МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
"Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет)"
СПбГТИ(ТУ)

Кафедра системного анализа и информационных технологий

**А.Г. Курицын**

# ВЫПОЛНЕНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Учебное пособие

Санкт-Петербург
2017

УДК 519.23

Курицын, А.Г. Выполнение курсовой работы по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие / А.Г. Курицын.– СПб. : СПбГТИ(ТУ), 2017. – 26 с.

Учебное пособие содержит постановку задачи и пример выполнения варианта курсовой работы по теории вероятностей и математической статистике, а также различные варианты задания.

Пособие предназначено для студентов второго курса заочной формы обучения, направление подготовки 27.03.03 (Системный анализ и управление) в соответствии с рабочей программой дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и компетенциями ОПК-2 и ОПК-6.

Данное учебное пособие может быть полезно и для студентов очной формы обучения.

Табл. 14, рис. 13, библиогр. 4 назв.

Рецензенты: 1 ФГБОУ ВО «Российский государственный гидрометеорологический университет». Доцент кафедры высшей математики и теоретической механики, канд. физ.-мат. наук В.Г.Никитенко

2 Т.В.Слободинская, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики СПбГТИ(ТУ).

Издание подготовлено в рамках выполнения внутривузовского задания по оказанию образовательных услуг.

Утверждено на заседании учебно-методической комиссии факультета информационных технологий и управления 09.01.2017.

Рекомендовано к изданию РИС СПбГТИ(ТУ)

## Содержание

## Введение

Курсовая работа предлагается в соответствии с рабочей программой дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика». Студентам даётся некоторая прикладная задача – исследование надёжности системы. Для системы, заданной функциональной схемой, нужно построить теоретико-вероятностную математическую модель и на основании экспериментальных данных провести проверку гипотезы о виде закона распределения.

В процессе построения математической модели необходимо продемонстрировать знание операций над событиями, теорем сложения и умножения вероятностей, понятия независимости событий. Выполнение работы предполагает также владение понятиями случайной величины, её закона распределения, умение вычислять моменты. Необходимо знакомство с основными понятиями и методами математической статистики (оценивание параметров, проверка статистических гипотез).

При составлении пояснительной записки и защите курсовой работы от студентов требуется чётко изложить постановку задачи (как в целом, так и отдельных её этапов), суть, отличительные особенности и условия применимости используемых методов, а также сделать выводы.

Данное учебное пособие содержит общую постановку задачи курсовой работы и пример выполнения конкретного варианта. Предлагается 10 вариантов задания для самостоятельной работы. Перечень основных понятий и методов, знание которых необходимо при выполнении и защите курсовой работы, приведён в приложении А.

## 1 Постановка задачи

Имеется система, состоящая из блоков, которые функционируют независимо друг от друга и могут в те или иные моменты времени выходить из строя. Некоторые из блоков дублируются, т.е. при отказе одного из блоков его функции может выполнять другой, что повышает надёжность системы.

Если отказы некоторого блока представляют собой пуассоновский поток событий, то время его безотказной работы (τ) есть случайная величина, распределённая по показательному закону, т.е. её функция распределения:

$$F(t) = \mathsf{P}(\tau < t) = \left| \begin{array}{c} 0\,,\ \textit{если}\ t < 0 \\ 1 - e^{-\lambda t}\,,\ \textit{если}\ t \geq 0 \end{array} \right. , \qquad (1)$$

где λ – положительный параметр (интенсивность отказов).

При этом событие “ $\tau \ \geq \ t$ “ равносильно тому, что на интервале от 0 до $t$ не происходит ни одного отказа, т.е. данный блок работает. Вероятность такого события равна:

$$\mathsf{P}(\tau \geq t) = 1 - F(t) = e^{-\lambda t} \quad (\mathrm{t} > 0)\,. \qquad (2)$$

Зная вероятность безотказной работы каждого блока как функцию от $t$, можно найти функцию распределения времени безотказной работы всей системы.

В курсовой работе задаётся функциональная схема системы, состоящей из блоков двух типов - с интенсивностями отказов $\lambda_1$ и $\lambda_2$ , соответственно. Значения параметров $\lambda_1$ и $\lambda_2$ неизвестны, но их можно оценить на основании результатов эксперимента, используя методы математической статистики, например метод моментов.

Считается, что проведено большое количество опытов, в каждом из которых фиксировалась продолжительность безотказной работы системы. Результаты опытов представлены в виде группированной выборки, т.е. указаны интервалы – $[t_{i-1}, t_i]$ и $n_i$ – количество значений случайной величины $\tau$, попавших в соответствующий интервал.

В работе требуется:

а) На основании функциональной схемы построить математическую модель – функцию распределения времени безотказной работы системы и его плотность вероятности.

б) Применяя метод моментов, найти оценки параметров $\lambda_1$ и $\lambda_2$. Для этого:

   1) Найти начальные моменты 1-го и 2-го порядка времени безотказной работы как функции $\lambda_1$ и $\lambda_2$ .
   2) По экспериментальным данным вычислить соответствующие выборочные моменты.
   3) Приравняв «генеральные» моменты выборочным, решить получившуюся систему уравнений.

в) Построить гистограмму и сравнить её с графиком оценки плотности вероятности, полученной с использованием найденных оценок $\lambda_1$ и $\lambda_2$.

г) Построить выборочную функцию распределения и сравнить её с оценкой функции распределения, полученной с использованием найденных оценок $\lambda_1$ и $\lambda_2$.

д) Проверить гипотезу о виде закона распределения с помощью критерия Пирсона.

# 2 Пример выполнения курсовой работы

## 2.1 Задание

### 2.1.1 Функциональная схема системы

Функциональная схема системы изображена на рисунке 1.

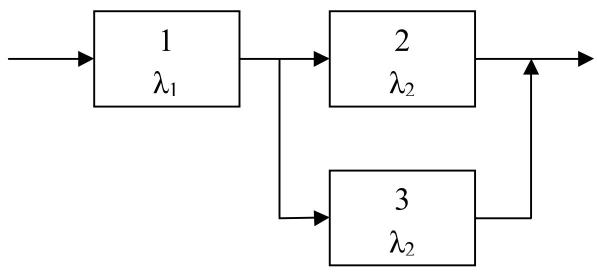



Рисунок 1 - Функциональная схема системы

### 2.1.2 Экспериментальные данные

Экспериментальные данные приведены в таблице 1.

Таблица 1 - Экспериментальные данные

| Номер интервала $i$ | Начало интервала $t_{i-1}$ | Конец интервала $t_i$ | Количество точек $n_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 140 | 200 |
| 2 | 140 | 280 | 202 |
| 3 | 280 | 420 | 166 |
| 4 | 420 | 560 | 130 |
| 5 | 560 | 700 | 97 |
| 6 | 700 | 840 | 60 |
| 7 | 840 | 980 | 53 |
| 8 | 980 | 1120 | 32 |
| 9 | 1120 | 1260 | 22 |
| 10 | 1260 | 1400 | 11 |
| 11 | 1400 | 1540 | 10 |
| 12 | 1540 | 1680 | 7 |
| 13 | 1680 | 1820 | 4 |
| 14 | 1820 | 1960 | 2 |
| 15 | 1960 | 2100 | 2 |
| 16 | 2100 | 2240 | 1 |
| 17 | 2240 | 2380 | 0 |
| 18 | 2380 | 2520 | 0 |
| 19 | 2520 | 2660 | 0 |
| 20 | 2660 | 2800 | 1 |

## 2.2 Выполнение работы

### 2.2.1 Построение модели

Зафиксируем некоторый момент времени $t > 0$.

Пусть событие $A$ - безотказная работа системы в течение интервала времени $(0, t)$.

Тогда, обозначив через $A_k$ безотказную работу $k$-го блока в течение этого интервала ($k = 1, 2, 3$), в соответствии с функциональной схемой можно записать:

$$A = A_1 \cdot (A_2 + A_3) .$$

Отсюда, используя теоремы умножения и сложения, с учётом независимости в совокупности событий $A_1$, $A_2$, $A_3$, получим:

$$\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A_1) \cdot (\mathrm{P}(A_2) + \mathrm{P}(A_3) - \mathrm{P}(A_2) \cdot \mathrm{P}(A_3)) .$$

Считая, что время безотказной работы каждого блока распределено по показательному закону с параметрами $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_2$, соответственно, т.е.

$$\mathrm{P}(A_1) = e^{-\lambda_1 t} , \quad \mathrm{P}(A_2) = \mathrm{P}(A_3) = e^{-\lambda_2 t} ,$$

будем иметь:

$$\mathrm{P}(A) = 2e^{-(\lambda_1+\lambda_2)\cdot t} - e^{-(\lambda_1+2\lambda_2)\cdot t} .$$

Отсюда функция распределения времени безотказной работы системы:

$$F(t) = 1 - \mathsf{P}(A) = 1 - 2e^{-(\lambda_1+\lambda_2)\cdot t} + e^{-(\lambda_1+2\lambda_2)\cdot t} \quad (t > 0)\,. \tag{1}$$

Дифференцируя функцию распределения, получим плотность вероятности:

$$f(t) = \begin{cases} 0\ , \text{ если } t < 0 \\ 2(\lambda_1+\lambda_2)\cdot e^{-(\lambda_1+\lambda_2)\cdot t} - (\lambda_1+2\lambda_2)\cdot e^{-(\lambda_1+2\lambda_2)\cdot t}\ , \text{ если } t > 0\ . \end{cases} \tag{2}$$

### 2.2.2 Нахождение оценок параметров по методу моментов

Найдём сначала начальные моменты 1 и 2 порядка:

$$\nu_1 = \mathrm{M}\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} tf(t)dt = \int_0^{+\infty} t\cdot\left(2(\lambda_1+\lambda_2)\cdot e^{-(\lambda_1+\lambda_2)\cdot t} - (\lambda_1+2\lambda_2)\cdot e^{-(\lambda_1+2\lambda_2)\cdot t}\right)dt =$$

$$= \frac{2}{\lambda_1+\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1+2\lambda_2} = \frac{\lambda_1+3\lambda_2}{(\lambda_1+\lambda_2)\cdot(\lambda_1+2\lambda_2)},$$

$$\nu_2 = \mathrm{M}\tau^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 f(t)dt =$$

$$= \int_0^{+\infty} t^2\cdot\left(2(\lambda_1+\lambda_2)\cdot e^{-(\lambda_1+\lambda_2)\cdot t} - (\lambda_1+2\lambda_2)\cdot e^{-(\lambda_1+2\lambda_2)\cdot t}\right)dt =$$

$$= \frac{4}{(\lambda_1+\lambda_2)^2} - \frac{2}{(\lambda_1+2\lambda_2)^2} = \frac{2\cdot({\lambda_1}^2 + 6\lambda_1\lambda_2 + 7{\lambda_2}^2)}{(\lambda_1+\lambda_2)^2\cdot(\lambda_1+2\lambda_2)^2}.$$

На основании группированной выборки вычислим выборочные моменты:

$$\nu_1^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\cdot\bar{t}_i \quad \text{и} \quad \nu_2^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\cdot{\bar{t}_i}^2\ ,$$

где

$$\bar{t}_i = \frac{t_{i-1} + t_i}{2} \quad - \text{середина } i - \text{го интервала},$$

$$n = \textstyle\sum_{i=1}^{k} n_i \quad - \text{ объём выборки},\quad k - \text{количество интервалов.}$$

Результаты:

$$k = 20, \qquad n = 1000, \qquad \nu_1^* = 453.88, \qquad \nu_1^* = 344842.4\,.$$

Составим систему уравнений для нахождения оценок параметров:

$$\begin{cases} \dfrac{\lambda_1+3\lambda_2}{(\lambda_1+\lambda_2)\cdot(\lambda_1+2\lambda_2)} = 453{,}88 \\ \dfrac{2({\lambda_1}^2 + 6\lambda_1\lambda_2 + 7{\lambda_2}^2)}{(\lambda_1+\lambda_2)^2\cdot(\lambda_1+2\lambda_2)^2} = 344842{,}4 \end{cases}$$

Возведя обе части первого уравнения в квадрат и разделив почленно на второе уравнение, получим

$$\frac{(\lambda_1+3\lambda_2)^2}{{\lambda_1}^2 + 6\lambda_1\lambda_2 + 7{\lambda_2}^2} = 1{,}194790\ .$$

Разделим числитель и знаменатель на $\lambda_1{}^2$ и обозначив: $x = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ - придём к квадратному уравнению * :

$$0{,}63647x^2 - 1{,}16874x - 0{,}19479 = 0 .$$

Его единственный положительный корень: $x = 1{,}990$.

Подставим теперь $\lambda_2 = 1{,}990 \cdot \lambda_1$ в первое уравнение системы:

$$\frac{\lambda_1 + 3 \cdot 1{,}990 \cdot \lambda_1}{(\lambda_1 + 1{,}990 \cdot \lambda_1) \cdot (\lambda_1 + 2 \cdot 1{,}990 \cdot \lambda_1\ )} = 453{,}88 \ \Leftrightarrow\ \frac{0{,}468}{\lambda_1} = 453{,}88 \ .$$

Отсюда найдём оценки параметров:

$$\tilde{\lambda}_1 = 0{,}00103; \quad \tilde{\lambda}_2 = 0{,}00205.$$

Используя найденные оценки, получим оценки функции распределения и плотности вероятности:

$$\tilde{F}(t) = 1 - 2 \cdot e^{-0{,}00308 \cdot t} + e^{-0{,}00513 \cdot t} \qquad , \qquad (1')$$

$$\tilde{f}(t) = 0{,}00616 \cdot e^{-0{,}00308 \cdot t} - 0{,}00513 \cdot e^{-0{,}00513 \cdot t} \qquad (2')$$

(здесь: $t > 0$; при $t \leq 0$ обе функции равны 0).

### 2.2.3 График оценки плотности вероятности и гистограмма

Для построения гистограммы найдём высоты соответствующих прямоугольников:

$$h_i = \frac{n_i}{n \cdot (t_i - \ t_{i-1})}$$

Значения $h_i$ приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Значения высот прямоугольников гистограммы

| Номер интервала $i$ | Высота прямоугольника $h_i$ | Номер интервала $i$ | Высота прямоугольника $h_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0,00143 | 11 | 7,14E-05 |
| 2 | 0,00144 | 12 | 5,00E-05 |
| 3 | 0,00119 | 13 | 2,86E-05 |
| 4 | 0,00093 | 14 | 1,43E-05 |
| 5 | 0,00069 | 15 | 1,43E-05 |
| 6 | 0,00043 | 16 | 7,14E-06 |
| 7 | 0,00038 | 17 | 0 |
| 8 | 0,00023 | 18 | 0 |
| 9 | 0,00016 | 19 | 0 |
| 10 | 7,9E-05 | 20 | 7,14E-06 |

Соответствующие графики изображены на рисунке 2.

* На практике полученное уравнение может оказаться более высокой степени. Тогда для его решения следует использовать один из приближённых методов, изучавшихся в дисциплине «Вычислительная математика»

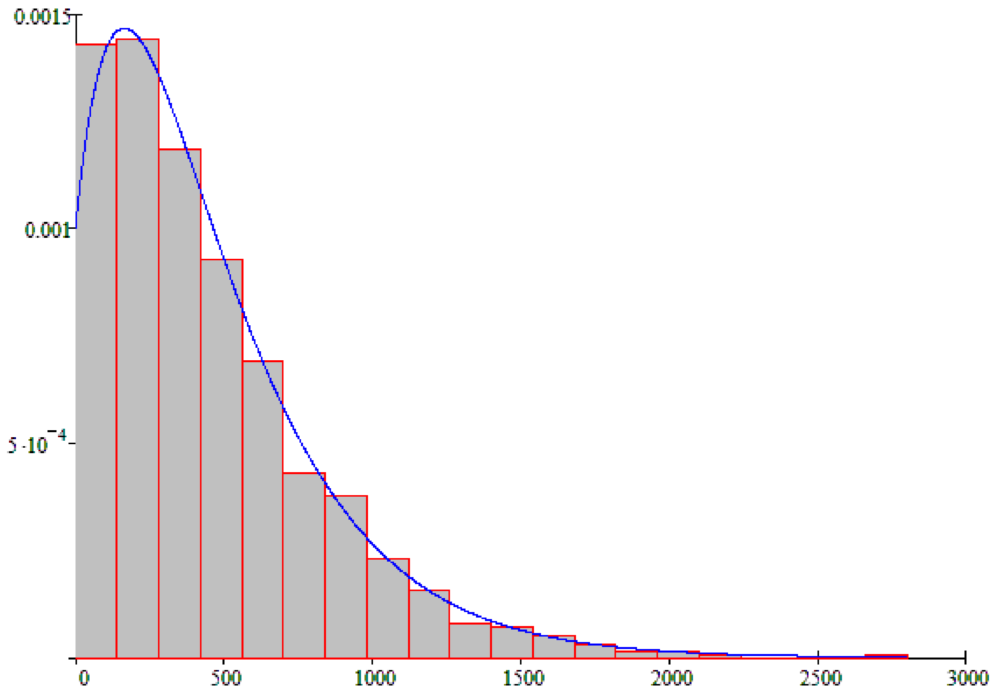



Рисунок 2 - График оценки плотности вероятности и гистограмма

### 2.2.4 Оценивание функции распределения

Значения выборочной функции распределения

$$F^*(t) = \mathsf{P}^*(\tau < t)$$

в точках $t_i$ можно найти по формуле:

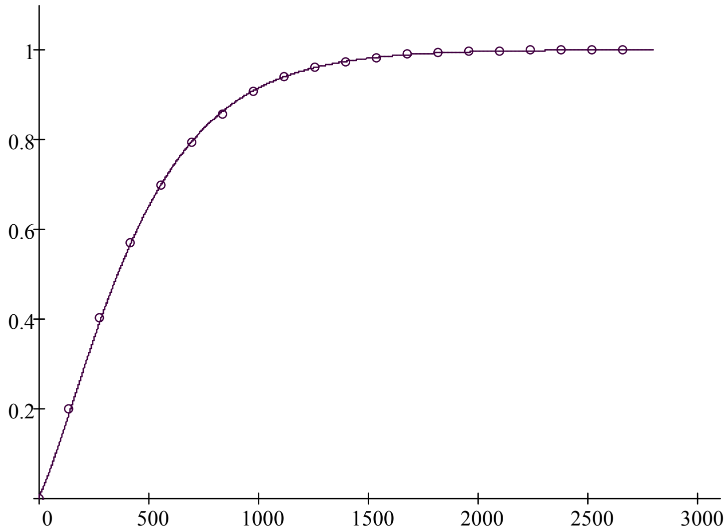
$$F^*(t_i) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{i} n_j \,.$$

При этом: $F^*(t) = 0$, если $t \leq 0$ и $F^*(t) = 1$, если $t \geq t_k$.

Эти значения, а также $\tilde{F}(t_i)$, вычисленные по формуле (1′), приведены в таблице 3. Соответствующие графики изображены на рисунке 3.

Таблица 3 - Значения $F^*(t_i)$ и $\tilde{F}(t_i)$.

| $i$ | $t_i$ | $F^*(t_i)$ | $\tilde{F}(t_i)$ | $i$ | $t_i$ | $F^*(t_i)$ | $\tilde{F}(t_i)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 140 | 0,2000 | 0,1884 | 11 | 1540 | 0,9830 | 0,9830 |
| 2 | 280 | 0,4020 | 0,3939 | 12 | 1680 | 0,9900 | 0,9889 |
| 3 | 420 | 0,5680 | 0,5679 | 13 | 1820 | 0,9940 | 0,9928 |
| 4 | 560 | 0,6980 | 0,7007 | 14 | 1960 | 0,9960 | 0,9953 |
| 5 | 700 | 0,7950 | 0,7965 | 15 | 2100 | 0,9980 | 0,9969 |
| 6 | 840 | 0,8550 | 0,8634 | 16 | 2240 | 0,9990 | 0,9980 |
| 7 | 980 | 0,9080 | 0,9091 | 17 | 2380 | 0,9990 | 0,9987 |
| 8 | 1120 | 0,9400 | 0,9399 | 18 | 2520 | 0,9990 | 0,9992 |
| 9 | 1260 | 0,9620 | 0,9605 | 19 | 2660 | 0,9990 | 0,9995 |
| 10 | 1400 | 0,9730 | 0,9741 | 20 | 2800 | 1,0000 | 0,9996 |




∘∘∘ - $F^*(t)$

----- - $\tilde{F}(t)$

Рисунок 3 – Оценивание функции распределения

Видно, что оценка функции распределения, полученная на основе построенной математической модели с помощью метода моментов, весьма близка к выборочной функции распределения.

### 2.2.5 Проверка гипотезы о виде закона распределения

Проверяемая гипотеза $H_0$ состоит в том, что функция распределения времени безотказной работы рассматриваемой системы действительно задаётся формулой (1).

В соответствии с критерием Пирсона используем статистику

$$U = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i} ,$$

где $p_i = F(t_i) - F(t_{i-1})$ – вероятность попадания случайной величины τ в $i$ -й интервал. Поскольку значения параметров неизвестны, вместо функции $F(t)$ берётся её оценка (1′). Кроме того, при вычислении $p_k$ полагаем: $p_k = 1 - F(t_{k-1})$.

Зададим уровень значимости α = 0,05 и будем искать критическое значение $U_{\text{кр}}$ из условия:

$$\mathsf{P}(U > U_{\text{кр}} \mid H_0) = \alpha .$$

Как известно, при справедливости гипотезы $H_0$ можно считать, что статистика $U$ распределена по закону хи-квадрат с числом степеней свободы $r = k - 1 - m$ , где $m$ – количество оцениваемых параметров, т.е. в нашем случае $r = k - 3 = 17$. Поэтому в качестве $U_{\text{кр}}$ возьмём значение $s_{r,\alpha}$ , определяемое условием:

$$\mathsf{P}(\chi_r^2 > s_{r,\alpha}) = \alpha ,$$

где $\chi_r^2$ - случайная величина, распределённая по закону хи-квадрат с числом степеней свободы $r$.

Из таблицы распределения хи-квадрат (приложение В) имеем:

$$U_{кр} = s_{17,\, 0.05} > 27{,}5 \ .$$

Вычислим значение статистики: $U = 6{,}07$ .

Поскольку полученное значение $U < U_{кр}$ , гипотеза $H_0$ принимается.

# 3 Варианты задания

**Вариант 0**

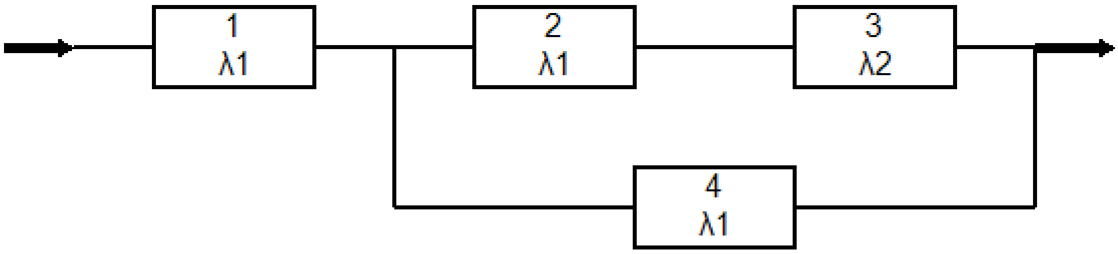



**Рисунок 1 - Функциональная схема**

**Таблица 1 - Экспериментальные данные**

| Интервал | Начало | Конец | Количество |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 140 | 182 |
| 2 | 140 | 280 | 163 |
| 3 | 280 | 420 | 161 |
| 4 | 420 | 560 | 118 |
| 5 | 560 | 700 | 81 |
| 6 | 700 | 840 | 66 |
| 7 | 840 | 980 | 54 |
| 8 | 980 | 1120 | 41 |
| 9 | 1120 | 1260 | 33 |
| 10 | 1260 | 1400 | 21 |
| 11 | 1400 | 1540 | 22 |
| 12 | 1540 | 1680 | 18 |
| 13 | 1680 | 1820 | 10 |
| 14 | 1820 | 1960 | 7 |
| 15 | 1960 | 2100 | 9 |
| 16 | 2100 | 2240 | 6 |
| 17 | 2240 | 2380 | 5 |
| 18 | 2380 | 2520 | 1 |
| 19 | 2520 | 2660 | 2 |
| 20 | 2660 | 2800 | 3 |
| 21 | 2800 | 2940 | 0 |
| 22 | 2940 | 3080 | 0 |
| 23 | 3080 | 3220 | 0 |
| 24 | 3220 | 3360 | 0 |
| 25 | 3360 | 3500 | 1 |
| 26 | 3500 | 3640 | 0 |
| 27 | 3640 | 3780 | 0 |
| 28 | 3780 | 3920 | 0 |
| 29 | 3920 | 4480 | 1 |

**Вариант 1**

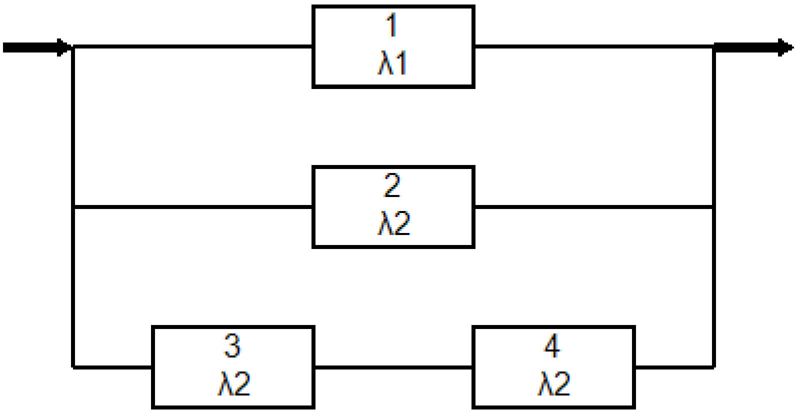



**Рисунок 1 - Функциональная схема**

**Таблица 1 - Экспериментальные данные**

| Интервал | Начало | Конец | Количество |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 170 | 69 |
| 2 | 170 | 340 | 183 |
| 3 | 340 | 510 | 163 |
| 4 | 510 | 680 | 145 |
| 5 | 680 | 850 | 108 |
| 6 | 850 | 1020 | 60 |
| 7 | 1020 | 1190 | 64 |
| 8 | 1190 | 1360 | 47 |
| 9 | 1360 | 1530 | 39 |
| 10 | 1530 | 1700 | 25 |
| 11 | 1700 | 1870 | 20 |
| 12 | 1870 | 2040 | 20 |
| 13 | 2040 | 2210 | 17 |
| 14 | 2210 | 2380 | 10 |
| 15 | 2380 | 2550 | 8 |
| 16 | 2550 | 2720 | 7 |
| 17 | 2720 | 2890 | 7 |
| 18 | 2890 | 3060 | 2 |
| 19 | 3060 | 3230 | 5 |
| 20 | 3230 | 3400 | 2 |
| 21 | 3400 | 3570 | 1 |
| 22 | 3570 | 3740 | 3 |
| 23 | 3740 | 3910 | 0 |
| 24 | 3910 | 4080 | 0 |
| 25 | 4080 | 4250 | 0 |
| 26 | 4250 | 4420 | 0 |
| 27 | 4420 | 4590 | 0 |
| 28 | 4590 | 4760 | 1 |
| 29 | 4760 | 4930 | 0 |
| 30 | 4930 | 5100 | 0 |
| 31 | 5100 | 6120 | 1 |

**Вариант 2**

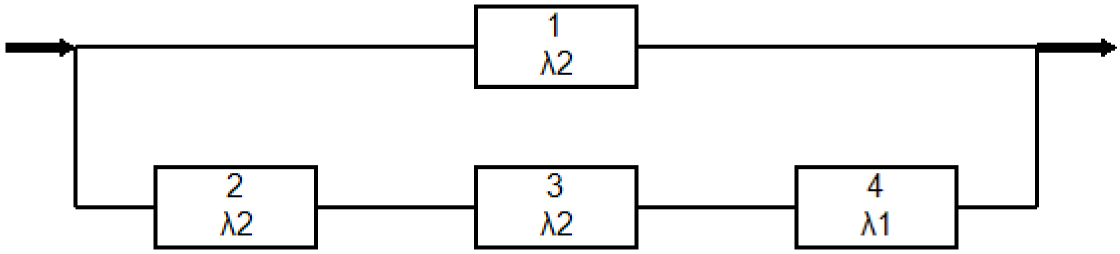



**Рисунок 1 - Функциональная схема**

**Таблица 1 - Экспериментальные данные**

| Интервал | Начало | Конец | Количество |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 270 | 166 |
| 2 | 270 | 540 | 218 |
| 3 | 540 | 810 | 192 |
| 4 | 810 | 1080 | 122 |
| 5 | 1080 | 1350 | 74 |
| 6 | 1350 | 1620 | 61 |
| 7 | 1620 | 1890 | 49 |
| 8 | 1890 | 2160 | 32 |
| 9 | 2160 | 2430 | 25 |
| 10 | 2430 | 2700 | 20 |
| 11 | 2700 | 2970 | 13 |
| 12 | 2970 | 3240 | 9 |
| 13 | 3240 | 3510 | 10 |
| 14 | 3510 | 3780 | 5 |
| 15 | 3780 | 4050 | 5 |
| 16 | 4050 | 4320 | 2 |
| 17 | 4320 | 4590 | 4 |
| 18 | 4590 | 4860 | 0 |
| 19 | 4860 | 5130 | 0 |
| 20 | 5130 | 5400 | 0 |
| 21 | 5400 | 5670 | 0 |
| 22 | 5670 | 5940 | 1 |
| 23 | 5940 | 6210 | 0 |
| 24 | 6210 | 7560 | 1 |

**Вариант 3**

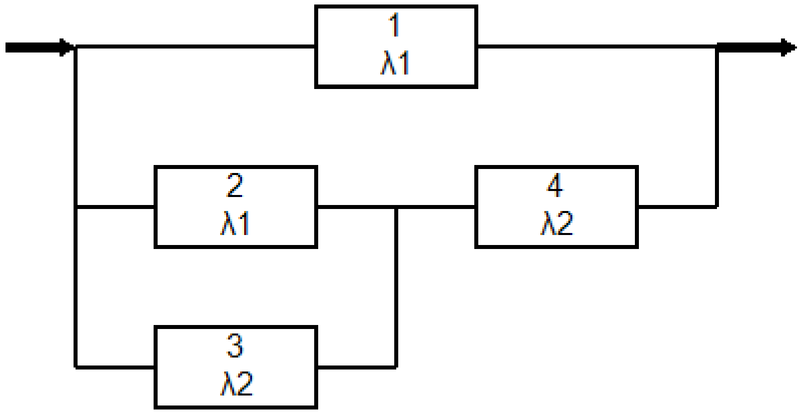



**Рисунок 1 - Функциональная схема**

**Таблица 1 - Экспериментальные данные**

| Интервал | Начало | Конец | Количество |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 300 | 183 |
| 2 | 300 | 600 | 233 |
| 3 | 600 | 900 | 168 |
| 4 | 900 | 1200 | 110 |
| 5 | 1200 | 1500 | 60 |
| 6 | 1500 | 1800 | 69 |
| 7 | 1800 | 2100 | 42 |
| 8 | 2100 | 2400 | 32 |
| 9 | 2400 | 2700 | 25 |
| 10 | 2700 | 3000 | 23 |
| 11 | 3000 | 3300 | 19 |
| 12 | 3300 | 3600 | 11 |
| 13 | 3600 | 3900 | 8 |
| 14 | 3900 | 4200 | 10 |
| 15 | 4200 | 4500 | 5 |
| 16 | 4500 | 4800 | 5 |
| 17 | 4800 | 5100 | 2 |
| 18 | 5100 | 5400 | 1 |
| 19 | 5400 | 5700 | 3 |
| 20 | 5700 | 6000 | 0 |
| 21 | 6000 | 6300 | 0 |
| 22 | 6300 | 6600 | 0 |
| 23 | 6600 | 6900 | 0 |
| 24 | 6900 | 7200 | 1 |
| 25 | 7200 | 7500 | 0 |
| 26 | 7500 | 9000 | 1 |

**Вариант 4**

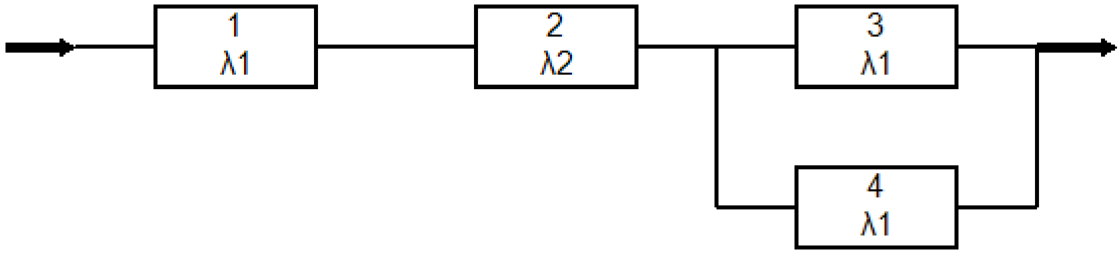



**Рисунок 1 - Функциональная схема**

**Таблица 1 - Экспериментальные данные**

| Интервал | Начало | Конец | Количество |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 80 | 182 |
| 2 | 80 | 160 | 148 |
| 3 | 160 | 240 | 135 |
| 4 | 240 | 320 | 111 |
| 5 | 320 | 400 | 88 |
| 6 | 400 | 480 | 58 |
| 7 | 480 | 560 | 57 |
| 8 | 560 | 640 | 45 |
| 9 | 640 | 720 | 33 |
| 10 | 720 | 800 | 34 |
| 11 | 800 | 880 | 24 |
| 12 | 880 | 960 | 22 |
| 13 | 960 | 1040 | 17 |
| 14 | 1040 | 1120 | 10 |
| 15 | 1120 | 1200 | 10 |
| 16 | 1200 | 1280 | 7 |
| 17 | 1280 | 1360 | 8 |
| 18 | 1360 | 1440 | 4 |
| 19 | 1440 | 1520 | 5 |
| 20 | 1520 | 1600 | 2 |
| 21 | 1600 | 1680 | 1 |
| 22 | 1680 | 1760 | 3 |
| 23 | 1760 | 1840 | 0 |
| 24 | 1840 | 1920 | 0 |
| 25 | 1920 | 2000 | 0 |
| 26 | 2000 | 2080 | 0 |
| 27 | 2080 | 2160 | 1 |
| 28 | 2160 | 2240 | 0 |
| 29 | 2240 | 2320 | 0 |
| 30 | 2320 | 2720 | 1 |

**Вариант 5**

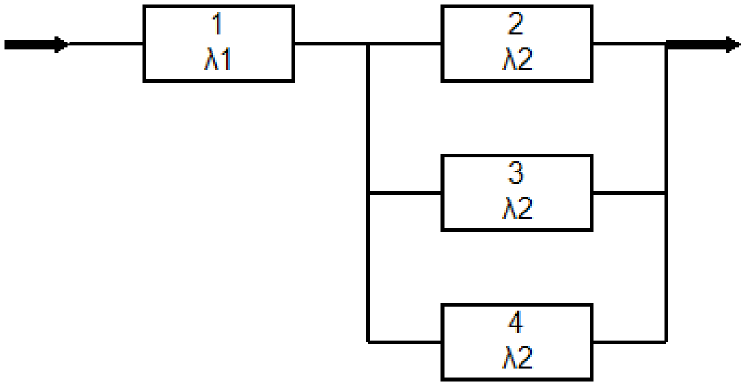



**Рисунок 1 - Функциональная схема**

**Таблица 1 - Экспериментальные данные**

| Интервал | Начало | Конец | Количество |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 310 | 161 |
| 2 | 310 | 620 | 136 |
| 3 | 620 | 930 | 101 |
| 4 | 930 | 1240 | 108 |
| 5 | 1240 | 1550 | 91 |
| 6 | 1550 | 1860 | 74 |
| 7 | 1860 | 2170 | 50 |
| 8 | 2170 | 2480 | 44 |
| 9 | 2480 | 2790 | 48 |
| 10 | 2790 | 3100 | 33 |
| 11 | 3100 | 3410 | 33 |
| 12 | 3410 | 3720 | 23 |
| 13 | 3720 | 4030 | 16 |
| 14 | 4030 | 4340 | 21 |
| 15 | 4340 | 4650 | 17 |
| 16 | 4650 | 4960 | 10 |
| 17 | 4960 | 5270 | 7 |
| 18 | 5270 | 5580 | 6 |
| 19 | 5580 | 5890 | 7 |
| 20 | 5890 | 6200 | 4 |
| 21 | 6200 | 6510 | 5 |
| 22 | 6510 | 6820 | 2 |
| 23 | 6820 | 7130 | 1 |
| 24 | 7130 | 7440 | 3 |
| 25 | 7440 | 7750 | 0 |
| 26 | 7750 | 8060 | 0 |
| 27 | 8060 | 8370 | 0 |
| 28 | 8370 | 8680 | 0 |
| 29 | 8680 | 8990 | 1 |
| 30 | 8990 | 9300 | 0 |
| 31 | 9300 | 9610 | 0 |
| 32 | 9610 | 11160 | 1 |

**Вариант 6**

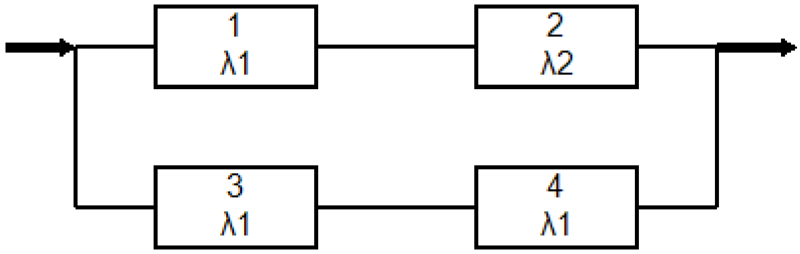



**Рисунок 1 - Функциональная схема**

**Таблица 1 - Экспериментальные данные**

| Интервал | Начало | Конец | Количество |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 160 | 98 |
| 2 | 160 | 320 | 167 |
| 3 | 320 | 480 | 150 |
| 4 | 480 | 640 | 144 |
| 5 | 640 | 800 | 112 |
| 6 | 800 | 960 | 60 |
| 7 | 960 | 1120 | 74 |
| 8 | 1120 | 1280 | 44 |
| 9 | 1280 | 1440 | 41 |
| 10 | 1440 | 1600 | 26 |
| 11 | 1600 | 1760 | 24 |
| 12 | 1760 | 1920 | 21 |
| 13 | 1920 | 2080 | 12 |
| 14 | 2080 | 2240 | 7 |
| 15 | 2240 | 2400 | 10 |
| 16 | 2400 | 2560 | 7 |
| 17 | 2560 | 2720 | 1 |
| 18 | 2720 | 2880 | 2 |
| 19 | 2880 | 3040 | 3 |
| 20 | 3040 | 3200 | 0 |
| 21 | 3200 | 3360 | 0 |
| 22 | 3360 | 3520 | 0 |
| 23 | 3520 | 3680 | 0 |
| 24 | 3680 | 3840 | 1 |
| 25 | 3840 | 4640 | 1 |

**Вариант 7**

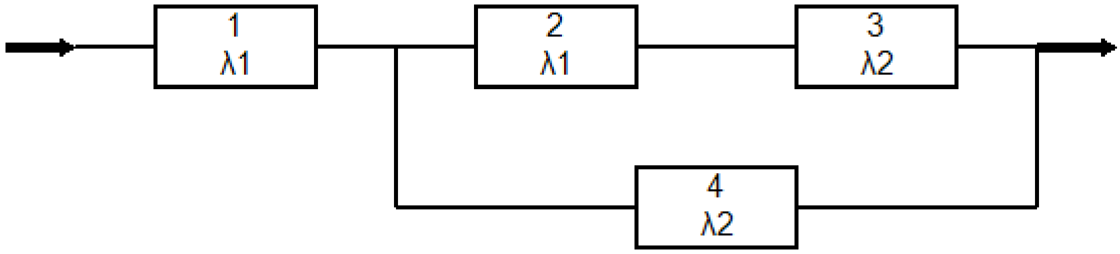



**Рисунок 1 - Функциональная схема**

**Таблица 1 - Экспериментальные данные**

| Интервал | Начало | Конец | Количество |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 80 | 174 |
| 2 | 80 | 160 | 162 |
| 3 | 160 | 240 | 169 |
| 4 | 240 | 320 | 122 |
| 5 | 320 | 400 | 83 |
| 6 | 400 | 480 | 74 |
| 7 | 480 | 560 | 54 |
| 8 | 560 | 640 | 44 |
| 9 | 640 | 720 | 31 |
| 10 | 720 | 800 | 25 |
| 11 | 800 | 880 | 20 |
| 12 | 880 | 960 | 12 |
| 13 | 960 | 1040 | 9 |
| 14 | 1040 | 1120 | 10 |
| 15 | 1120 | 1200 | 5 |
| 16 | 1200 | 1280 | 5 |
| 17 | 1280 | 1360 | 2 |
| 18 | 1360 | 1440 | 4 |
| 19 | 1440 | 1520 | 0 |
| 20 | 1520 | 1600 | 0 |
| 21 | 1600 | 1680 | 0 |
| 22 | 1680 | 1760 | 0 |
| 23 | 1760 | 1840 | 1 |
| 24 | 1840 | 1920 | 0 |
| 25 | 1920 | 2000 | 0 |
| 26 | 2000 | 2080 | 0 |
| 27 | 2080 | 2320 | 1 |

**Вариант 8**

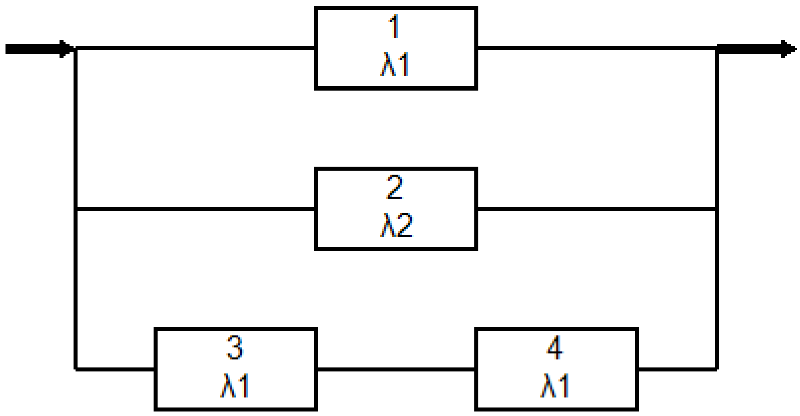



**Рисунок 1 - Функциональная схема**

**Таблица 1 - Экспериментальные данные**

| Интервал | Начало | Конец | Количество |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 530 | 55 |
| 2 | 530 | 1060 | 139 |
| 3 | 1060 | 1590 | 165 |
| 4 | 1590 | 2120 | 161 |
| 5 | 2120 | 2650 | 127 |
| 6 | 2650 | 3180 | 78 |
| 7 | 3180 | 3710 | 69 |
| 8 | 3710 | 4240 | 49 |
| 9 | 4240 | 4770 | 41 |
| 10 | 4770 | 5300 | 27 |
| 11 | 5300 | 5830 | 20 |
| 12 | 5830 | 6360 | 21 |
| 13 | 6360 | 6890 | 14 |
| 14 | 6890 | 7420 | 11 |
| 15 | 7420 | 7950 | 6 |
| 16 | 7950 | 8480 | 8 |
| 17 | 8480 | 9010 | 5 |
| 18 | 9010 | 9540 | 5 |
| 19 | 9540 | 10070 | 1 |
| 20 | 10070 | 10600 | 2 |
| 21 | 10600 | 11130 | 3 |
| 22 | 11130 | 11660 | 0 |
| 23 | 11660 | 12190 | 0 |
| 24 | 12190 | 12720 | 0 |
| 25 | 12720 | 13250 | 0 |
| 26 | 13250 | 13780 | 0 |
| 27 | 13780 | 14310 | 1 |
| 28 | 14310 | 14840 | 0 |
| 29 | 14840 | 18020 | 1 |

**Вариант 9**

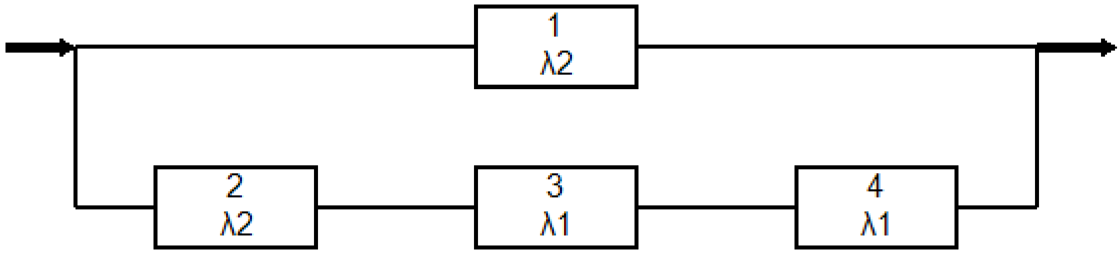



**Рисунок 1 - Функциональная схема**

**Таблица 1 - Экспериментальные данные**

| Интервал | Начало | Конец | Количество |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 110 | 108 |
| 2 | 110 | 220 | 178 |
| 3 | 220 | 330 | 150 |
| 4 | 330 | 440 | 139 |
| 5 | 440 | 550 | 103 |
| 6 | 550 | 660 | 58 |
| 7 | 660 | 770 | 70 |
| 8 | 770 | 880 | 44 |
| 9 | 880 | 990 | 38 |
| 10 | 990 | 1100 | 28 |
| 11 | 1100 | 1210 | 17 |
| 12 | 1210 | 1320 | 21 |
| 13 | 1320 | 1430 | 14 |
| 14 | 1430 | 1540 | 10 |
| 15 | 1540 | 1650 | 5 |
| 16 | 1650 | 1760 | 10 |
| 17 | 1760 | 1870 | 5 |
| 18 | 1870 | 1980 | 5 |
| 19 | 1980 | 2090 | 1 |
| 20 | 2090 | 2200 | 2 |
| 21 | 2200 | 2310 | 3 |
| 22 | 2310 | 2420 | 0 |
| 23 | 2420 | 2530 | 0 |
| 24 | 2530 | 2640 | 0 |
| 25 | 2640 | 2750 | 0 |
| 26 | 2750 | 2860 | 0 |
| 27 | 2860 | 2970 | 1 |
| 28 | 2970 | 3080 | 0 |
| 29 | 3080 | 3190 | 0 |
| 30 | 3190 | 3300 | 0 |
| 31 | 3300 | 3740 | 1 |

# Литература

1 Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - М. : Юрайт, 2011. - 404 с.
2 Таранцев, А. А. Случайные величины и работа с ними : Учебно-методическое пособие для вузов по направлению 540200 "Физико-математическое образование" / А. А. Таранцев ; под ред. В. С. Артамонова. - 2-е изд., перераб. и доп. - СПб. : Петрополис, 2011. - 159, [1] с.
3 Задачи по теории вероятностей: учебное пособие / Л. В. Аджемян, В. П. Гончарук, А. Г. Курицын и др.; под ред. А. Г. Курицына, В. О. Полякова ; СПбГТИ(ТУ). Каф. прикл. математики. - СПб., 2008. - 88 с.
4 Вентцель, Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учебное пособие для втузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - 4-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2007. - 491 с.

# ПРИЛОЖЕНИЕ А

(обязательное)

**Основные понятия, теоремы и методы**

При выполнении и защите курсовой работы необходимо знать:

а) Основные понятия и теоремы теории вероятностей

1) Испытание
2) Исход испытания
3) Случайное событие
4) Достоверное и невозможное события
5) Несовместность событий
6) Вероятность события
7) Сумма и произведение событий
8) Аксиомы теории вероятностей и простейшие следствия из них
9) Теорема сложения вероятностей
10) Условная вероятность
11) Независимость событий
12) Теоремы умножения вероятностей
13) Случайная величина
14) Функция распределения и её свойства
15) Вероятность попадания случайной величины в интервал
16) Плотность вероятности и её свойства
17) Математическое ожидание
18) Дисперсия и среднеквадратичное отклонение
19) Начальные и центральные моменты
20) Закон больших чисел. Теоремы Чебышёва и Бернулли.

б) Основные понятия и методы математической статистики

1) Выборка
2) Вариационный ряд
3) Выборочная функция распределения
4) Группированная выборка, гистограмма и кумулята
5) Оценка параметра распределения
6) Несмещённость, состоятельность и эффективность оценки
7) Метод моментов
8) Несмещённые оценки математического ожидания и дисперсии
9) Постановка задачи проверки статистических гипотез
10) Уровень значимости и критическая область
11) Ошибки 1 и 2 рода
12) Проверка гипотезы о виде закона распределения. Критерий и теорема Пирсона.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

(справочное)

**Образец оформления титульного листа**

Минобрнауки России

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет)»

Направление подготовки 27.03.03 Системный анализ и управление

Профиль Системный анализ и управление в химической технологии

Факультет Информационных технологий и управления
Кафедра Системного анализа и информационных технологий
***Учебная дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика***
Курс 2 Группа _____

**КУРСОВАЯ РАБОТА**

***Тема*** **Оценивание параметров надежности системы**

Студент __________________ __________________
(подпись, дата) (инициалы, фамилия)

Руководитель,
доцент __________________ __________________
(подпись, дата) (инициалы, фамилия)

Оценка за курсовую работу

___________ __________________
(подпись руководителя)

Санкт-Петербург
2017

# ПРИЛОЖЕНИЕ В

(справочное)

**Критические точки хи-квадрат распределения**

Значения $s_{r,\alpha}$ , определяемые из условия, чтобы для случайной величины $\chi^2_r$ , имеющей распределение хи-квадрат с $r$ степенями свободы, вероятность превзойти $s_{r,\alpha}$ равнялась α :

$$\mathrm{P}\left(\chi^2_r > s_{r,\alpha}\right) = \alpha$$

- приведены в следующей таблице.

Таблица В.1 - Критические точки хи-квадрат распределения

| r | α | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **0.500** | **0.250** | **0.100** | **0.050** | **0.025** | **0.010** | **0.005** |
| 1 | 0.45494 | 1.32330 | 2.70554 | 3.84146 | 5.02389 | 6.63490 | 7.87944 |
| 2 | 1.38629 | 2.77259 | 4.60517 | 5.99146 | 7.37776 | 9.21034 | 10.59663 |
| 3 | 2.36597 | 4.10834 | 6.25139 | 7.81473 | 9.34840 | 11.34487 | 12.83816 |
| 4 | 3.35669 | 5.38527 | 7.77944 | 9.48773 | 11.14329 | 13.27670 | 14.86026 |
| 5 | 4.35146 | 6.62568 | 9.23636 | 11.07050 | 12.83250 | 15.08627 | 16.74960 |
| 6 | 5.34812 | 7.84080 | 10.64464 | 12.59159 | 14.44938 | 16.81189 | 18.54758 |
| 7 | 6.34581 | 9.03715 | 12.01704 | 14.06714 | 16.01276 | 18.47531 | 20.27774 |
| 8 | 7.34412 | 10.21885 | 13.36157 | 15.50731 | 17.53455 | 20.09024 | 21.95495 |
| 9 | 8.34283 | 11.38875 | 14.68366 | 16.91898 | 19.02277 | 21.66599 | 23.58935 |
| 10 | 9.34182 | 12.54886 | 15.98718 | 18.30704 | 20.48318 | 23.20925 | 25.18818 |
| 11 | 10.34100 | 13.70069 | 17.27501 | 19.67514 | 21.92005 | 24.72497 | 26.75685 |
| 12 | 11.34032 | 14.84540 | 18.54935 | 21.02607 | 23.33666 | 26.21697 | 28.29952 |
| 13 | 12.33976 | 15.98391 | 19.81193 | 22.36203 | 24.73560 | 27.68825 | 29.81947 |
| 14 | 13.33927 | 17.11693 | 21.06414 | 23.68479 | 26.11895 | 29.14124 | 31.31935 |
| 15 | 14.33886 | 18.24509 | 22.30713 | 24.99579 | 27.48839 | 30.57791 | 32.80132 |
| 16 | 15.33850 | 19.36886 | 23.54183 | 26.29623 | 28.84535 | 31.99993 | 34.26719 |
| 17 | 16.33818 | 20.48868 | 24.76904 | 27.58711 | 30.19101 | 33.40866 | 35.71847 |
| 18 | 17.33790 | 21.60489 | 25.98942 | 28.86930 | 31.52638 | 34.80531 | 37.15645 |
| 19 | 18.33765 | 22.71781 | 27.20357 | 30.14353 | 32.85233 | 36.19087 | 38.58226 |
| 20 | 19.33743 | 23.82769 | 28.41198 | 31.41043 | 34.16961 | 37.56623 | 39.99685 |
| 21 | 20.33723 | 24.93478 | 29.61509 | 32.67057 | 35.47888 | 38.93217 | 41.40106 |
| 22 | 21.33704 | 26.03927 | 30.81328 | 33.92444 | 36.78071 | 40.28936 | 42.79565 |
| 23 | 22.33688 | 27.14134 | 32.00690 | 35.17246 | 38.07563 | 41.63840 | 44.18128 |
| 24 | 23.33673 | 28.24115 | 33.19624 | 36.41503 | 39.36408 | 42.97982 | 45.55851 |
| 25 | 24.33659 | 29.33885 | 34.38159 | 37.65248 | 40.64647 | 44.31410 | 46.92789 |
| 26 | 25.33646 | 30.43457 | 35.56317 | 38.88514 | 41.92317 | 45.64168 | 48.28988 |
| 27 | 26.33634 | 31.52841 | 36.74122 | 40.11327 | 43.19451 | 46.96294 | 49.64492 |
| 28 | 27.33623 | 32.62049 | 37.91592 | 41.33714 | 44.46079 | 48.27824 | 50.99338 |
| 29 | 28.33613 | 33.71091 | 39.08747 | 42.55697 | 45.72229 | 49.58788 | 52.33562 |
| 30 | 29.33603 | 34.79974 | 40.25602 | 43.77297 | 46.97924 | 50.89218 | 53.67196 |

Кафедра системного анализа и информационных технологий

Учебное пособие

**Выполнение курсовой работы по теории вероятностей и математической статистике**

Андрей Григорьевич Курицын

Отпечатано с оригинал-макета. Формат $60\times90\ ^1/_{16}$

Печ.л. 1,6. Тираж 25 экз.

Санкт-Петербургский государственный технологический институт

(Технический университет)

190013, Санкт-Петербург, Московский пр., 26

Типография издательства СПбГТИ(ТУ),

тел. 49-49-365