	–	10	5,5
	50 – 120	15	15	6,5
	120 – 260	20	15	7,5
	260 – 500	30	20	11

Учебное издание

на обложку

Метрология

Практикум

Составители:

Цветков Юрий Николаевич, д-р техн. наук, проф.,
Мельник Олеся Владимировна, канд. техн. наук, доц.,
Голицын Вячеслав Алексеевич, канд. техн. наук, доц.



198035, Санкт-Петербург, Межевой канал, 2.

Тел. (812) 748-97-19, (812) 748-97-23

e-mail: izdat@gumrf.ru

Печатается в авторской редакции

Ответственный за выпуск

Сатикова Т. Ф.

Компьютерная верстка

Смирнова М. В.

Подписано в печать 28.05.2018

Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Гарнитура Times New Roman

Усл. печ. 4,5 л. Тираж 100 экз. Заказ № 211/2018