

ЗАДАЧА 3

На рис. 1 показаны схемы электрических цепей постоянного тока с одним нелинейным элементом. Вольтамперные характеристики (ВАХ) нелинейных элементов цепей при положительных значениях тока ($I \geq 0$) и напряжения ($U \geq 0$) заданы аналитически двумя способами: либо $I = \alpha U + \beta U^2$, либо $U = aI + bI^2$. Значения коэффициентов α и β или a и b , а также параметры линейных сопротивлений и источников энергии приведены в табл. 1.

Требуется:

1. Рассчитать токи во всех ветвях схемы.
2. Определить напряжение на нелинейном элементе.

Таблица 1

Последняя, предпоследняя или третья от конца цифра шифра студента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Номер схемы	9	8	7	6	5	4	3	2	1	9
$E, В$	12	-	6	-	12	-	6	6	20	10
$J, А$	2	1	-	2	-	2	-	1	1	2
Схема и значения E и J выбираются по последней цифре шифра										
$R_1, Ом$	10	20	16	20	40	20	12	24	12	16
$R_2, Ом$	16	12	24	20	24	16	18	24	12	10
Значения R_1 и R_2 выбираются по предпоследней цифре шифра										
$\alpha, См$	1	-	-	3	-	2	-	1	-	3
$\beta, См \cdot В^{-1}$	0,2	-	-	0,3	-	0,4	-	0,4	-	0,5
$a, Ом$	-	12	10	-	12	-	16	-	10	-
$b, Ом \cdot А^{-1}$	-	2	3	-	3	-	2	-	2	-
Значения α, β, a, b выбираются по третьей от конца цифре шифра										

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Целесообразно принять следующий порядок решения задачи:

1. Преобразуем источники тока в эквивалентные ЭДС.
2. Для преобразованной цепи составим уравнения по законам Кирхгофа. В зависимости от конфигурации цепи может быть одно нелинейное уравнение или система уравнений.

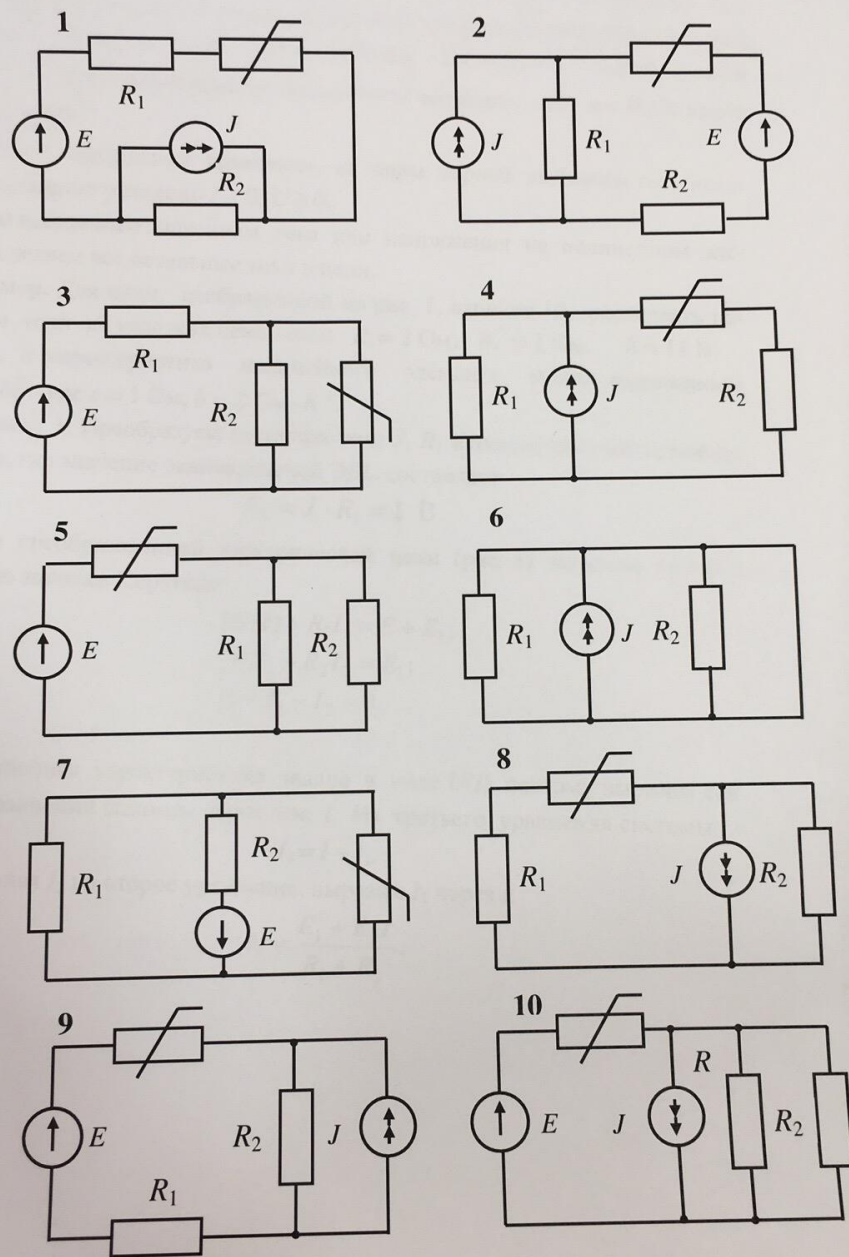


Рис. 4

3. Исключаем из системы уравнений токи и напряжения на линейных элементах, выразив их через напряжение или ток нелинейного элемента. При этом система приводится к одному квадратному уравнению относительно тока нелинейного элемента, если характеристика последнего задана в виде $U = aI + bI^2$, или напряжения на нелинейном элементе, если его ВАХ имеет вид $I = \alpha U + \beta U^2$.

4. Решая квадратные уравнения, из пары корней выбираем тот, который удовлетворяет условиям $I \geq 0, U \geq 0$.

5. По найденным значениям тока или напряжения на нелинейном элементе определяем все остальные токи в цепи.

Пример. Для цепи, изображенной на рис. 1, вариант 10, рассчитать напряжения и токи на участках цепи, если $R_1 = 2 \text{ Ом}; R_2 = 1 \text{ Ом}; E = 11 \text{ В}; J = 0,5 \text{ А}$, а характеристика нелинейного элемента задана выражением $U(I) = aI + bI^2$, где $a = 1 \text{ Ом}; b = 2 \text{ Ом} \cdot \text{А}^{-1}$.

Решение. 1. Преобразуем источник тока J, R_1 в эквивалентный источник напряжения, где значение эквивалентной ЭДС составляет

$$E_1 = J \cdot R_1 = 1 \text{ В}.$$

2. Для преобразованной электрической цепи (рис. 5) запишем систему уравнений по законам Кирхгофа

$$\begin{cases} U(I) + R_1 I_1 = E + E_1; \\ R_1 I_1 - R_2 I_2 = E_1; \\ I - I_1 - I_2 = 0. \end{cases}$$

3. Нелинейная характеристика задана в виде $U(I)$, поэтому выразим ток I_1 в первом уравнении системы через ток I . Из третьего уравнения системы

$$I_2 = I - I_1.$$

Подставляя I_2 во второе уравнение, выразим I_1 через I :

$$I_1 = \frac{E_1 + R_2 I}{R_1 + R_2}.$$

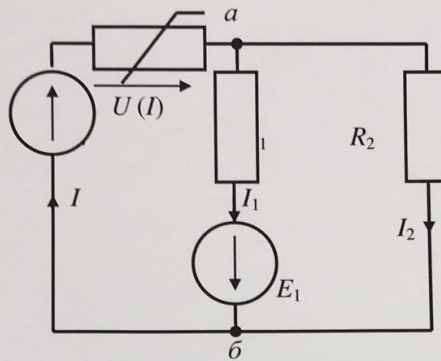


Рис. 5

Подставим выражение для I_1 и нелинейную зависимость $U(I) = aI + bI^2$ в первое уравнение и получим квадратное уравнение относительно тока I

$$bI^2 + \left(a + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) I + \frac{R_1 E_1}{R_1 + R_2} - E - E_1 = 0,$$

которое после подстановки исходных данных принимает вид $6I^2 + 5I - 34 = 0$.

4. Решение этого уравнения $I = 2\text{ A}$; $I = -2,8\text{ A}$, причем решение $I = -2,8$ не удовлетворяет условиям $I \geq 0$ и поэтому не имеет физического смысла.

5. В результате токи и напряжения в цепи равны:

$$I = 2\text{ A}; \quad U = aI + bI^2 = 10\text{ В}; \quad U_{ab} = E - U = 1\text{ В};$$

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = 1\text{ A}; \quad I_1 = \frac{U_{ab} + E_1}{R_1} = 1\text{ A}.$$