

Тема: «Числовые последовательности и нахождение производных с использованием Excel».

Цель занятия: получить практические навыки при вычислении числовых последовательностей и нахождению производных в Excel.

Отрабатываемые вопросы:

1. Нахождение суммы первых членов числовой последовательности;
2. Вычисление пределов числовой последовательности;
3. Нахождение производной функции.

Организационно-методические указания

1. Нахождение суммы первых членов числовой последовательности.

Найти сумму тридцати первых членов числовой последовательности:

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{5}{35-n}$$

1.1. Создайте массив из натуральных чисел от 1 до 10 с помощью инструмента **Прогрессия**:

- введите в ячейку A3 первый элемент числовой последовательности;
- выделите данную ячейку, и выполните команды **Главная - Редактирование – Заполнить- Прогрессия** (рис.1).
- В диалоговом окне **Прогрессия** укажите расположение массива, тип, шаг и предельное значение вычисляемой последовательности.

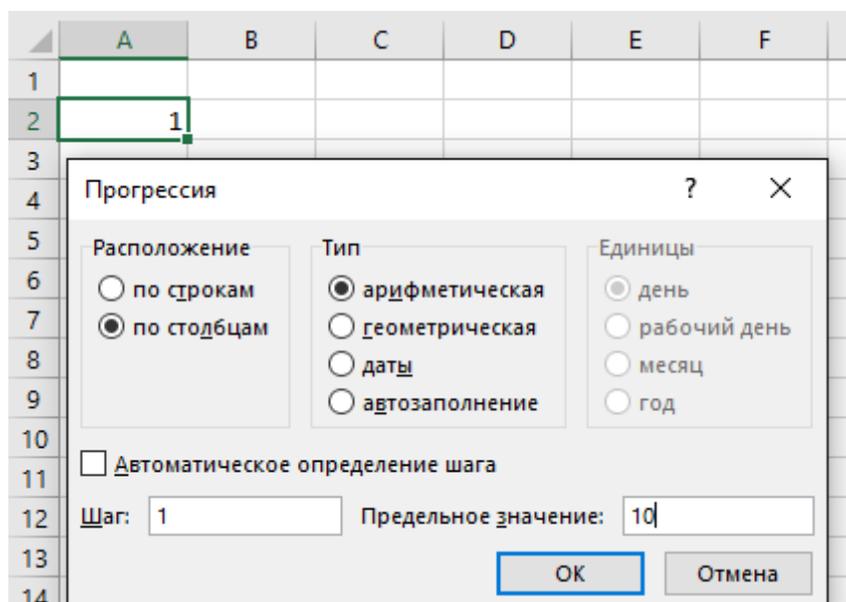


Рис.1. Заполнение окна **Прогрессия**

1.2. Далее справа от первого номера элемента запишите формулу общего члена данной числовой последовательности.

1.3. Затем скопируйте формулу для всех элементов созданного массива.

1.4. Последним шагом является нахождение суммы столбца с полученными числовыми значениями в результате вычисления формулы (рис.2).

	A	B	C	D	E	F
	Номер элемента	значение элемента				
1						
2	1	0,147058824				
3	2	0,151515152				
4	3	0,15625				
5	4	0,161290323				
6	5	0,166666667				
7	6	0,172413793				
8	7	0,178571429				
9	8	0,185185185				
10	9	0,192307692				
11	10	0,2				
12		1,711259063				
13						

Рис.2. Результат решения задачи

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Вычислить сумму первых девяти членов числовой последовательности:

$$n*(n-3)*(n-2)$$

2. Определить, какова сумма первых двадцати членов числовой последовательности:

$$\sqrt[4]{n}$$

3. Найти сумму членов числовой последовательности:

$$\sum_{n=10}^{15} \frac{n}{\sqrt{n}}$$

4. Вычислить сумму первых пятнадцати членов числовой последовательности:

$$\frac{n^3 - n^2 + 1}{n^4}$$

2. Вычисление пределов числовой последовательности.

Найти предел числовой последовательности, $\lim_{m \rightarrow \infty} 5 - \frac{1}{m}$, при m стремящимся к бесконечности.

2.1. Введем в ячейку B2 расположено значение m , которое стремится к бесконечности.

2.2. В ячейке C2 вводим формулу $=1/B2$.

3.3. Далее в ячейке B2 запишем достаточно большое число, примерно $=1*10^{100}$.

В результате получаем, что, когда n стремится к бесконечности, дробь $5 - \frac{1}{m}$ равна 0 (рис.3).

	A	B	C
1		$n \rightarrow \infty$	$\lim_{m \rightarrow \infty} 5 - \frac{1}{m}$
2		1E+100	5

Рис.3. Результат решения задачи

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Вычислить предел числовой последовательности:

$$\left(5 - \frac{1}{n}\right)^2$$

2. Найти предел следующей дроби:

$$\frac{\sqrt{n-3}-15}{\sqrt{n}}$$

3. Определить предел числовой последовательности:

$$\frac{n^2+2}{n^3-7}$$

3. Нахождение производной функции. Найти производную функции $Y = 4x^2 - 4x + 6$ в точке $x=2$. Производная данной функции в точке $x=2$, вычисленная аналитическим методом, равна “12”. Это значение понадобится для проверки результата, полученного путем вычисления численным методом в электронной таблице.

Из математического анализа известно - выражение для вычисления производной функции одной переменной в точке x , имеет вид:

$$F'(x) = \frac{\Delta F}{\Delta x} = \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

где Δx – очень малая конечная величина. То есть вместо выражения Δx можно взять достаточно маленькое число, например, 0,00001.

Пример. Решим задачу двумя способами.

Способ 1

3.1.1. Вводим в ячейку B1 рабочего листа заданное значение аргумента, равное 2, в другой ячейке - B2 укажем достаточно малое приращение аргумента – например 0,00001, в ячейке B3 вычисляем сумму $B3=B1+B2$.

3.1.2. В ячейку D2 вводим формулу для вычисления производной:

$$= ((4*B3^2 - 4*B3 + 6) - (4*B1^2 - 4*B1 + 6)) / B2.$$

3.1.3. После нажатия клавиши Enter получаем результат вычисления 12,00004 (рис.4).

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	2		Производная			
2	Δx	0,0001		12,0004			
3	x+Δx	2,0001					

Рис.4. Результат решения задачи

Способ 2

3.2.1. Зададим окрестность точки $x=2$ достаточно малого размера, например, значение слева = 1,99999, а значение справа = 2,00001 и введем эти значения в ячейку A2 и A3 соответственно.

3.2.2. Вводим в ячейку рабочего листа формулу правой части заданной функциональной зависимости, например, в ячейку B2, как показано на рис.5, делая ссылку на ячейку A2, где находится значение x : $= 4*A2^2 - 4*A2 + 6$.

3.2.3. Копируем эту формулу в ячейку B3.

3.2.4. В ячейку C2 вводим формулу вычисления производной (рис.5): $= (B3 - B2) / (A3 - A2)$.

В результате вычисления в ячейке C2 будет выведено приближенное значение производной заданной функции в точке $x=2$, величина которой равна 12, что соответствует результату, полученному аналитически.

	A	B	C	D	E
1	X	Y	Производная		
2	2	14	12		
3	2	14			
4					

Рис.5. Результат решения задачи

Задания для самостоятельного выполнения

1. Найти производную функции $F(x) = 3\cos^3 x$ в точке $x = \frac{\pi}{2}$.
2. Вычислить производную функции $F(x) = \ln^3(x) + 3x^2 - \log_2 x$ в точке 8.