

РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ

Передача энергии в трехфазной сети может осуществляться при различных схемах соединения фаз источника и приемника. Будем рассматривать случай короткой линии электропередачи, сопротивлением которой $Z_l = R_l + j\omega L_l$ можно пренебречь.

1 Схема соединения источника и нагрузки по схеме « звезда ». Y/Y

При соединении источника и нагрузки по схеме « звезда » (рис.1) передачу энергии можно осуществлять как по трехпроводной линии ABC (ключ разомкнут), так и четырехпроводной линии ABCN (ключ замкнут). Здесь N – обозначение нейтрального провода, соединяющего нейтральные точки источника и приемника O_1, O . При пренебрежимо малом сопротивлении нейтрального провода потенциалы точек одинаковы: $U_{O_1, O} = \varphi_{O_1} - \varphi_O = 0$.

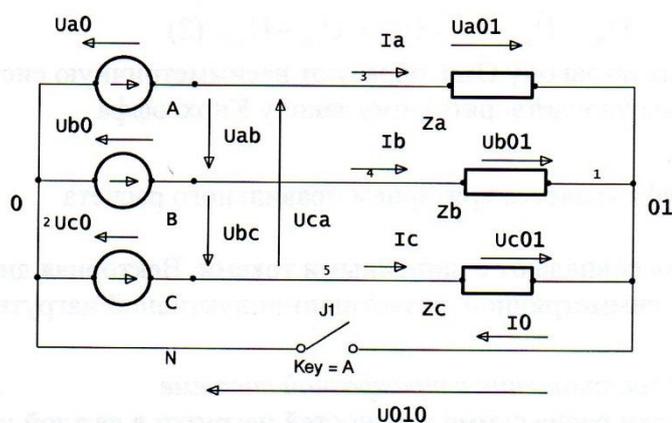


Рис.1. Трех - и четырехпроводная схема питания трехфазного приемника.

Источник считается симметричным, если его фазные напряжения образуют симметричную систему напряжений:

$$\dot{U}_a = U, \quad \dot{U}_b = a^2 U, \quad \dot{U}_c = a U, \quad a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Симметричной системе фазных напряжений соответствует симметричная система линейных напряжений

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_a - \dot{U}_b = \dot{U}_a \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j\pi/3}, \quad \dot{U}_{bc} = \dot{U}_b \cdot a, \quad \dot{U}_{ca} = \dot{U}_c \cdot a^2$$

Для линейных напряжений всегда выполняется закон Кирхгофа

$$\dot{U}_{ab} + \dot{U}_{bc} + \dot{U}_{ca} = 0$$

Четырехпроводная линия

Четырехпроводная линия используется для питания несимметричных приемников. Наличие нейтрального провода позволяет обеспечить на зажимах нагрузки напряжение, равное напряжению источника независимо от того, является нагрузка симметричной или нет.

Токи линии определяются по закону Ома, ток нейтрального провода – по закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / Z_a, \quad \dot{I}_b = \dot{U}_b / Z_b, \quad \dot{I}_c = \dot{U}_c / Z_c; \quad \dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$$

При симметричной системе напряжений и симметричной нагрузке $Z_a = Z_b = Z_c = Z$ линейные токи также образуют симметричную трехфазную систему

$$\dot{I}_a, \quad \dot{I}_b = a^2 \dot{I}_a, \quad \dot{I}_c = a \dot{I}_a$$

В силу свойства такой системы $1 + a + a^2 = 0$, ток в нейтральном проводе при симметричной нагрузке отсутствует:

$$\dot{I}_0 = \frac{U}{Z}(1 + a^2 + a) = \frac{U}{Z}\left(1 - \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$$

Это позволяет использовать для питания симметричной нагрузки трехпроводную линию.

Трехпроводная линия

Если в четырехпроводной линии несимметричная нагрузка приводит к появлению тока в нейтральном проводе, то в трехпроводной линии несимметричная нагрузка вызывает смещение нейтралей – напряжение между нейтральными точками источника и нагрузки, которое определяется по формуле двухузловой схемы:

$$\dot{U}_N = U_{O_1O} = \frac{\dot{U}_A \cdot Y_A + \dot{U}_B \cdot Y_B + \dot{U}_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad (1)$$

В несимметричном режиме напряжения на сопротивлениях нагрузки не равны фазным напряжениям источника

$$\dot{U}_{ao1} = \dot{U}_{ao} - \dot{U}_{a1o} \quad \dot{U}_{bo1} = \dot{U}_{bo} - \dot{U}_{a1o} \quad \dot{U}_{co1} = \dot{U}_{co} - \dot{U}_{a1o} \quad (2)$$

Линейные токи, определенные по закону Ома, образуют несимметричную систему токов. Эти токи, однако, должны удовлетворять 1-ому закону Кирхгоффа

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$

Выполнение закона Кирхгоффа является критерием правильного расчета несимметричного режима.

Фазные токи в схеме «звезда» совпадают с линейными токами. Векторная диаграмма токов и напряжений для случая симметричной резистивно-индуктивной нагрузки $\varphi = \pi/6$ показана на рис.2.

Энергетические соотношения в трехфазной системе

Мощность трехфазной нагрузки равна сумме мощностей нагрузки в каждой из фаз.

$$\bar{S} = \bar{S}_a + \bar{S}_b + \bar{S}_c$$

При симметричной нагрузке мощность каждой фазы одинакова $\bar{S}_a = \bar{S}_b = \bar{S}_c = \bar{S}_\phi$.

$$\bar{S}_\phi = \dot{U}_\phi \dot{I}_\phi^* = S_\phi e^{j\varphi} = P_\phi + jQ_\phi, \quad S_\phi = U_\phi I_\phi = |Z| I_\phi^2 \quad (3)$$

$$P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi = R I_\phi^2, \quad Q_\phi = U_\phi I_\phi \sin \varphi = X I_\phi^2 \quad (4)$$

где $\varphi = \psi_u - \psi_i$ - угол сдвига фаз между фазным током и фазным напряжением.

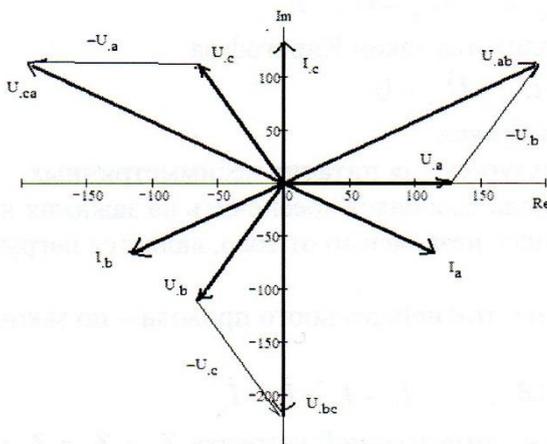


Рис.2. Симметричная система токов и напряжений в трехфазной цепи Y/Y

Тогда полная мощность равна утроенной мощности одной фазы

$$\bar{S} = 3\bar{S}_\phi, \quad P = 3P_\phi, \quad Q = 3Q_\phi$$

Мощность обычно выражается через линейные напряжения и токи

$$S = 3U_\phi I_\phi = 3 \frac{U}{\sqrt{3}} I = \sqrt{3} UI \quad P = \sqrt{3} UI \cos \varphi \quad Q = \sqrt{3} UI \sin \varphi \quad (5)$$

2 Схема соединения источника и нагрузки по схеме «треугольник», Δ/Δ

Для получения схемы «треугольник» трехфазные источники включаются последовательно, а 3-х проводная линия подключается к выводам A, B, C , как показано на рис.3 Сумма симметричных напряжений равна нулю. Поэтому в режиме ХХ ток по обмоткам не протекает.

В такой схеме фазные и линейные напряжения совпадают. Фазные и линейные токи отличаются. Фазные токи нагрузки определяются по закону Ома

$$\dot{I}_{AB} = \dot{U}_{AB} / Z_{AB} \quad \dot{I}_{BC} = \dot{U}_{BC} / Z_{BC} \quad \dot{I}_{CA} = \dot{U}_{CA} / Z_{CA} \quad (6)$$

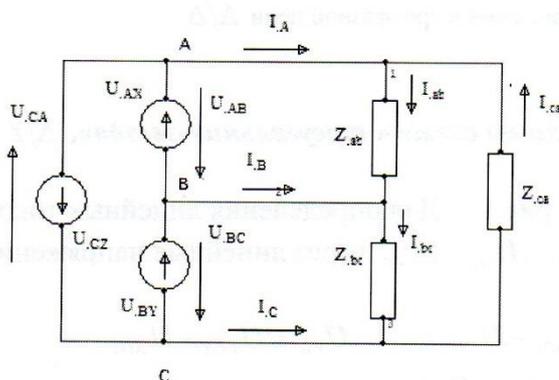


Рис. 3. Соединение источника и нагрузки по схеме «треугольник»

Линейные токи находятся по ЗКТ

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} \quad (7)$$

Если нагрузка симметричная $Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA} = Z$, то симметричной системе напряжений соответствует симметричная система фазных и линейных токов. В этом случае линейные токи в $\sqrt{3}$ раз превышают фазные токи по амплитуде и отстают от фазных токов на угол 30° .

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} \sqrt{3} \cdot \exp(-j30^\circ) \quad \dot{I}_B = a^2 \dot{I}_A \quad \dot{I}_C = a \dot{I}_A \quad (8)$$

Комплексы линейных токов удовлетворяют закону Кирхгофа

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

Векторные диаграммы токов и напряжений для случая резистивно-индуктивной нагрузки $Z = 10e^{j\pi/6}$ и линейного напряжения $U = 220$ показаны на рис.4.

Линейные токи не изменятся, если перейти от треугольника к эквивалентной звезде с фазным напряжением \dot{U}_a и сопротивлением нагрузки Z_a

$$\dot{U}_a = \dot{U}_{ab} \cdot e^{-j30^\circ} / \sqrt{3}, \quad Z_a = Z_{ab} / 3 \quad (9)$$

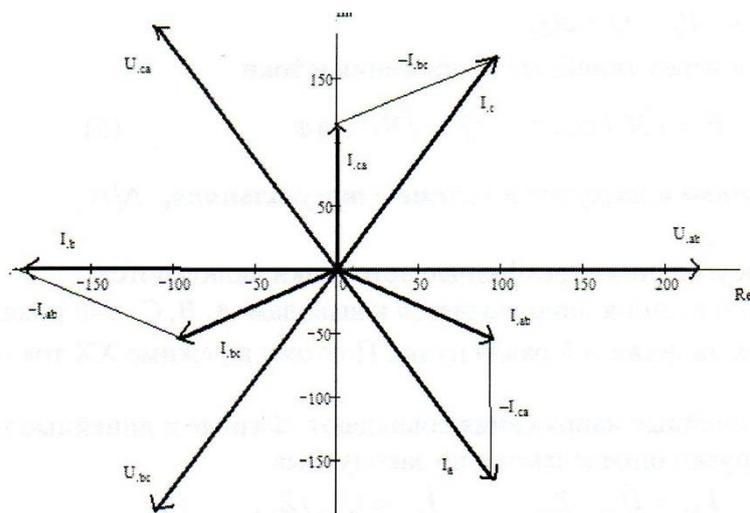


Рис.4. Рис.2. Симметричная система токов и напряжений в трехфазной цепи Δ/Δ

3 Схема соединения источника и нагрузки по схеме «треугольник-звезда», Δ/Y

Схема рассматриваемой цепи показана на рис.5. Для определения линейных токов выразим фазные напряжения нагрузки $\dot{U}_{AO1}, \dot{U}_{BO1}, \dot{U}_{CO1}$ через линейные напряжения симметричного источника

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AO1} - \dot{U}_{BO1} \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BO1} - \dot{U}_{CO1} \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CO1} - \dot{U}_{AO1}$$

Запишем ЗКТ $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$ с учетом закона Ома

$$\dot{U}_{AO1} \cdot Y_A + \dot{U}_{BO1} \cdot Y_B + \dot{U}_{CO1} \cdot Y_C = 0$$

Подставим в это выражение фазное напряжение нагрузки $\dot{U}_{BO1}, \dot{U}_{CO1}$ в виде

$$\dot{U}_{BO1} = \dot{U}_{AO1} - \dot{U}_{AB} \quad \dot{U}_{CO1} = \dot{U}_{CA} + \dot{U}_{CA}$$

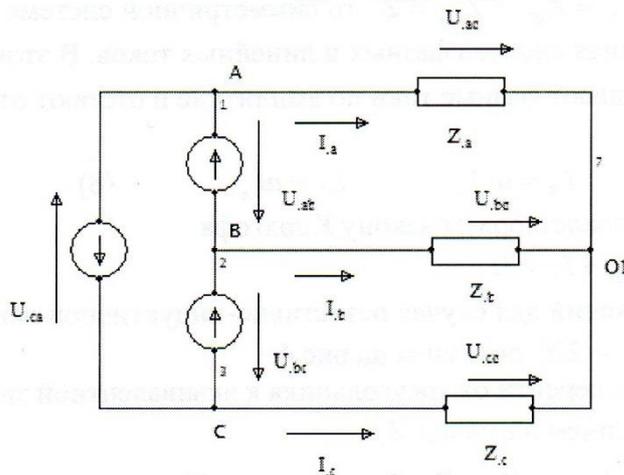


Рис.5 Схема соединения «треугольник – звезда»

После преобразований получим

$$\dot{U}_{AO1} = \frac{\dot{U}_{AB} Y_B - \dot{U}_{CA} \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad (10)$$

Аналогично находим другие фазные напряжения

$$\dot{U}_{BO1} = \frac{\dot{U}_{BC} Y_C - \dot{U}_{AB} \cdot Y_A}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad \dot{U}_{CO1} = \frac{\dot{U}_{CA} Y_A - \dot{U}_{BC} \cdot Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad (11)$$

Линейные токи определяются по закону Ома

$$\dot{I}_A = \dot{U}_{AO1} Y_A \quad \dot{I}_B = \dot{U}_{BO1} \cdot Y_B \quad \dot{I}_C = \dot{U}_{CO1} Y_C \quad (12)$$

В случае симметричной нагрузки $Y_A = Y_B = Y_C = Y$ получим

$$\dot{U}_{AO1} = \frac{\dot{U}_{AB} - \dot{U}_{CA}}{3} = \frac{\dot{U}_{AB} [1 - (-1/2 + j\sqrt{3}/2)]}{3} = \frac{\dot{U}_{AB} e^{-j30^\circ}}{\sqrt{3}} \quad (13)$$

Эта формула соответствует замене треугольника источника на эквивалентную звезду.

Фазные токи источника и линейные токи связаны законом Кирхгофа

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} \quad (14)$$

Для определения фазных токов источника воспользуемся дополнительным соотношением между фазными токами, которое вытекает из ЗКН для контура с симметричными источниками конечной мощности, внутреннее сопротивление которых не равно нулю $Z_i \neq 0$

$$Z_i \cdot (\dot{I}_{AB} + \dot{I}_{BC} + \dot{I}_{CA}) = \dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA}$$

Из свойства симметричной системы напряжений $\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0$ следует, что сумма фазных токов источника равна нулю

$$\dot{I}_{AB} + \dot{I}_{BC} + \dot{I}_{CA} = 0$$

Подставим в это выражение токи $\dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$ из ЗКТ

$$\dot{I}_{BC} = \dot{I}_{AB} + \dot{I}_B \quad \dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_A$$

После преобразований получим

$$\dot{I}_{AB} = (\dot{I}_A - \dot{I}_B)/3 \quad (15)$$

Аналогично вычисляются другие фазные токи источника

$$\dot{I}_{BC} = (\dot{I}_B - \dot{I}_C)/3 \quad \dot{I}_{CA} = (\dot{I}_C - \dot{I}_A)/3 \quad (16)$$

Для симметричной системы линейных токов фазные токи источника равны

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{I}_A}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} \quad \dot{I}_{BC} = a^2 \dot{I}_{AB} \quad \dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB} \cdot a \quad (17)$$

Векторная диаграмма токов и напряжений для случая $U_{AB} = 380, Z = 10e^{j30^\circ}$ показана на рис.6.

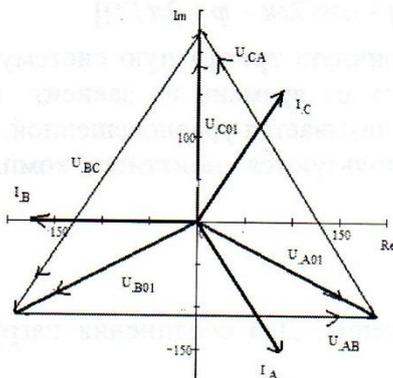


Рис.6. Векторная диаграмма для схемы «треугольник-звезда»

4 Схема соединения источника и нагрузки по схеме « звезда-треугольник», Y/Δ

Схема рассматриваемой цепи показана на рис. 7.

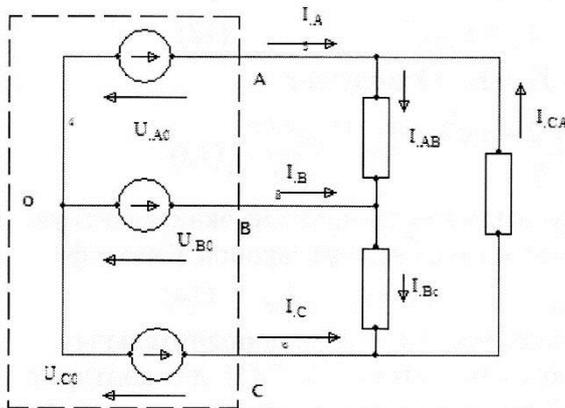


Рис.7 Схема соединения «звезда - треугольник»

Симметричной системе фазных напряжений $\dot{U}_a = U$, $\dot{U}_b = a^2 U$, $\dot{U}_c = a U$ соответствует симметричная система линейных напряжений

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_a - \dot{U}_b = \dot{U}_a \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j\pi/3}, \quad \dot{U}_{bc} = \dot{U}_b \cdot a, \quad \dot{U}_{ca} = \dot{U}_c \cdot a^2$$

Для нагрузки фазные и линейные напряжения совпадают. Фазные токи определяют по закону Ома

$$\dot{I}_{AB} = \dot{U}_{AB} / Z \quad \dot{I}_{BC} = \dot{U}_{BC} / Z \quad \dot{I}_{CA} = \dot{U}_{CA} / Z$$

Линейные токи отстают от фазных токов на угол 30° , амплитуды линейных токов превышают амплитуды фазных токов в $\sqrt{3}$ раз

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} \sqrt{3} \cdot \exp(-j30^\circ) \quad \dot{I}_B = a^2 \dot{I}_A \quad \underline{S} = 3\underline{S}_{ph}$$

5 Мощность трехфазной сети

Мощность трехфазной нагрузки равна сумме мощностей фаз

$$p(t) = p_a(t) + p_b(t) + p_c(t)$$

В случае симметричной нагрузки имеем

$$p(t) = 3S_{ph} \cos \varphi + S_{ph} [\cos(2\omega t - \varphi) + \cos(2\omega t - \varphi - 2\pi/3) + \cos(2\omega t - \varphi + 2\pi/3)]$$

Слагаемые в квадратных скобках образуют симметричную трехфазную систему, сумма которых равна нулю. Поэтому мгновенная мощность от времени не зависит и равна средней активной мощности нагрузки. Такая система называется уравновешенной.

При использовании для расчета цепей МКА пользуются понятием комплексной мощности

$$\underline{S} = 3\underline{S}_{ph}, \quad \underline{S}_{ph} = \dot{U} \dot{I}^* = S e^{j\varphi} = P + jQ$$

Здесь U, I – фазное напряжение и фазный ток.

Выразим мощность через линейные токи и напряжения. Для соединения нагрузки по схемам «звезда» и «треугольник» имеем

$$U_{\Delta}^l = U_{\Delta}^{ph} \quad I_{\Delta}^l = \sqrt{3} I_{\Delta}^{ph}$$

$$U_Y^l = \sqrt{3} U_Y^{ph} \quad I_Y^l = I_Y^{ph}$$

Учитывая эти соотношения, получим

$$S = \sqrt{3} U_l I_l, \quad P = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi, \quad Q = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi$$

6 Способы измерения мощности в трехфазных цепях

Активная мощность может быть измерена с помощью трех однофазных ваттметров, включенных в каждую из фаз нагрузки (рис.8)

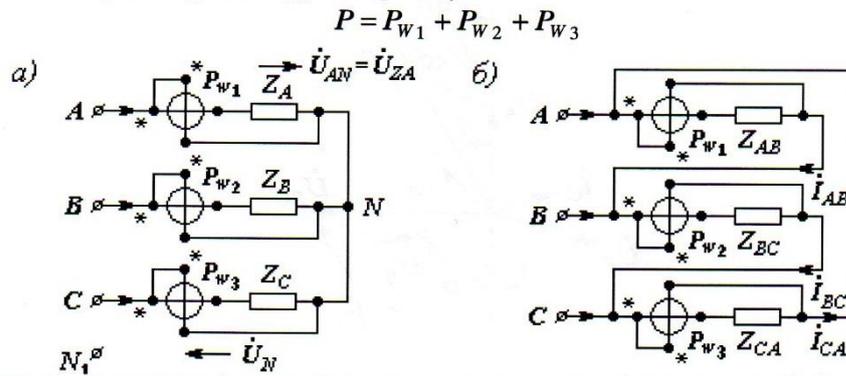


Рис. 8. Схема включения однофазных ваттметров для измерения мощности трехфазной нагрузки, включенной по схеме «звезда» (а) и схеме «треугольник» (б)

Непосредственное измерение мощности каждой из фаз нагрузки на практике затруднено. В трех проводных линиях используется метод двух ваттметров. Для обоснования схем включения однофазных ваттметров запишем мощность трехфазной нагрузки с учетом закона Кирхгофа для линейных токов $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$. Для схемы Y/Y имеем

$$\begin{aligned} \bar{S} &= U_A \dot{I}_A^* + U_B \dot{I}_B^* + U_C \dot{I}_C^* = U_A (-\dot{I}_B^* - \dot{I}_C^*) + U_B \dot{I}_B^* + U_C \dot{I}_C^* \\ &= \dot{U}_{BA} \dot{I}_B^* + \dot{U}_{CA} \dot{I}_C^* \quad \dot{U}_{BA} = \dot{U}_B - \dot{U}_A \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A \end{aligned} \quad (18)$$

Формуле (18) соответствует схема включения однофазных ваттметров, показанная на рис. 9в.

$$\begin{aligned} P_{w1} &= U_{BA} I_B \cos \beta_1, \quad P_{w2} = U_{CA} I_C \cos \beta_2, \quad P = P_{w1} + P_{w2} \quad (19) \\ \beta_1 &= \psi_{u_{ab}} - \psi_{i_b}, \quad \beta_2 = \psi_{u_{ca}} - \psi_{i_c} \end{aligned}$$

где β_1 и β_2 – углы сдвига фаз между входными напряжениями и токами измерительных цепей датчиков мощности

При исключении других токов в формуле для мощности (18) $\dot{I}_B = -\dot{I}_A - \dot{I}_C$,

$\dot{I}_C = -\dot{I}_A - \dot{I}_B$ получим другие схемы включения ваттметров, показанные на рис. 9а и 9б.

Для схемы на рис. 9а имеем

$$\begin{aligned} P &= P_{W1} + P_{W2} = U_{AC} I_A \cos \beta_1 + U_{BC} I_B \cos \beta_2, \\ \beta_1 &= \psi_{u_{ac}} - \psi_{i_a}, \quad \beta_2 = \psi_{u_{bc}} - \psi_{i_b} \end{aligned} \quad (20)$$

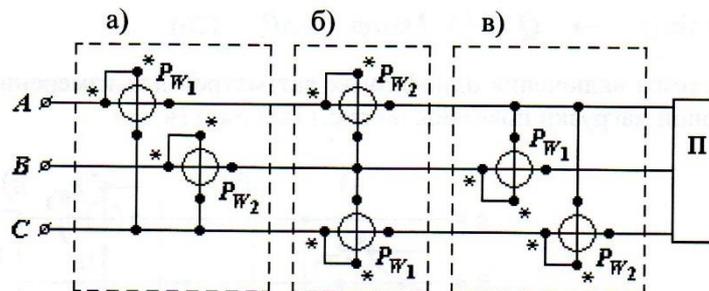


Рис. 9 Схема включения однофазных ваттметров для измерения мощности трехфазной цепи $P = P_{W1} + P_{W2}$

Полярность включения ваттметров определяется индексами напряжений и токов в формулах (19).

На рис. 9 показана векторная диаграмма токов и напряжения для симметричной нагрузки $\varphi > 0$.

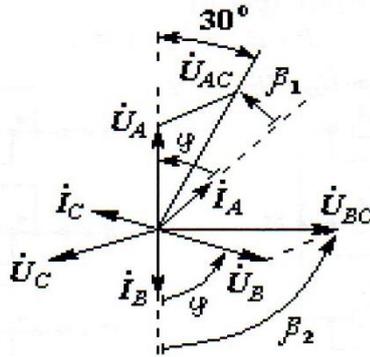


Рис.10. Векторная диаграмма входных токов и напряжений ваттметров, включенных по схеме 9-а.

Из векторной диаграммы следует, что в случае равномерной нагрузки угол сдвига фаз между напряжением и током на входе ваттметров принимает значения.

$$\beta_{1,2} = \varphi \pm 30^\circ$$

Тогда зависимость показаний ваттметров от фазового угла нагрузки принимает вид

$$P_{w_{1,2}} = 0,5U I(\sqrt{3} \cos \varphi \pm \sin \varphi) \quad (21)$$

Сложение и вычитание величин P_{w1}, P_{w2} приводит к формулам для определения активной и реактивной мощности трехфазной нагрузки по показаниям ваттметров

$$P_{w1} + P_{w2} = \sqrt{3}UI \cos \varphi = P \quad (23)$$

$$P_{w1} - P_{w2} = UI \sin \varphi \rightarrow$$

$$Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi = \sqrt{3}(P_{w1} - P_{w2}) \quad (24)$$

Фазовый угол нагрузки φ находится из уравнения

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P} = \sqrt{3} \frac{P_{w1} - P_{w2}}{P_{w1} + P_{w2}} \quad (25)$$

В случае равномерной нагрузки реактивную мощность можно определить с помощью одного ваттметра. Из векторной диаграммы (рис. 9) видно, что линейные напряжения $\dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ и \dot{U}_{AB} отстают от фазных напряжений \dot{U}_A, \dot{U}_B и \dot{U}_C на угол 90° . Поэтому, если в качестве входных величин датчика мощности использовать, например, напряжение U_{BC} и ток i_A (рис. 11в), то угол сдвига фаз между этими величинами равен

$$\beta_3 = 90^\circ - \varphi.$$

В этом случае показания датчика будут пропорциональны реактивной мощности Q

$$P_{w3} = UI \sin \varphi \rightarrow Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi = \sqrt{3}P_{w3} \quad (26)$$

Другие схемы включения однофазных ваттметров для измерения реактивной мощности в случае равномерной нагрузки показаны на рис. 11а и рис. 11в.

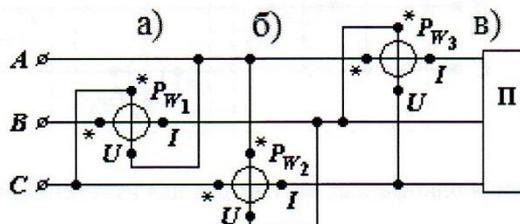


Рис. 11 Схемы измерения реактивной мощности

Пример расчета симметричной трехфазной цепи

Исходные данные для расчета

Структура цепи и параметры симметричного режима заданы таблицей 1.
Таблица 1.

№	Схема цепи	P	I	U	S	φ	Схемы включения ваттметров		Искомые величины
							P _{W1} , P _{W2}	P _{W3}	
30	Y/Δ	21780	I _A 22√3	-	-	60°	Рис.9-а	Рис.11-б	U _φ , R, X, U _l , I _φ , Q _φ , P _{W1} , P _{W2} , P _{W3}

Схема цепи показана на рис. 12.

Определение токов и напряжений.

Фазное напряжение приемника равно линейному напряжению источника. Фазное напряжение приемника находится из формулы для активной мощности трехфазной нагрузки

$$P = \sqrt{3}UI \cos \varphi \rightarrow U_{AB} = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot I_A \cos \varphi} = \frac{21780}{\sqrt{3} \cdot 22\sqrt{3} \cdot \cos(\pi/3)} = 660$$

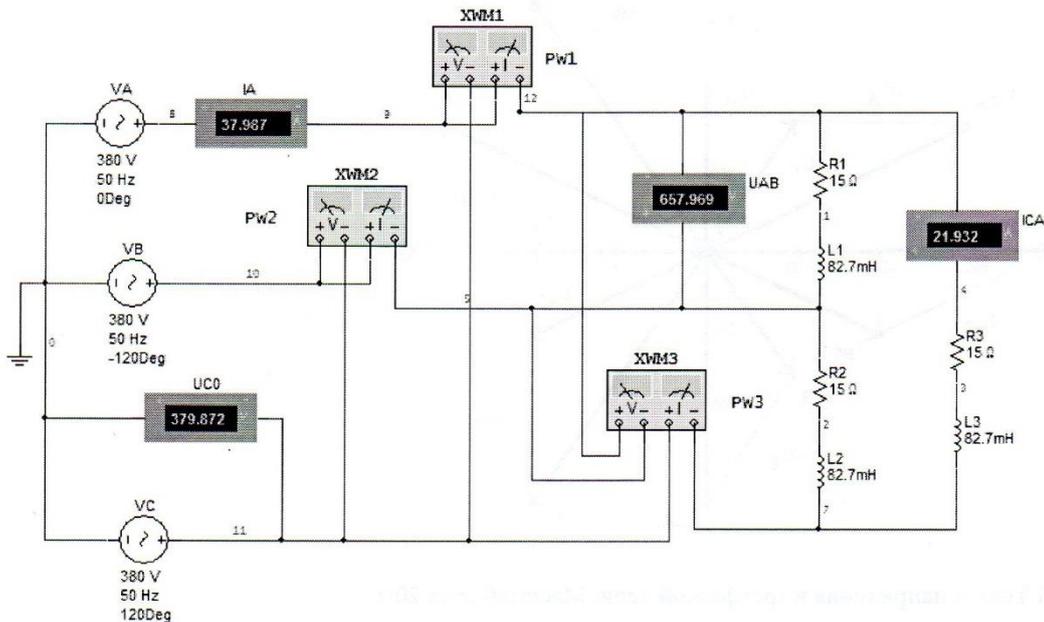


Рис. 12. Схема цепи.

При соединении источника по схеме «звезда» фазные и линейные напряжения отличаются

$$U_{A0} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{3}} = 380$$

Фазный ток источника равен линейному току. Фазный ток нагрузки отличается от линейного тока

$$I_{AB} = \frac{I_A}{\sqrt{3}} = 22$$

Полная и реактивная мощность нагрузки

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = 43760, \quad Q = S \cdot \sin \varphi = 37724$$

Мощность фаз

$$P_1 = P/3 = 7260 \quad Q_1 = Q/3 = 12574 \quad S_1 = S/3 = 14520$$

Сопротивление фаз

$$R = P_1/I_A^2 = 15, \quad Z = S_1/I_A^2 = 30, \quad X = Q_1/I_A^2 = 26$$

На частоте 50 Гц индуктивность нагрузки равна

$$L = X/\omega = 82.7 \cdot 10^{-3}$$

Приняв начальную фазу фазного напряжения нулевой, запишем трехфазную систему напряжений

$$\dot{U}_A = 380, \quad \dot{U}_B = 380e^{-j120^\circ}, \quad \dot{U}_C = 380e^{j120^\circ} \quad (27)$$

$$\dot{U}_{AB} = 660e^{j30^\circ}, \quad \dot{U}_{BC} = 660e^{-j90^\circ}, \quad \dot{U}_{CA} = 660e^{j150^\circ} \quad (28)$$

Фазные токи нагрузки

$$\dot{I}_{AB} = 22e^{-j30^\circ}, \quad \dot{I}_{BC} = 22e^{-j150^\circ}, \quad \dot{I}_{CA} = 22e^{j90^\circ} \quad (29)$$

Линейные токи

$$\dot{I}_A = 38.1e^{-j60^\circ}, \quad \dot{I}_B = 38.1e^{j180^\circ}, \quad \dot{I}_C = 38.1e^{j60^\circ} \quad (30)$$

По полученным данным построим векторные диаграммы (рис. 13)

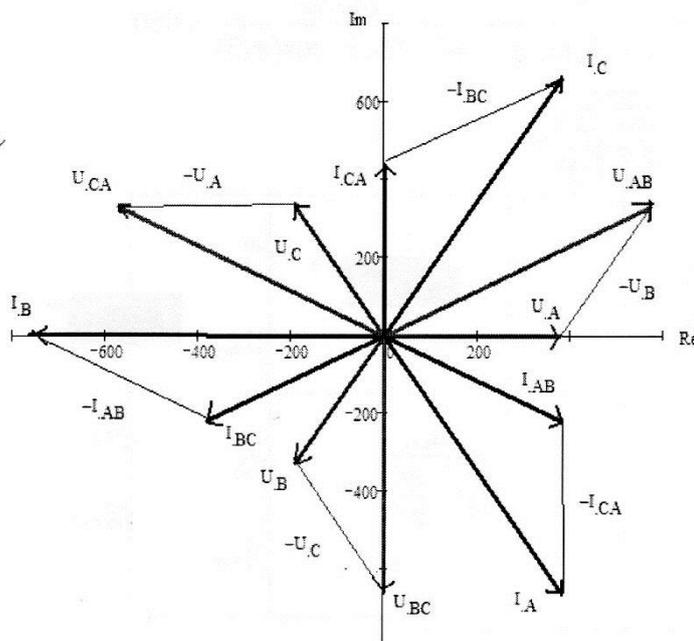


Рис.13 Токи и напряжения в трехфазной цепи. Масштаб тока 20/1

Определение показаний ваттметров.

На входе ваттметра P_{w1} действует напряжение $\dot{U}_{AC} = -\dot{U}_{CA} = 660e^{-j30^\circ}$ и ток $\dot{I}_A = 38.1e^{-j60^\circ}$, на входе ваттметра P_{w2} - напряжение $\dot{U}_{BC} = 660e^{-j90^\circ}$ и ток $\dot{I}_B = 38.1e^{j180^\circ}$

Показания ваттметров P_{w1}, P_{w2}

$$P_{w1} = \text{Re}(\dot{U}_{AC} \dot{I}_A^*) = UI \cos(\pi/6) = 21780 \quad P_{w2} = \text{Re}(\dot{U}_{BC} \cdot \dot{I}_C^*) = UI \cos(\pi/2) = 0$$

Сумма показаний ваттметров равна мощности нагрузки

$$P_{w1} + P_{w2} = 21780 + 0 = P$$

На входе ваттметра P_{w3} действует напряжение $\dot{U}_{AB} = 660e^{j30^\circ}$ и ток $I_C = 38.1e^{j60^\circ}$.

Показание ваттметра P_{w3}

$$P_{w3} = \operatorname{Re}(U_{AB} \dot{I}_C^*) = UI \cos(\pi/6) = 21780$$

Реактивная мощность: $Q = \sqrt{3} \cdot P_{w3} = 37724$. Напряжения и токи на входе ваттметров показаны на рис. 14.

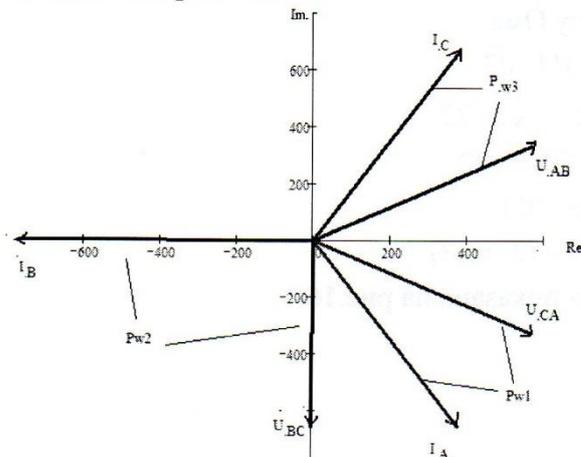


Рис.14. Токи и напряжения, действующие на входе ваттметров.

Пример расчета несимметричного режима трехфазной цепи.

Схема трехпроводной и четырехпроводной линии питания несимметричной нагрузки показана на рисунке 15.

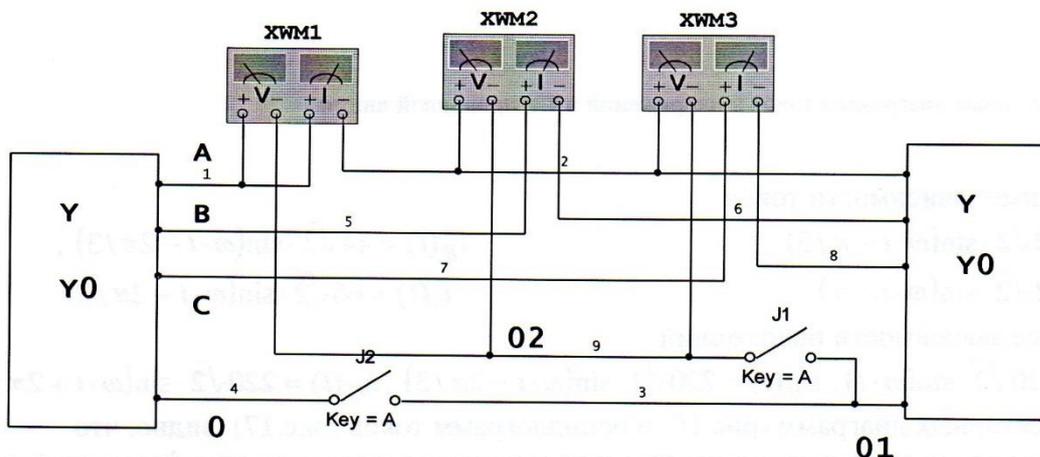


Рис.15 Схема измерения мощности в 4-х проводной линии (ключи замкнуты) и 3-х проводной линии (ключи разомкнуты). Узел 02 – искусственная нейтральная точка.

В случае четырехпроводной линии каждый ваттметр измеряет мощность соответствующей фазы. В случае трехпроводной линии смысл имеет только сумма показаний ваттметра, которая равна мощности трехфазной нагрузки. Нагрузка питается от симметричного источника напряжения $\dot{U}_A = U$, $\dot{U}_B = a^2 \cdot U$, $\dot{U}_C = a \cdot U$. Фазное напряжение источника $U = 220V$, частота $f = 50\text{Гц}$. Сопротивления фаз нагрузки:

$$Z_a = 10e^{j60^\circ}; \quad Z_b = 5; \quad Z_c = 10e^{-j60^\circ}$$

Расчет 4-х проводной линии

Нейтральные точки источника и нагрузки O, O_1 (рис.15) соединены нейтральным проводом, сопротивление которого принято равным нулю $Z_N = 0$. Поэтому смещение нейтралей отсутствует и напряжение источника равно напряжению нагрузки

$$\dot{U}_N = Z_N \cdot I_0 = 0, \dot{U}_{AO} = \dot{U}_{AO1} = U$$

Ток нагрузки определяется по закону Ома

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A \cdot Y_A = 220 \cdot 0.1 \exp(-j\pi/3) = 11 - j11 \cdot \sqrt{3}$$

$$\dot{I}_B = \dot{U}_B \cdot Y_B = 220 \exp(-j2\pi/3) \cdot 0.2 = -22 - j\sqrt{3} \cdot 22$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}_C \cdot Y_C = 220 \exp(j2\pi/3) \cdot 0.1 \exp(j\pi/3) = -22$$

Ток нейтрального провода определяется по ЗКТ

$$I_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 33 \cdot (-1 - j\sqrt{3}) = 66 \exp(-j2 \cdot \pi/3)$$

Векторная диаграмма напряжений и токов показана на рис.16.

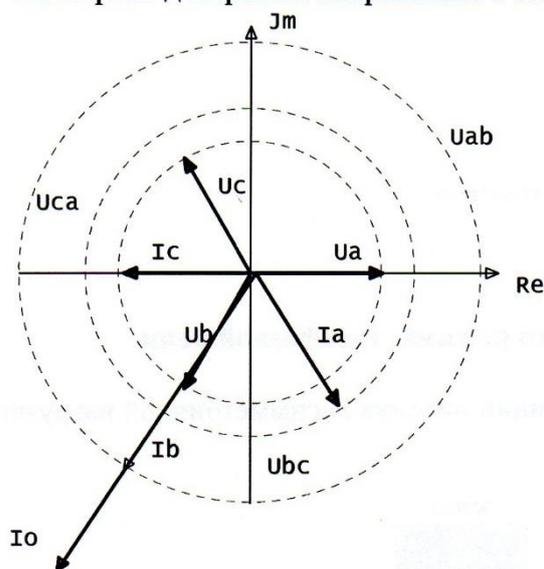


Рис. 16 Векторные диаграммы токов и напряжений в 4-х проводной линии.

Временные зависимости токов

$$i_A(t) = 22\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - \pi/3),$$

$$i_B(t) = 44\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3),$$

$$i_C(t) = 22\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - \pi)$$

$$i_0(t) = 66\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3)$$

Временные зависимости напряжений

$$u_A(t) = 220\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t), u_B(t) = 220\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3), u_C(t) = 220\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 2\pi/3)$$

Из векторных диаграмм (рис.16) и осциллограмм токов (рис.17) видно, что асимметрия токов выражается в неравенстве амплитуд токов и отличии фазового сдвига между токами смежных фаз от угла 120° .

$$\varphi_{IAB} = \psi_{IA} - \psi_{IB} = -60 - (-120) = 60^\circ$$

$$\varphi_{IBC} = \psi_{IB} - \psi_{IC} = -120 - (-180) = 60^\circ$$

$$\varphi_{ICA} = \psi_{IC} - \psi_{IA} = -180 - (-60) = -120 = 120^\circ$$

а)

б)

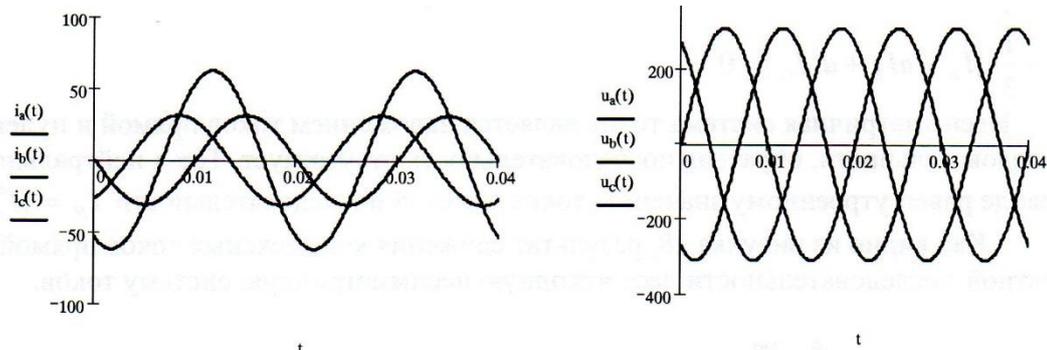


Рис.17. Осциллограммы несимметричной системы токов - а) и симметричной системы напряжений - б)

Мощность трехфазной цепи

$$\begin{aligned} \dot{S}_A &= U_A \cdot \dot{I}_A^* = 220 \cdot 11 \cdot (1 + j\sqrt{3}) = 2420 + j\sqrt{3} \cdot 2420 \\ \dot{S}_B &= \dot{U}_B \cdot \dot{I}_B^* = 220(-0.5 - j0.5 \cdot \sqrt{3}) \cdot 22 \cdot (-1 + j\sqrt{3}) = 9680 \\ \dot{S}_C &= \dot{U}_C \cdot \dot{I}_C^* = 220 \cdot (-0.5 + j0.5 \cdot \sqrt{3}) \cdot (-22) = 2420 - j\sqrt{3} \cdot 2420 \end{aligned}$$

Реактивные мощности фаз А, С равны по модулю и противоположны по знаку. Поэтому комплексная мощность 3-х фазной цепи является активной и реактивной составляющей не содержит

$$\dot{S} = \dot{S}_A + \dot{S}_B + \dot{S}_C = 14520.$$

Симметричные составляющие токов цепи

Несимметричную систему токов $\underline{\dot{I}} = [\dot{I}_A \quad \dot{I}_B \quad \dot{I}_C]^T$ можно представить в виде наложения симметричных составляющих прямой $\underline{\dot{I}}^+ = [\dot{I}_A^+ \quad \dot{I}_B^+ \quad \dot{I}_C^+]^T$, обратной $\underline{\dot{I}}^- = [\dot{I}_A^- \quad \dot{I}_B^- \quad \dot{I}_C^-]^T$ и нулевой последовательностей $\underline{\dot{I}}^0 = [\dot{I}_A^0 \quad \dot{I}_B^0 \quad \dot{I}_C^0]^T$. Составляющие этих последовательностей записываются с помощью фазового множителя $a = \exp(j2\pi/3)$ следующим образом

$$\underline{\dot{I}}^+ = [\dot{I}_A^+ \quad a^2 \cdot \dot{I}_A^+ \quad a \cdot \dot{I}_A^+]^T, \quad \underline{\dot{I}}^- = [\dot{I}_A^- \quad a \cdot \dot{I}_A^- \quad a^2 \cdot \dot{I}_A^-]^T, \quad \underline{\dot{I}}^0 = [\dot{I}_A^0 \quad \dot{I}_A^0 \quad \dot{I}_A^0]^T$$

Представим систему несимметричных токов $\underline{\dot{I}}$ как сумму симметричных составляющих

$$\underline{\dot{I}} = \underline{\dot{I}}^+ + \underline{\dot{I}}^- + \underline{\dot{I}}^0$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_A^+ + \dot{I}_A^- + \dot{I}_A^0 \\ a^2 \cdot \dot{I}_A^+ + a \cdot \dot{I}_A^- + \dot{I}_A^0 \\ a \cdot \dot{I}_A^+ + a^2 \cdot \dot{I}_A^- + \dot{I}_A^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_A^+ \\ \dot{I}_A^- \\ \dot{I}_A^0 \end{bmatrix}$$

Решение системы относительно симметричных составляющих дает

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A^+ \\ \dot{I}_A^- \\ \dot{I}_A^0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix}$$

Используя полученные формулы, находим симметричные составляющие токов 4-х проводной линии

$$i_A^0 = \frac{1}{3} \cdot (i_A + i_B + i_C) = -11 \cdot (1 + j\sqrt{3}) \quad i_A^+ = \frac{1}{3} \cdot (i_A + a \cdot i_B + a^2 \cdot i_C) = 22$$

$$i_A^- = \frac{1}{3} \cdot (i_A + a^2 i_B + a i_C) = 0$$

Несимметричная система токов является наложением токов прямой и нулевой последовательности, обратная последовательность отсутствует. Ток в нейтральном проводе равен утроенному значению токов нулевой последовательности $i_N = 3i_A^0$.

Как видно из рисунка 18, результат сложения комплексных токов прямой и обратной последовательности дает исходную несимметричную систему токов.

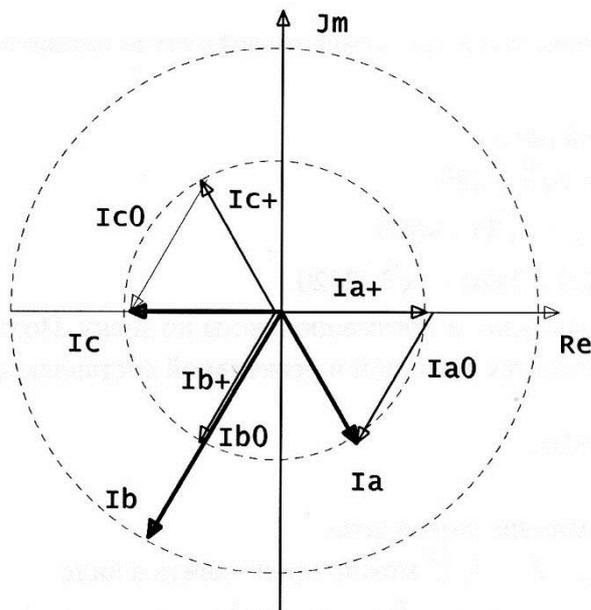


Рис. 18. Векторная диаграмма несимметричных токов и их симметричных составляющих прямой и нулевой последовательности.

Проверка результатов расчета на рабочем столе Electronics Workbench.

Определим параметры элементов, образующих нагрузку. Сопротивление $Z_A = 10 \exp(j\pi/3) = 5 + j5\sqrt{3}$ имеет индуктивный характер. Активное сопротивление равно $R = 5$. По индуктивному сопротивлению $X_L = 5\sqrt{3}$ находим индуктивность: $L_A = X_L / \omega = 8.67 / 314 = 27.56$ мГн.

Сопротивление $Z_B = R_B$ является чисто активным.

Сопротивление $Z_C = 10 \exp(-j\pi/3) = 5 - j5\sqrt{3}$ имеет емкостный характер. Активное сопротивление равно $R_C = 5$. По емкостному сопротивлению $X_C = 5\sqrt{3}$ находим емкость С-элемента: $C = 1 / X_C \cdot \omega = 1 / 8.67 \cdot 314 = 367.3$ мкФ.

Модель цепи с измерительными приборами, собранная на рабочем столе *Electronics Workbench*, показана на рис.19.

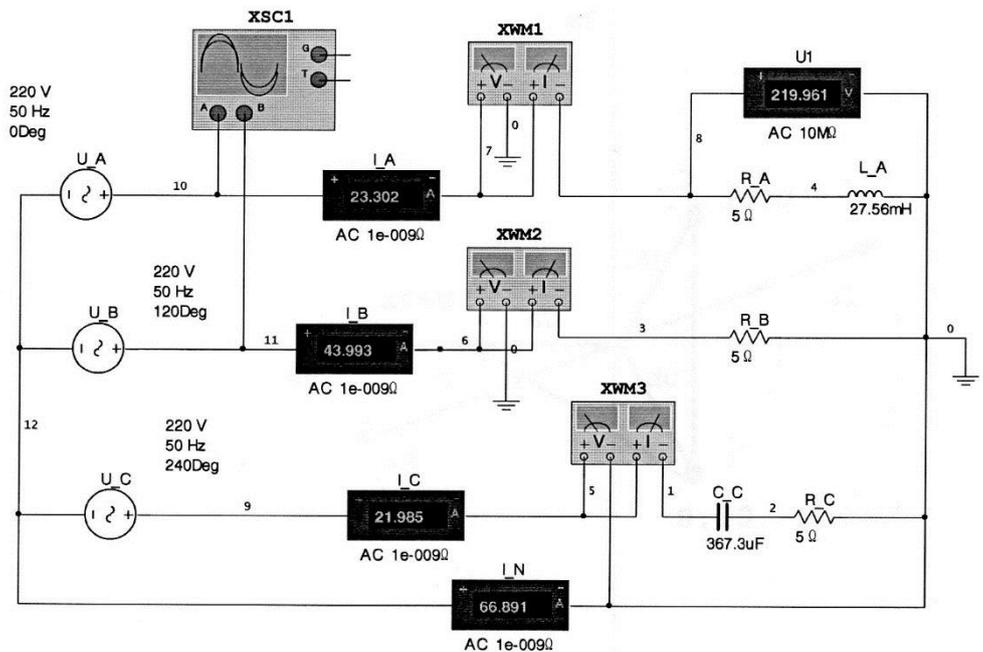


Рис.19 . Схема проверки результатов расчета.

Из показаний приборов следует, что результаты расчета совпадают с результатами измерений

3-х проводная схема питания приемника.

Напряжения и токи

Несимметричная нагрузка в отсутствии нейтрального провода вызывает смещение нейтралей

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{U}_A \cdot Y_A + \dot{U}_B \cdot Y_B + \dot{U}_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = 220 \cdot \frac{\exp(-j\pi/3) + 2 \cdot \exp(-j2\pi/3) + \exp(j \cdot (\pi/3 + 2\pi/3))}{\exp(-j\pi/3) + 2 + \exp(j\pi/3)} =$$

$$= 220 \exp(-j2\pi/3) = \dot{U}_B$$

Определяем фазные напряжения нагрузки

$$\dot{U}_{AO1} = \dot{U}_A - \dot{U}_N = \dot{U}_{AB} = 220\sqrt{3} \exp(j\pi/6) \quad \dot{U}_{BO1} = \dot{U}_B - \dot{U}_N = 0$$

$$\dot{U}_{CO1} = \dot{U}_C - \dot{U}_N = \dot{U}_{CB} = -\dot{U}_{BC} = 220\sqrt{3} \exp(j\pi/2) = j220\sqrt{3}$$

Токи находятся по закону Ома

$$\dot{I}_A = \dot{U}_{AO1} \cdot Y_A = 220\sqrt{3} \exp(j\pi/6) \cdot 0.1 \exp(-j\pi/3) = 22\sqrt{3} \exp(-j\pi/6) = 33 - j11\sqrt{3}$$

$$\dot{I}_B = \dot{U}_{BO1} \cdot Y_B = 0$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}_{CO1} \cdot Y_C = j220\sqrt{3} \cdot 0.1 \exp(j\pi/3) = 22\sqrt{3} \exp(j5\pi/6) = -33 + j11\sqrt{3}$$

Закон Кирхгофа для токов выполняется

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 33 - j11\sqrt{3} + 0 - 33 + j11\sqrt{3} = 0$$

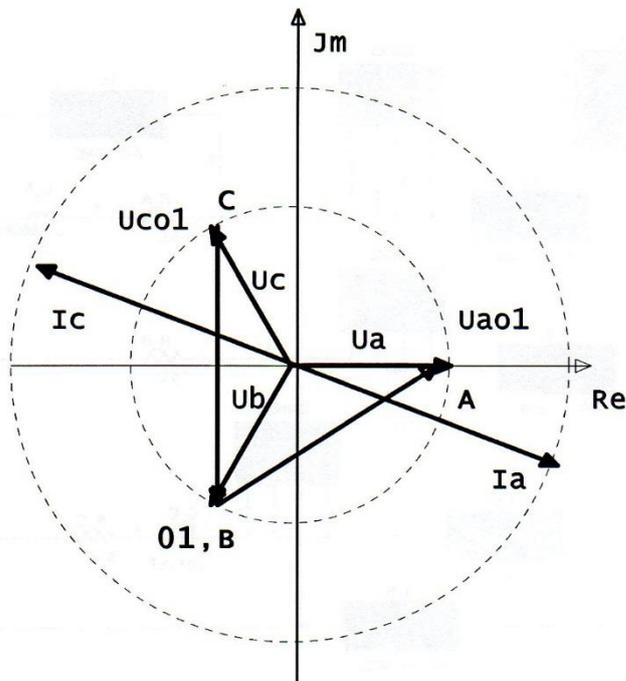


Рис.20. Векторные диаграммы токов и напряжений в 3-х проводной линии при несимметричной нагрузке

Мощность трехфазной цепи

Находим мощность фаз

$$\dot{S}_A = \dot{U}_{AO1} \cdot \dot{I}_A^* = 220 \cdot \sqrt{3} \exp(j\pi/6) 22\sqrt{3} \exp(j\pi/6) = 4840\sqrt{3} \cdot \exp(j\pi/3) = 7260 \cdot (1 + j\sqrt{3})$$

$$\dot{S}_B = \dot{U}_{BO1} \cdot \dot{I}_B^* = 0$$

$$\dot{S}_C = \dot{U}_{CO1} \cdot \dot{I}_C^* = j220\sqrt{3} \cdot 22\sqrt{3} \exp(-j5\pi/6) = 4840\sqrt{3} \exp(-j\pi/3) = 7260(1 - j\sqrt{3})$$

Реактивные мощности фаз A, C равны по модулю и противоположны по знаку. Поэтому комплексная мощность 3-х фазной цепи не содержит реактивной составляющей

$$\dot{S} = \dot{S}_A + \dot{S}_B + \dot{S}_C = 14520.$$

Проверка результатов расчета на рабочем столе Electronics Workbench

Схема цепи показана на рис. 21. Для измерения мощности используются три однофазных ваттметра с искусственной нейтральной точкой 0_2 , потенциал которой равен потенциалу нейтральной точки источника 0 и не равен потенциалу нейтральной точки приемника 0_1 . Запишем комплексную мощность

$$\dot{S} = (\dot{U}_A - \dot{U}_N) \cdot \dot{I}_A^* + (\dot{U}_B - \dot{U}_N) \cdot \dot{I}_B^* + (\dot{U}_C - \dot{U}_N) \cdot \dot{I}_C^* = \dot{U}_A \cdot \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \cdot \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \cdot \dot{I}_C^* - \dot{U}_N \cdot (\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C)^*$$

С учетом ЗКТ $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$, последнее выражение принимает вид

$$\dot{S} = \dot{U}_A \cdot \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \cdot \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \cdot \dot{I}_C^*$$

Тогда активную мощность 3-х фазной нагрузки можно определить как сумму показаний ваттметров

$$P = \text{Re}(\dot{S}) = P_{WA} + P_{WB} + P_{WC}$$

Отметим, что в случае неравномерной нагрузки физический смысл имеет только сумма показаний однофазных приборов.

Приведенные результаты измерений совпадают с результатами расчета.

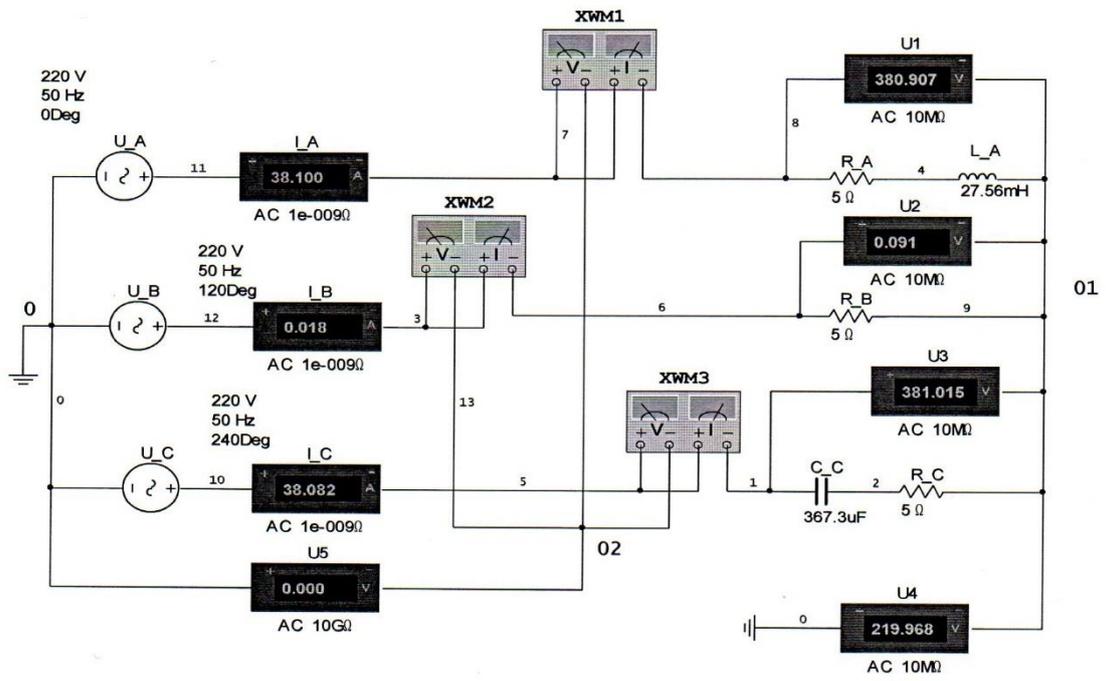


Рис. 8. Трех проводная схема питания Y - нагрузки

« РАСЧЕТ СИММЕТРИЧНЫХ РЕЖИМОВ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ »

Цель работы: приобретение навыков расчета симметричных трехфазных цепей, знание соотношений между напряжениями, токами в соединениях по схемам « звезда » и « треугольник », знание схем включения однофазных ваттметров для измерения активной и реактивной мощности, коэффициента мощности, умение определять параметры нагрузки по результатам измерения параметров режима трехфазной цепи.

Исходные данные и задачи расчета.

Задана симметричная система напряжений источников, включенных по схемам « звезда » и « треугольник »:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= U, \quad \dot{U}_b = a^2 U, \quad \dot{U}_c = a U \\ \dot{U}_{ab}, \quad \dot{U}_{bc} &= \dot{U}_{ab} \cdot a \quad \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{ab} \cdot a^2 \end{aligned}$$

Исходными данными являются:

- схема включения источника и нагрузки
- параметры режима нагрузки, например мощность трехфазной нагрузки, линейный ток или фазный ток, угол сдвига фаз
- схема включения однофазных ваттметров в соответствии с рисунками 1 и 2.

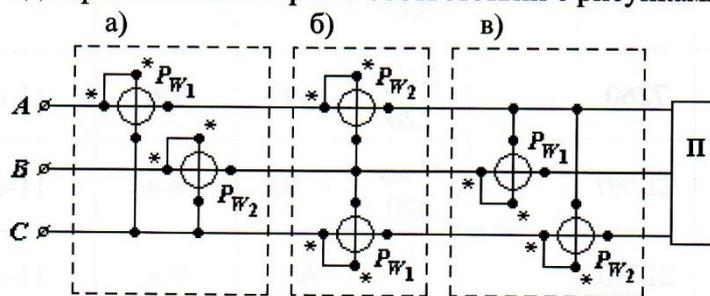


Рис. 1 Схема включения однофазных ваттметров для измерения мощности трехфазной цепи.

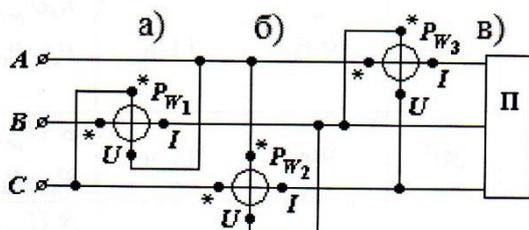


Рис. 11 Схемы включения однофазных ваттметров для измерения реактивной мощности

Требуется определить:

- параметры режима и параметры нагрузки
- показания ваттметров P_{w1}, P_{w2} и P_{w3}
- активную и реактивную мощность по показаниям ваттметров

Включить амперметры и вольтметры для измерения фазных и линейных токов и напряжений и определить их показания. Записать трехфазную систему токов и напряжений, построить векторные диаграммы. На диаграммах выделить напряжения и токи на входе ваттметров.

Исходные данные для расчета приведены в таблице 1

Таблица 1.

№	Схема цепи источник/потребитель	P (Вт)	I (А)	U (В)	φ	Схемы включения ваттметров		Искомые величины
						P_{W1}, P_{W2}	P_{W3}	
1	Δ/Δ	10890	I_L 19	-	30°	9-а	11-в	$R, X, U_l, I_{ph}, S_{ph}$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
2	Y/Δ	21780	I_L 38	-	-30°	9-в	11-а	$Z, U_{ph}, U_l, I_{ph}, S_{ph}$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
3	Y/Y	18810	-	U_L 660	30°	9-б	11-б	$S, X, Z, U_{ph}, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
4	Δ/Y	12540	$I_{\Phi И}$ 12.7	-	60°	9-б	11-а	$Q_{ph}, U_l, U_{ph}, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
5	Y/Y	7260	-	$U_{\Phi И}$ 220	-60°	9-в	11-в	$R, S, U_l, X, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
6	Δ/Δ	10890	I_L 19	-	60°	9-в	11-а	$R, Z, U_l, Q_{ph}, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
7	Y/Δ	10890	-	U_L 380	60°	9-а	11-б	$R, I_{ph}, U_{ph}, Q_{ph}, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
8	Y/Y	7260	-	$U_{\Phi П}$ 220	60°	9-б	11-в	$R, S, U_l, \cos \varphi, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
9	Δ/Y	21780	-	$U_{\Phi П}$ 220	-30°	9-а	11-а	$R, S_{ph}, U_l, I_{ph}, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
10	Y/Y	21780	-	U_L 660	60°	9-в	11-а	$R, X, Z, U_{ph}, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
11	Δ/Δ	21780	I_L 22	-	30°	9-а	11-б	$R, X, Q_{ph}, U_l, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
12	Y/Δ	6270	$I_{\Phi П}$ 11	-	30°	9-б	11-в	$R, U_{ph}, Q_{ph}, U_l, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
13	Y/Y	12540	-	U_L 380	30°	9-а	11-в	$R, U_{ph}, Q_{ph}, X, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
14	Δ/Y	21780	$I_{\Phi И}$ 22	-	60°	9-в	11-а	$R, U_{ph}, Q_{ph}, U_l, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
15	Y/Y	4191	I_L 12.7	-	30°	9-б	11-б	$S, U_{ph}, R, U_l, X,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
16	Δ/Δ	21780	I_L 66	-	-30°	9-а	11-б	$P_{ph}, I_{ph}, R, U_l, Z,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
17	Y/Δ	21780	I_L 66	-	60°	9-б	11-в	$U_{ph}, R, X, U_l, I_{ph}$ $Q_{ph}, P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}$

18	Y/Y	3630	I_L 11	-	-60°	9-B	11-B	$S_{ph}, R, Z, U_l, U_{ph},$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
19	Δ/Y	21780	I_L 22	-	30°	9-6	11-a	$S_{ph}, R, I_{ph}, U_l, U_{ph},$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
20	Y/Y	10890	-	$U_{\Phi\Pi}$ 380	60°	9-a	11-6	$Q_{ph}, R, Z, U_l, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
21	Δ/Δ	12540	-	U_L 380	60°	9-6	11-B	$Q_{ph}, R, Z, I_{ph}, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
22	Y/ Δ	37620	-	$U_{\Phi\Pi}$ 220	30°	9-B	11-6	$S_{ph}, X, U_l, I_{ph}, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
23	Y/Y	10890	-	$U_{\Phi\Pi}$ 380	60°	9-a	11-B	$S, X, U_l, R, I_l,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}
24	Y/Y	12540	I_L 22	U_L 380	<0	9-6	11-a	$S_{ph}, Z, U_{ph}, R, \varphi,$ P_{W1}, P_{W2}, P_{W3}

РАСЧЕТ НЕСИММЕТРИЧНОГО РЕЖИМА ТРЕХФАЗНОЙ НАГРУЗКИ.

Цель работы: приобретение навыков расчета несимметричных трехфазных цепей, включенных по четырехпроводной и трехпроводной схеме, умение пользоваться методом симметричных составляющих, приобретение навыков построения векторных диаграмм.

Задание.

1. Найти токи и напряжения приемника (рис.1) при питании по 3-х и 4-х проводной линии.

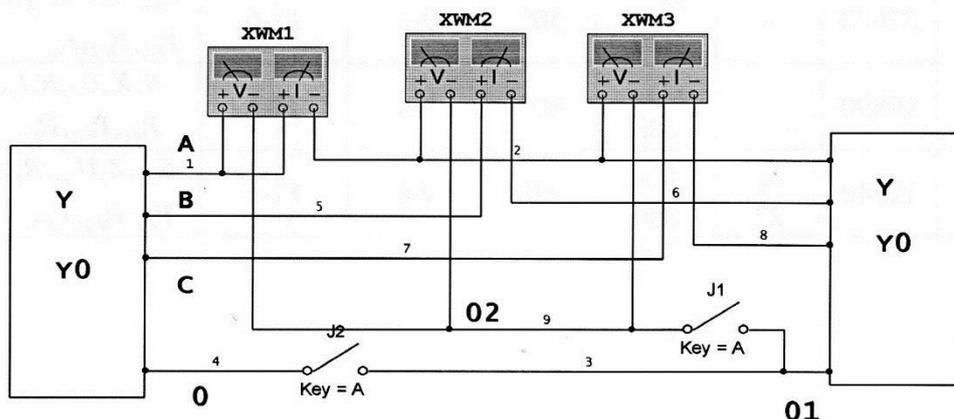


Рис.1 Схема измерения мощности в 4-х проводной линии (ключи замкнуты) и 3-х проводной линии (ключи разомкнуты). Узел 02 – искусственная нейтральная точка.

2. Найти мощность нагрузки. Определить показания однофазных ваттметров в соответствии с заданной схемой их включения (рис.1).
3. Определить симметричные составляющие тока нейтрального провода 4-х проводной линии
4. Построить векторные диаграммы.
5. Проверить результаты расчета на рабочем столе *Electronics Workbench*.

Параметры цепи заданы в таблице вариантов 1. Нагрузка питается от симметричного источника напряжения $\dot{U}_A = U$, $\dot{U}_B = a^2 \cdot U$, $\dot{U}_C = a \cdot U$. Частота напряжения сети $f = 50 \text{ Гц}$

Таблица 1.

№	U	Z_A	Z_B	Z_C
1	220	$j10\sqrt{3}$	10	$-j10\sqrt{3}$
2	380	10	$j10\sqrt{3}$	$-j10\sqrt{3}$
3	220	$10 \exp(j\pi/6)$	$j10$	$10 \exp(-j\pi/6)$
4	380	$10/\sqrt{3} \cdot \exp(-j\pi/3)$	$-j10$	$10 \exp(-j\pi/6)$
5	220	$10 \exp(-j\pi/3)$	$10 \exp(j\pi/3)$	$10/\sqrt{3}$
6	380	$-j20$	$20/\sqrt{3}$	$j20$
7	220	10	$10/\sqrt{3} \cdot \exp(-j\pi/6)$	$10 \exp(-j\pi/3)$
8	220	10	$10 \exp(-j\pi/3)$	$10 \exp(j\pi/3)$
9	380	$-j20$	$j20$	$20/\sqrt{3}$
10	127	$10/\sqrt{3} \cdot \exp(j\pi/6)$	$10 \exp(-j\pi/6)$	$j10$

11	220	$10\exp(-j\pi/3)$	10	$10\exp(j\pi/3)$
12	220	$j10$	$-j10$	$10/\sqrt{3}$
13	380	$10/\sqrt{3} \cdot \exp(-j\pi/6)$	$10\exp(-j\pi/3)$	10
14	220	$j10$	$10/\sqrt{3}$	$-j10$
15	380	$10\exp(-j\pi/6)$	$10\exp(j\pi/6)$	$-j10$
16	380	$10/\sqrt{3}$	$j10$	$-j10$
17	380	$10\exp(j\pi/3)$	5	$10\exp(-j\pi/3)$
18	380	$10/\sqrt{3}$	$10\exp(-j\pi/6)$	$10\exp(j\pi/6)$
19	220	$10/\sqrt{3}$	$-j10$	$j10$
20	220	10	$10\exp(j\pi/6)$	$20\exp(-j\pi/6)$
21	380	10	$-j10\sqrt{3}$	$j10\sqrt{3}$
22	380	$j10\sqrt{3}$	$-j10\sqrt{3}$	10
23	380	$20\exp(-j\pi/6)$	10	$10\exp(j\pi/6)$
24	220	$10\exp(j\pi/3)$	5	$10\exp(-j\pi/3)$
25	220	$20\exp(-j\pi/6)$	$-j10$	$10\exp(j\pi/6)$