

Задание № 1.

- а) Доказать расходимость ряда, используя необходимое условие сходимости;  
 б) Исследовать на сходимость ряд, используя признаки сравнения;  
 в) Исследовать на сходимость ряд, используя признак Даламбера;  
 г) Исследовать на сходимость ряд, используя радикальный признак Коши.

1	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{3n-1}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{3}{n^2}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n! \cdot 2^{n+1}}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$	14	а) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \sin \frac{1}{n^2}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{n}+2}{\sqrt{n^6+2n}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)}$
2	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+3}{(n+1)^2}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^3 \frac{2}{n}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \frac{1}{n}$	15	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{n^2+1}{n+3}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}+\sqrt[3]{n}}{n+\sqrt{n^5}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 2^n}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-1}{3n+1} \right)^{\frac{n}{2}}$
3	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n^2}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2+1}{n^2}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \cdot \left( \frac{n-5}{n+2} \right)^{n^2}$	16	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{3n^2-1}{2n+3}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2+3n+5}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \cdot 3^{2n}}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{2n+1} \right)^n$
4	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{\sqrt{3n^2+1}}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \sin \frac{\pi}{n^2}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{3^{n+1}}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}$	17	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{2}{n} \right)^n$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{\sqrt{n^3+3n-1}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n-1}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin^n \frac{1}{n}}$
5	а) $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} + \sqrt{n}}{\sqrt{n^4+1}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{2^n \cdot n^4}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} 5^n \cdot \left( \frac{n+3}{n-2} \right)^{n^2}$	18	а) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{\frac{2n+1}{n+3}}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \ln \frac{n+1}{n}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} n \arcsin^n \frac{1}{3n}$
6	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3}{2} \right)^n$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^2 \frac{1}{\sqrt{n}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n^2}{(n+1)!}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+3}{2n+10} \right)^{n^2}$	19	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{3n^2+2}{4n^2-3}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^4+n^2-2}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{n}}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{arctg}^n \frac{\pi}{3n}$

7	a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{3n^3+1}}{2n+4}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^n \frac{n}{5^n}$ .	20	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n+n\sqrt{n}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{n^2 \cdot 8^n}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}$ .
8	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^3}{5^2}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n+3}\right)^n \frac{1}{3^n}$ .	21	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{5n^2+n}{n^2-n}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin^3 \frac{3}{\sqrt{n}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n}}{2^n}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n+1}{5n-2}\right)^{n^2} \frac{1}{7^n}$ .
9	а) $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \operatorname{tg} \frac{2}{n}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+3\sqrt{n}}{2n-5}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{2^n+3^n}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{2n}{5n+4}\right)^{n^2}$ .	22	а) $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{\frac{2n+1}{\sqrt{4n^2+3}}}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\frac{n+2}{n}\right)$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{n!}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin^n \frac{5}{n}$ .
10	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+3)^2}{\sqrt{n^4+2}}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2+1}{n^2}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n-1)!}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} n \frac{2^n}{5^n}$ .	23	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{3n^2+2}{3n^2+n}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n} + \sqrt[4]{n}}{\sqrt{n+2}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{5^n}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n^2+3)^n}$ .
11	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+3)^2}{\sqrt{n^4+2}}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n}}{2^n}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 3^{n+2}}{5^n}$ .	24	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+1}{8n-2}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin^2 \frac{1}{n^3 \cdot \sqrt[3]{n}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{3n}}{(2n-5)!}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-3}{5n+1}\right)^n$ .
12	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{4n+2}{4n-7}}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3 \sqrt{n+1}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n! 7^n}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n}{3n-2}\right)^{n^2}$ .	25	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{n!}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} + \sqrt[3]{n}}{n^5 \sqrt{n+3}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{n^2}}{4^n}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n^n}$ .
13	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin \frac{1}{n}}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3}}{\sqrt[4]{n^6+5}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \frac{n!}{3^n}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{n/2}$ .	26	а) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{\sqrt{n^2+2}}{\sqrt{n^2+5n}}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{\sqrt{n^3+3}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{5^n n^3}$ ; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\ln^n n}$ .

Задание № 2. Исследовать на сходимость ряд.

1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3\sqrt{n+2}}$	14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 3^n}{n^2}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}$	15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{\sqrt{n^2}}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot \ln n}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^2 \cdot (2n+1)}{n^2+1}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+3}}$	17	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 2^n}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5n^2+1}$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^4-2}}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 2^n}$	19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{7^n}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\sin \frac{1}{n}}{n^2}$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot \sqrt[3]{n+2}}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot n}{n^4+5}$	21	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2 \cdot \sqrt{n+3}}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{n+3}{5n-4} \right)^n$	22	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{3^n}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n-\sqrt{n}}$	23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2 \cdot \sqrt{n+3}}$
11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3n-2)!}$	24	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n+2}{2n+5}$
12	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{n+2}{3n+1} \right)^n$	25	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos \frac{1}{n}}{n^3}$
13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(5n)!}$	26	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{2^n}$



Задание № 3. Найти область сходимости ряда.

1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{n+1}}{3^n \cdot (n+2)}$	14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{n-1}}{(n+1)!}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n+1}}{(n+1)^n}$	15	$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{2n+1} \right)^n (x-2)^n$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{3^{n+1}}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^{n-1} \cdot n^2}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+1}{2n} \right)^n (x+1)^n$	17	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(2n+1)!}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{3^n} (x+3)^n$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{2^n} (x+2)^n$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+6}{6^n} (x+6)^n$	19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2-2) \cdot (x-2)^n}{2^n}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n (n+1)} (x-1)^n$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{6^n \cdot n^2} (x-4)^n$
8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n} (x+3)^n$	21	$\sum_{n=1}^{\infty} (x+5)^n \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{6^n} (x+5)^n$	22	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n+8}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1)5^n}$	23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n}$
11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x+1)^{2n}}{n}$	24	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{3n}}{8^n (5n-8)^3}$
12	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{2n}$	25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} (x-4)^n$
13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^3 x^{2n}}{3n-1}$	26	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5 x^{2n}}{2n+1}$

Задание № 4. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки

$x_0$ .

1	$f(x) = \sqrt[3]{x}, x_0 = 3.$	14	$f(x) = 4^x, x_0 = 2.$
2	$f(x) = 3^x, x_0 = 1.$	15	$f(x) = \frac{1}{x-1}, x_0 = 2.$
3	$f(x) = \frac{1}{x+2}, x_0 = 1.$	16	$f(x) = \sqrt[4]{x}, x_0 = 4.$
4	$f(x) = \ln 2x, x_0 = 1.$	17	$f(x) = \cos 2x, x_0 = \frac{\pi}{2}.$
5	$f(x) = \sin 3x, x_0 = \frac{\pi}{6}.$	18	$f(x) = \ln(x+2), x_0 = -1.$
6	$f(x) = \frac{1}{x+1}, x_0 = -3.$	19	$f(x) = \ln(5x+3), x_0 = 1.$
7	$f(x) = \cos 2x, x_0 = \frac{\pi}{6}.$	20	$f(x) = \frac{1}{x+3}, x_0 = -2.$
8	$f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = 3.$	21	$f(x) = \sin x, x_0 = \frac{\pi}{3}.$
9	$f(x) = \ln(2-x), x_0 = 1.$	22	$f(x) = \sin(2x+1), x_0 = -1.$
10	$f(x) = \frac{1}{3x+1}, x_0 = -2.$	23	$f(x) = e^{x+1}, x_0 = 2.$
11	$f(x) = \sqrt{x}, x_0 = -1.$	24	$f(x) = \frac{1}{x+5}, x_0 = -2.$
12	$f(x) = e^{x+3}, x_0 = -2.$	25	$f(x) = 5^x, x_0 = 2.$
13	$f(x) = \frac{2}{x+4}, x_0 = -3.$	26	$f(x) = \ln(2x+1), x_0 = -1.$