ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

Моделирование двумерного распределенного объекта.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Научиться составлять модели тепловых процессов в двумерной системе декартовых координат, в форме дифференциальных уравнений в частных производных. Приводить решение полученных уравнений к численному виду для расчетов с использованием электронно-вычислительных машин.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

Имеется объект, уравнение теплопроводности которого можно представить в виде:

$$\frac{\partial T(x,y,\tau)}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 T(x,y,\tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,\tau)}{\partial y^2} \right), \tag{2.1}$$

$$0 < x < L_x,\ 0 < y < L_y,\ \tau > 0,$$

где a – заданный коэффициент, $\partial\tau$ - шаг дискретизации по времени, ∂x, ∂y - шаги дискретизации по координатам x и y, соответственно.

Внешне данный объект можно представить в виде:

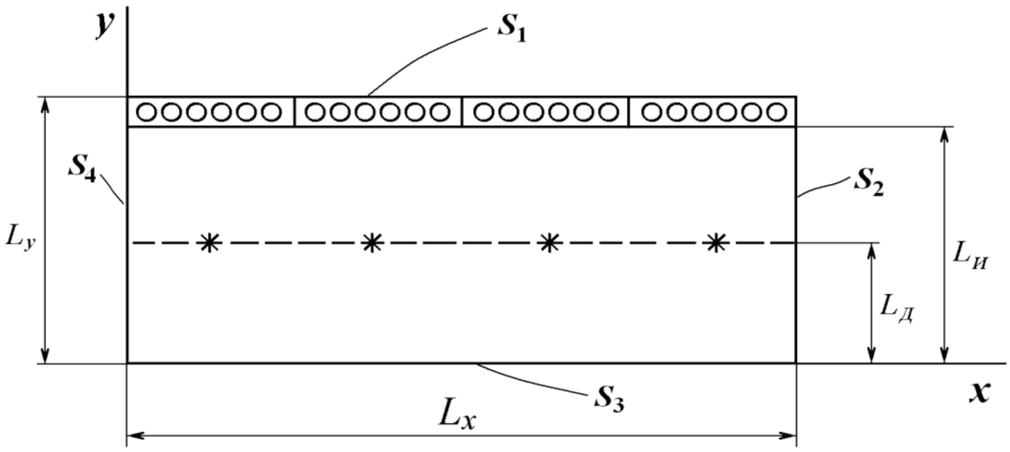

Рис. 2.1. Схематическое представление объекта.

Граничные условия, при которых следует решать уравнение (2.1), запишем в виде:

$$T(x, L_И, \tau) = U(x,\tau),\ (0 \le x \le L_x),\ \tau > 0 \qquad S_1$$

$$T(0,y,\tau)=0,\ \left(0\le y\le L_y\right),\ \tau>0 \qquad S_4$$

(2.2)

$$\frac{\partial T(x,0,\tau)}{\partial y}=0,\ \left(0\le x\le L_x\right),\ \tau>0 \qquad S_3$$

$$T(L_x,y,\tau)=0,\ \left(0\le y\le L_y\right),\ \tau>0 \qquad S_2$$

где $U(x,\tau)$ - управляющее воздействие.

Функцией выхода будет температурное поле $T(x,L_Д,\tau)$.

Исходные данные:

Lx	Ly	∂x	∂y	$\partial \tau$	a	$U(\tau)$
0.9	0.1	0.1	0.02	0.01	0.0001	100

Решать данное уравнение будем методом конечных разностей, преобразуя, получим:

$$\frac{\cdot T_{i,j,k}-T_{i,j,k-1}}{\partial\tau}=a\cdot\left(\frac{T_{i-1,j,k-1}-2\cdot T_{i,j,k-1}+T_{i+1,j,k-1}}{\partial x^2}+\frac{T_{i,j-1,k-1}-2\cdot T_{i,j,k-1}+T_{i,j+1,k-1}}{\partial y^2}\right), \qquad (2.3)$$

Преобразуя, получим:

$$T_{i,j,k}=a\cdot\partial\tau\cdot\left(\frac{T_{i-1,j,k-1}-2\cdot T_{i,j,k-1}+T_{i+1,j,k-1}}{\partial x^2}+\frac{T_{i,j-1,k-1}-2\cdot T_{i,j,k-1}+T_{i,j+1,k-1}}{\partial y^2}\right)+T_{i,j,k-1},$$

(2.4)

$$1<i<NX=6,\ 1<j<NY=10,\ k>1.$$

Дискретизацию объекта по соответствующим координатам будем проводить согласно следующему рисунку:

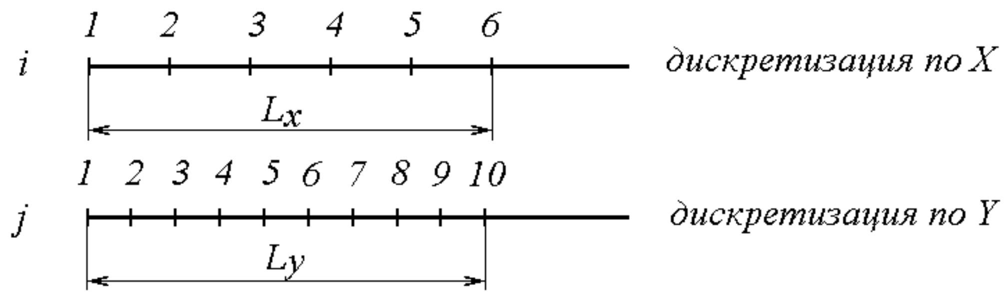

Рис. 2.2. Дискретизация по пространственным координатам.

В дискретном виде граничные условия примут вид:

$$T(i,1,k)=U(i,k),\ 1\le i\le 6,\ k>1 \qquad S_1$$

$$T(0,j,k)=0,\ 1\le j\le 10,\ k>1 \qquad S_4$$

(2.5)

$$T(i,10,k)=T(i,9,k),\ 1\le i\le 6,\ k>1 \qquad S_3$$

$$T(6,j,k)=0,\ 1\le j\le 10,\ k>1 \qquad S_2$$

При этом уравнения (2.4) можно решить численными методами согласно блок-схеме представленной на рис. 2.3.

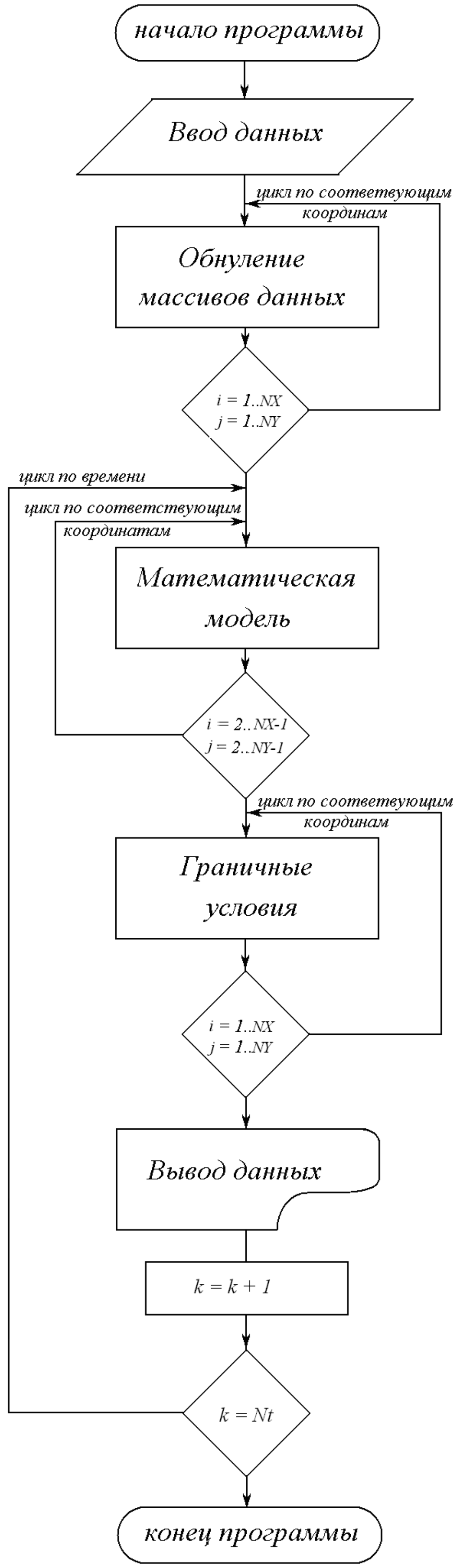

Рис. 2.3. Блок-схема решения дифференциальных уравнений методом конечных разностей.

В результате моделирования получится трехмерный массив (по x, по y и по τ) с данными.

При этом мы можем построить графики переходных процессов в любой выбранной точке (см. рис. 2.4).

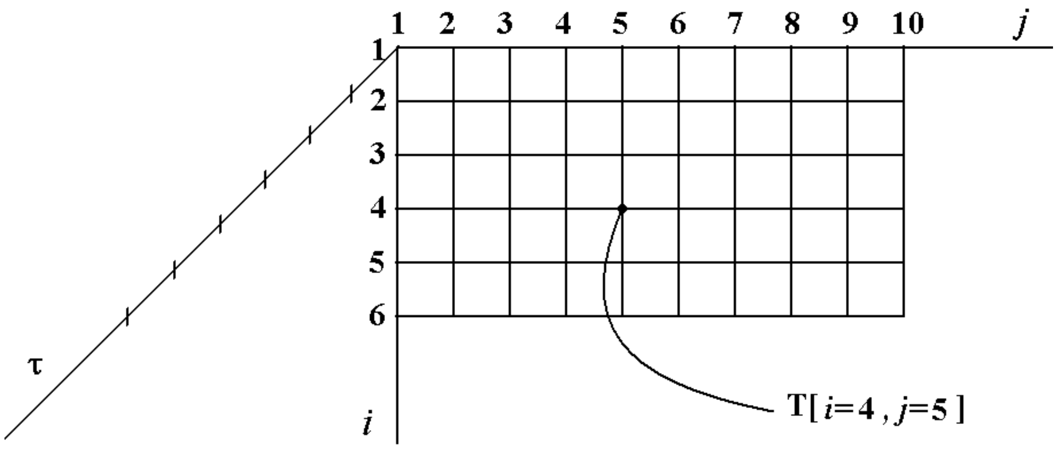

Рис. 2.4. Представление объекта методом сеток.

График переходного процесса в точке с координатами [i=4, j=5] имеет вид:

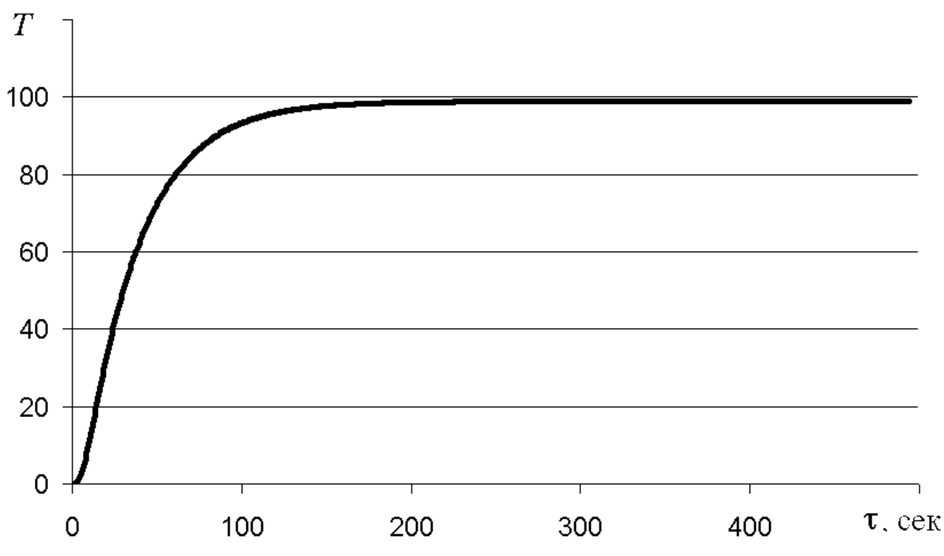

Рис. 2.5. График переходного процесса функции $T[i=4, j=5, \tau]$.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4

Исходные данные для расчета:

№-номер варианта задания равен номеру студента по списку группы. Соотношения для вычисление параметров моделируемого объекта, соответствующих варианту задания, показаны ниже.

Геометрические параметры пластины

L_X	L_Y	L_D
0,1*№	0,2*№	0.8* L_Y

(Геометрические параметры заданы в системе СИ)

Управляющим воздействием служит тепловой поток распределенный по поверхности S_1 (см. рис. 1.1), а функцией выхода – температурное поле $T(x,y^*,\tau)$. Граничные условия объекта управления заданы в табл.:

Граничные условия

Вариант	S_2	S_3	S_4
1	0	0	0
2	0	0	1
3	0	1	0
4	1	0	0
5	0	1	1
6	1	1	0
7	1	0	1
8	1	1	1
9	0	1	1
10	1	0	0
11	0	0	1
12	1	0	1
13	0	1	0
14	0	1	0
15	1	1	0

1- *означает, что соответствующая поверхность теплоизолирована;*
0- *означает, что соответствующая поверхность поддерживается при постоянной температуре, равно нулю.*

Начальные условия полагаются нулевыми.

ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА:

Отчет по лабораторной работе оформляется в программной оболочке MicrosoftWord или других редакторах и предоставляется преподавателю в отпечатанном виде на листах формата А4.

Отчет должен содержать:

1. схематическое изображение моделируемого объекта (системы);
2. математическую модель; дискретную модель объекта (системы);
3. листинг программы осуществляющей численное решение математической модели;
4. графики переходных процессов в точках указанных преподавателем.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Напишите математическую модель, указанную преподавателем, в дискретном виде;
2. С чем связан выбор шага интегрирования по времени?
3. Какие классы моделей Вы знаете? Кратко опишите каждый из них.
4. Дайте определение рабочей нагрузке;
5. Каким свойствам должна удовлетворять модель рабочей нагрузки?