

## Контрольная работа

### Логические функции и схемы

**Цель работы:** проверка навыков анализа и построения логических схем, знаний основных законов алгебры логики и умения минимизировать логические функции.

**Варианты заданий** приведены в конце документа.

**Содержание работы:** работа состоит из трех частей

1. По указанной в задании логической схеме сформировать выражение, отражающее реализующую схемой логическую функцию.
2. Используя основные законы алгебры логики минимизировать полученную логическую функцию (конечная цель – уменьшить количество логических элементов в схеме без изменения ее функционала).
3. По минимизированной лог. функции построить логическую схему

*Прим.* Чертеж схемы для третьей части работы можно выполнить от руки, либо воспользоваться любым подходящим программным обеспечением, напр.:

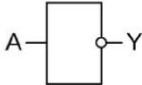
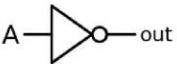
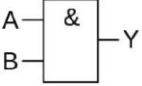
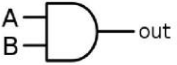
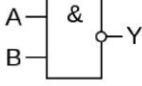


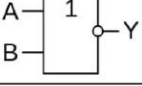
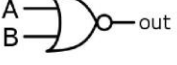
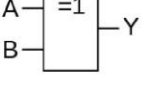

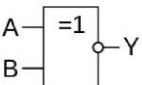
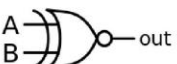
- Multisim
- <https://www.circuitlab.com/editor/> (см. группу Digital Gates в левой панели)
- <https://logic.ly/demo> (кол-во входов лог. элемента меняется в правом нижнем углу экрана: Input Count)
- др.

Чертеж должен соответствовать ГОСТ 2.743-91 либо ANSI 91-1984

### Краткий справочник логических элементов

В таблице 1 приведены сведения по основным логическим элементам и реализуемым ими функциям. В таблице приведены двухвходовые варианты элементов (за исключением инвертора, всегда имеющего один вход). Однако при выполнении работы рекомендуется по возможности использовать также трехвходовые элементы.

Таблица 1

Функциональное обозначение рус./англ.	Наименование реализуемой функции	УГО ГОСТ 2.743-91	УГО ANSI 91-1984	Лог. функция
НЕ/NOT	Отрицание, инверсия			$Y = \bar{A}$
И/AND	Логическое умножение, конъюнкция			$Y = A \cdot B$
И-НЕ/NAND	Штрих Шеффера, инверсия конъюнкции			$Y = \overline{A \cdot B}$
ИЛИ/OR	Логическое сложение, дизъюнкция			$Y = A + B$
ИЛИ-НЕ/NOR	Стрелка Пирса, отрицание дизъюнкции			$Y = \overline{A + B}$
Исключающее ИЛИ/XOR	Сложение по модулю 2, логическая неравнозначность			$Y = A \oplus B$
Исключающее ИЛИ-НЕ/XNOR	Логическая равнозначность			$Y = \overline{A \oplus B}$

### Основные законы алгебры логики

- 1) Закон идемпотентности (повторения)

$$x \cdot x = x$$

$$x + x = x$$

- 2) Закон нулевого множества

$$0 \cdot x = 0$$

$$0 + x = x$$

- 3) Закон универсального множества

$$1 \cdot x = x$$

$$1 + x = 1$$

- 4) Закон исключенного третьего

$$x + \bar{x} = 1$$

- 5) Логическое противоречие

$$x \cdot \bar{x} = 0$$

- 6) Закон двойной инверсии

$$\overline{\overline{x}} = x$$

- 7) Законы поглощения

$$x + x \cdot y = x$$

$$x + \bar{x} \cdot y = x + y$$

- 8) Законы де Моргана

$$\overline{x \cdot y} = \bar{x} + \bar{y}$$

$$\overline{x \cdot y \cdot z} = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$$

$$\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$\overline{x + y + z} = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}$$

Обратите внимание:  $\overline{x \cdot y} \neq \bar{x} \cdot \bar{y}$

- 9) Распределительный (дистрибутивный) закон

Указывает на допустимость вынесения общего множителя за скобки, а также допустимость раскрытия скобок, напр.:

$$x \cdot y + x \cdot z = x \cdot (y + z)$$

$$(x + y) \cdot (x + z) = x \cdot x + y \cdot x + x \cdot z + y \cdot z = x + x \cdot (y + z) + y \cdot z = x + y \cdot z$$

### Пример решения

Дана логическая схема, показанная на рисунке 1.

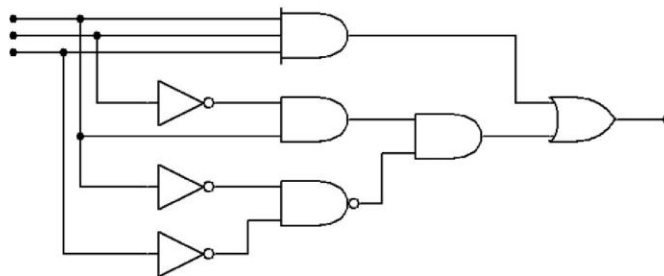


Рисунок 1

1. По указанной в задании логической схеме сформировать выражение, отражающее реализующую схемой логическую функцию  
Обозначим входы схемы символами A, B и C, и, продвигаясь по схеме слева направо, получим логические выражения, соответствующие выходам каждого присутствующего в схеме логического элемента (рисунок 2).

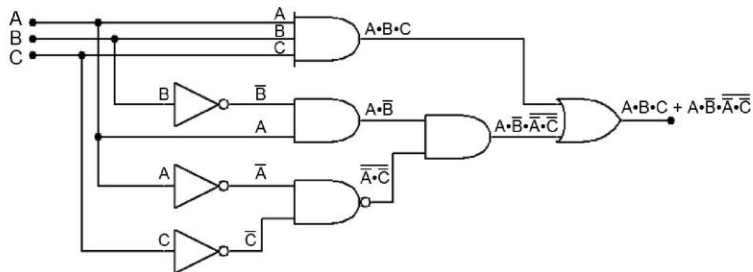


Рисунок 2

Таким образом, получаем соответствующую полной схеме логическую функцию:

$$Y = A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{\overline{A}} \cdot \overline{\overline{C}}$$

2. Используя основные законы алгебры логики минимизировать полученную логическую функцию  
Процесс минимизации показан в таблице 2.

Таблица 2

$Y = A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{A \cdot C}$	исходное выражение
$Y = A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot (\overline{A + C})$	применили закон де Моргана
$Y = A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot (A + C)$	применили закон двойной инверсии
$Y = A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot A + A \cdot \overline{B} \cdot C$	раскрыли скобки
$Y = A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} + A \cdot \overline{B} \cdot C$	применили закон идемпотентности
$Y = A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B}$	закон поглощения вида $x + x \cdot y = x$ : $(A \cdot \overline{B}) + (A \cdot \overline{B}) \cdot C = A \cdot \overline{B}$
$Y = A \cdot (B \cdot C + \overline{B})$	вынесли общий множитель за скобки
$Y = A \cdot (C + \overline{B})$	закон поглощения вида $x + \overline{x} \cdot y = x + y$ : в качестве $x$ выступает $\overline{B}$ ; дальнейшая минимизация не представляется возможной

3. По минимизированной лог. функции построить логическую схему

Построим логическую схему, соответствующую выражению  $Y = A \cdot (C + \overline{B})$  ,  
рисунок 3.

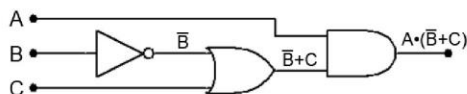
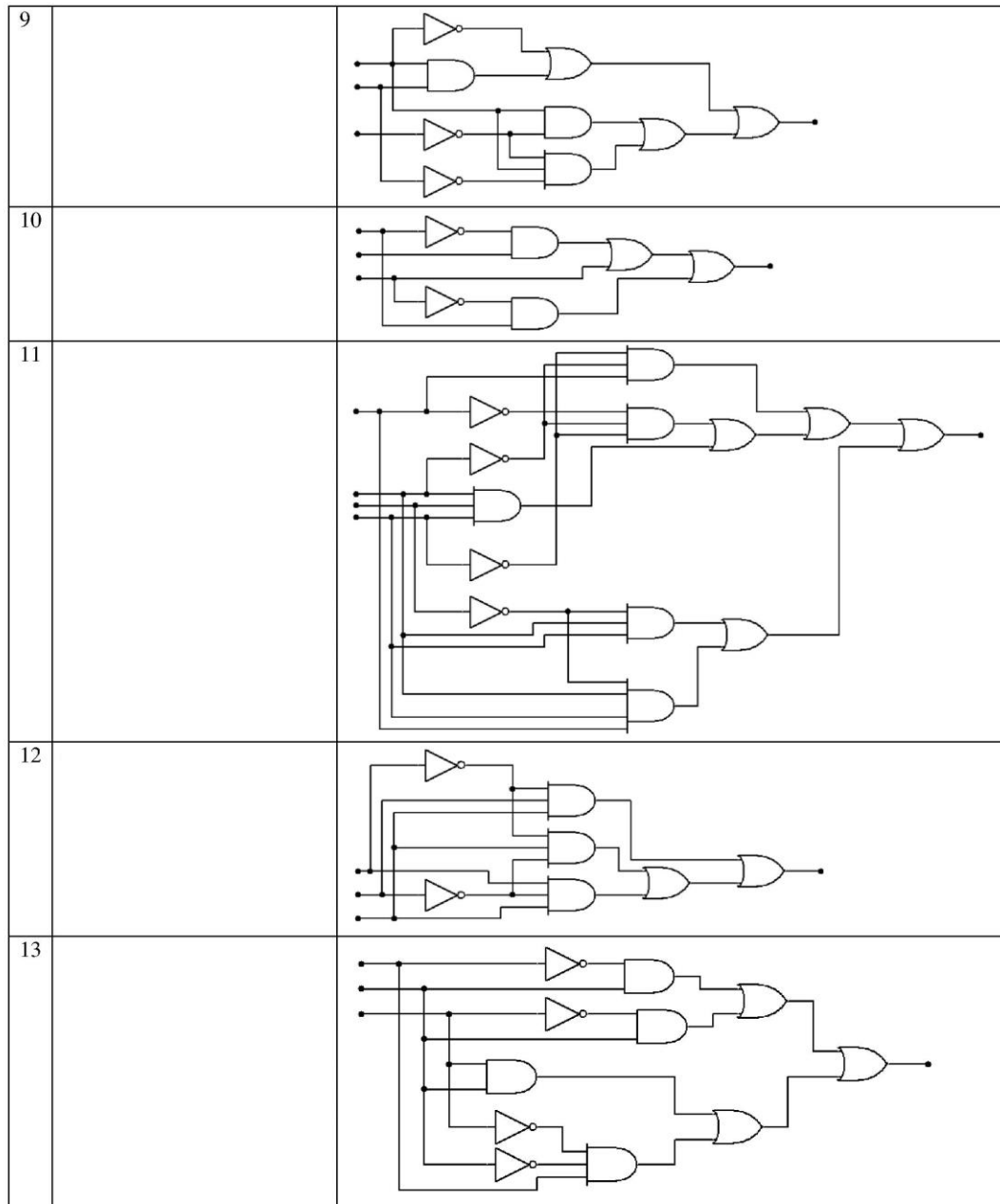


Рисунок 3

По результатам минимизации количество логических элементов в схеме уменьшилось с 8 до 3 без потери функционала.

**Варианты заданий**

№	ФИО	Логическая схема
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		



14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	



21	
22	
23	
24	