

Типовой расчет

дисциплина: «Методы оптимальных решений»

Требования к оформлению типового расчета

1. Работа оформляется в тонкой тетради (12-18 листов).
2. Титульный лист тетради должен содержать:
 - а) ФИО студента, группу, вариант;
 - б) название дисциплины;
 - в) ФИО преподавателя.
3. Условия задач должны быть переписаны в тетрадь. Изложение решения должно быть подробным и ясным.

Работа не соответствующая требованиям будет возвращена без проверки.

Задачи

Задачи 1-5 по вариантам. Номер варианта соответствует порядковому номеру студента в журнале преподавателя.

Задания для типовых расчетов и лабораторных работ по курсу «Мат. моделирование» направления «Строительство».

Задание 1. Дана функция двух переменных $f(x_1, x_2)$.

- a. Найти стационарную точку функции $f(x_1, x_2)$, вычислить в ней значение функции и градиент. (В отчете указать метод решения системы уравнений.)
- b. Проверить функцию $f(x_1, x_2)$ на выпуклость/вогнутость.
- c. Определить экстремумы функции $f(x_1, x_2)$, если они есть. Ответ обосновать, как аналитически, так и с помощью надстройки «Поиск решений» программы Excel MS Office.

1.1. $f(x_1, x_2) = 3x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_2^2 - 3x_1 + 2x_2 + 5$

1.2. $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_1x_2 + 5x_2^2 - 50x_1 + 60x_2 - 5$

1.3. $f(x_1, x_2) = 7x_1^2 - 2x_1x_2 + 8x_2^2 - 2x_1 + x_2 + 10$

1.4. $f(x_1, x_2) = 3x_1^2 - 3x_1x_2 + 9x_2^2 + 5x_1 - 8x_2 + 5$

1.5. $f(x_1, x_2) = 3x_1^2 - 2x_1x_2 + 6x_2^2 + 10x_1 - 12x_2 + 3$

1.6. $f(x_1, x_2) = 18x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2 + 16x_1 - 16x_2 + 2$

1.7. $f(x_1, x_2) = 9x_1^2 - 5x_1x_2 + 21x_2^2 - 14x_1 - 44,5x_2 + 2$

1.8. $f(x_1, x_2) = 5x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 - 10x_1 - x_2 - 5$

1.9. $f(x_1, x_2) = 2(x_1 - 5)^2 + 3(x_2 - 4)^2$

1.10. $f(x_1, x_2) = 7x_1^2 + 2x_1x_2 + 5x_2^2 + x_1 - 10x_2 - 5$

1.11. $f(x_1, x_2) = 10x_1^2 + 3x_1x_2 + 8x_2^2 - 3x_1 + 2x_2 + 5$

1.12. $f(x_1, x_2) = -10x_1^2 + 3x_1x_2 + 8x_2^2 + 3x_1 + x_2$

1.13. $f(x_1, x_2) = -6x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 - 4x_1 + 5x_2 + 10$

1.14. $f(x_1, x_2) = 20x_1^2 + 2x_1x_2 - 40x_2^2 - 4x_1 + 5x_2 + 10$

1.15. $f(x_1, x_2) = 20x_1^2 + 2x_1x_2 + 40x_2^2 - 40x_1 + 50x_2 + 1$

1.16. $f(x_1, x_2) = 5x_1^2 + x_1x_2 + 5x_2^2 - 5x_1 + 2x_2 - 5$

1.17. $f(x_1, x_2) = -5x_1^2 + 5x_1x_2 - 6x_2^2 - 10x_1 - 2x_2 - 5$

1.18. $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 3x_1x_2 + 4x_2^2 - 10x_1 - 2x_2 + 9$

1.19. $f(x_1, x_2) = 11x_1^2 + 8x_1x_2 + 6x_2^2 + 30x_1 - 20x_2 + 25$

- 1.20. $f(x_1, x_2) = 21x_1^2 + 5x_1x_2 + 10x_2^2 + 3x_1 + 2x_2 + 1$
- 1.21. $f(x_1, x_2) = 12x_1^2 + 10x_1x_2 + 11x_2^2 - 45x_1 - 30x_2 + 3$
- 1.22. $f(x_1, x_2) = 27x_1^2 + 25x_1x_2 + 41x_2^2 - 55x_1 - 60x_2 + 5$
- 1.23. $f(x_1, x_2) = 67x_1^2 + 35x_1x_2 + 51x_2^2 - 45x_1 - 60x_2 + 10$
- 1.24. $f(x_1, x_2) = 23x_1^2 + 15x_1x_2 + 17x_2^2 - 51x_1 - 40x_2 + 11$
- 1.25. $f(x_1, x_2) = 13x_1^2 + 19x_1x_2 + 71x_2^2 - 51x_1 - 93x_2 + 1$
- 1.26. $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 7x_1x_2 + 5x_2^2 - 21x_1 - 23x_2 + 3$
- 1.27. $f(x_1, x_2) = 6x_1^2 + 6x_1x_2 + 6x_2^2 - 11x_1 - 13x_2 + 3$
- 1.28. $f(x_1, x_2) = 16x_1^2 + 13x_1x_2 + 3x_2^2 - 91x_1 - 40x_2 + 3$
- 1.29. $f(x_1, x_2) = 61x_1^2 + 34x_1x_2 + 35x_2^2 - 52x_1 - 26x_2 + 7$
- 1.30. $f(x_1, x_2) = 33x_1^2 + 14x_1x_2 + 8x_2^2 - 92x_1 - 99x_2 + 7$
- 1.31. $f(x_1, x_2) = 20x_1^2 + 34x_1x_2 + 9x_2^2 - 52x_1 - 26x_2 + 7$
- 1.32. $f(x_1, x_2) = 16x_1^2 + 14x_1x_2 + 2x_2^2 - 62x_1 - 22x_2 + 7$

Задание 2. Для задач

$$f(x_1, x_2) \rightarrow \max, \min,$$

$$x \in D$$

- Определить экстремумы функции $f(x_1, x_2)$ с помощью надстройки «Поиск решений» программы Excel MS Office.
- Построить область допустимых планов D и изобразить найденные экстремальные точки.
- Составить и проверить условия Куна-Таккера для одной из экстремальных точек.

Целевую функцию $f(x_1, x_2)$ взять из задания 1, а систему ограничений из задания 4.

Задание 3. Составить математическую модель и найти оптимальное решение, используя процедуру «поиск решения» (“solver”) MS Excel. Ответ записать в развернутой форме.

3.1. Магазин оптовой торговли реализует три вида продукции П1, П2 и П3 в условиях, когда ограничена полезная площадь помещений, которая с учетом коэффициента оборачиваемости составляет 450 м^2 , и рабочее время работников магазина составляет $600 \text{ чел} \cdot \text{час}$. Товарооборот должен быть не меньше 240 тыс. руб. Затраты ресурсов и получаемая прибыль даны в табл. Разработать план товарооборота, обеспечивающий максимум прибыли.

Ресурсы	Затраты ресурсов на реализацию товара стоимостью 1 тыс. руб.			Таблица.
	П1	П2	П3	Объем
				ресурса
Полезная площадь, м ²	1.5	2	3	450
Рабочее время, чел*час	3	2	1.5	600
Прибыль, тыс. руб.	50	65	70	

3.2. Двум погрузчикам равной мощности за 24 часа нужно погрузить на первой площадке 230 т, на второй 168 т. Первый погрузчик на первой площадке может погрузить 10 т в час, на второй - 12 т. Второй погрузчик на каждой площадке может погрузить по 13 т в час. Стоимость погрузки 1 т первым погрузчиком на первой площадке равна 8 тыс. руб., на второй 7 тыс. руб., вторым погрузчиком на первой площадке - 12 тыс. руб., на второй - 13 тыс. руб. Первый погрузчик на второй площадке может работать не более 16 час. Найти такой план работ, чтобы стоимость работ была минимальной.

3.3. Процесс изготовления двух видов изделий состоит в последовательной обработке каждого изделия на трех станках. Время использования станков ограничено 10 ч в сутки. Время обработки и прибыль от продажи одного изделия указаны в табл. Найти оптимальные объемы производства.

Изделие	Время обработки 1 изделия, мин			Удельная прибыль
	Станок 1	Станок 2	Станок 3	
1	10	6	8	2\$
2	5	20	15	3\$

3.4. Производится два вида продукции - А и В. Объем сбыта продукции А составляет не менее 60% от общего объема реализации А и В. Для изготовления продукции А и В используется одно и то же сырье, суточный запас которого ограничен величиной 100\$. Расход сырья на единицу продукции А составляет 2\$, а на единицу продукции В - 4\$. Цены на продукцию А и В равны 20\$ и 40\$ соответственно. Определить оптимальное распределение сырья для изготовления продукции А и В.

3.5. Изделия четырех типов проходят последовательную обработку на двух станках. Время обработки одного изделия каждого типа на каждом из станков, стоимость изделий, стоимость часа работы каждого станка и максимально возможное время использования каждого станка приведены в табл. Определить максимальную чистую прибыль.

Таблица.

Станок	Время обработки одного изделия, час.				Стоимость 1 часа работы станка, \$	Максим. время работы, час.
	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 4		
Станок 1	2	3	4	2	10	500
Станок 2	3	2	1	2	15	380
Цена изделия	65	70	55	45		

3.6. Планируется выпуск мужских и женских костюмов. На женский костюм требуется 1 м шерсти, 2 м лавсана и 1 человеко-день трудозатрат, на мужской костюм - 3.5 м шерсти, 0.5 м лавсана и 1 человеко-день трудозатрат. Всего имеется 350 м шерсти, 240 м лавсана и 150 человеко-дней трудозатрат. По плану предусматривается выпуск не менее 110 костюмов, причем необходимо обеспечить прибыль не менее 1400\$. Прибыль от реализации женского костюма составляет 10\$, а от мужского - 20\$. Определить максимальную прибыль.

3.7. При проведении капитального ремонта дома фирма возводит перегородки двух типов: гипсобетонные и каркасные с обшивкой листами сухой штукатурки. Ресурсы, необходимые для изготовления 1 м², и месячные фонды указаны в табл. Найти такой месячный план (в м²) производства перегородок, чтобы их суммарная площадь была максимальна.

Таблица.

Наименование ресурса	Единица измерения	Расход на 1 кв. м		Месячные фонды
		Гипсобетонные перегородки	Каркасные перегородки	
Гипсобетон	м ³	0.08	0.00	160
Пиломатериалы	м ³	0.01	0.022	50
Сухая штукатурка	м ²	0.00	2.1	4200
Рабочая сила	чел.-дн.	0.17	0.27	675

3.8. Распределить станки четырех типов по пяти видам работ. Стоимость одной операции, осуществляемой на станках разных типов для разных работ приведена в табл.

Таблица.

Тип станков	Тип работ				
	1	2	3	4	5
1	10	2	3	15	9
2	5	10	15	2	4
3	15	5	14	7	15
4	20	15	13	-	8

В наличии имеется 25, 30, 20, 30 станков каждого типа соответственно. Каждый вид работ заключается в выполнении 20, 20, 30, 10 и 25 операций соответственно. На станке типа 4 не может выполняться работа типа 4. Определить оптимальное распределение станков по работам.

3.9. Фирма рекламирует свою продукцию по радио и телевидению. Затраты на рекламу не могут превышать 1000\$ в месяц. Минута рекламы на радио стоит 5\$, минута телерекламы - 100\$. Фирма планирует использовать радиорекламу по крайней мере в два раза чаще, чем телерекламу. Опыт показал, что минута телерекламы обеспечивает объем сбыта в 25 раз больший, чем минута радиорекламы. Определить оптимальное распределение средств на рекламу.

3.10. Денежные средства могут быть использованы для финансирования двух проектов. Проект А гарантирует получение прибыли в размере 70 центов на вложенный доллар через год. Проект В гарантирует получение прибыли в размере 2\$ на каждый инвестированный доллар, но через два года. При финансировании проекта В период инвестиций должен быть кратным двум годам. Как следует распорядиться капиталом в 100000\$, чтобы получить максимальную прибыль через три года после начала вложений.

3.11. Для сборки двух видов приборов а и б применяются три типа микросхем А, В и С. На один прибор а затрачивается одна микросхема А, три микросхемы В, а на один прибор б соответственно две микросхемы А и четыре С. Запас микросхем А и В по 30 штук. С - 40 штук. Сколько приборов каждого вида необходимо собрать для получения максимального дохода, если стоимость одного прибора а - 10 рублей, а б - 20 рублей.

3.12. Строительная организация планирует сооружение домов типа D_1 , D_2 , D_3 с однокомнатными, двухкомнатными и трехкомнатными квартирами. Один дом D_1 состоит из 10 одно-, 50 двух- и 35 трех-комнатных квартир. Для домов D_2 и D_3 эти данные равны соответственно 20, 60, 10 и 15, 30, 5. Годовой план ввода жилой площади составляет не менее 700 однокомнатных, 2000 двухкомнатных и 600 трехкомнатных квартир. Требуется составить программу строительства так, чтобы выполнить годового дома D_1 , D_2 и D_3 составляют соответственно известно, что затраты на возведение одного дома D_1 , D_2 и D_3 составляют соответственно 700, 400 и 300 тыс. руб.

3.13. В мастерской при изготовлении столов, шкафов и тумбочек применяются два вида древесины. На один стол расходуется 0.15 м^3 древесины первого вида и 0.2 м^3 - второго, на один шкаф - 0.2 м^3 и 0.1 м^3 соответственно, а на одну тумбочку 0.05 м^3 древесины первого вида. В наличии имеется 60 м^3 древесины первого вида и 40 м^3 второго. Количество выпущенных шкафов должно быть не менее 200. Выпуск столов и тумбочек не запланирован. Прибыль мастерской от производства одного стола составляет 12 рублей, шкафа - 15 рублей, тумбочки - 3 рубля. Сколько столов, шкафов и тумбочек должна изготовить мастерская, чтобы получить наибольшую прибыль?

3.14. Хлебозавод выпускает кексы, бисквиты, сдобные булочки и сухари. Расход муки двух видов и различных добавок в центнерах на центнер каждого вида изделий приведен в таблице.

Вид сырья Вид изделия	Мука высший сорт	Мука I сорт	Сахар	Изюм	Другие компоненты
Кексы	0,2	0,3	0,1	0,001	0,1
Бисквиты	0,4	-	0,2	-	0,2
Сдобные булочки	0,1	0,4	0,1	0,001	-
Сухари	-	0,6	0,2	-	0,1

Лимит сырья в центнерах, данный заводу на месяц, составляет соответственно 500ц, 900ц, 700ц, 10ц и 250ц. Сколько центнеров изделий каждого вида должен выпускать хлебозавод для получения максимальной прибыли, если при реализации 1ц кексов завод получает 50 рублей прибыли, 1ц бисквитов – 55 рублей, сдобных булочек – 20 рублей, сухарей – 30 рублей.

3.15. На станках двух типов А и В изготавливают изделия трех видов а, б и в. Для изготовления одного изделия первого вида используются в течение рабочего дня два станка типа А и два станка типа В; для изделий второго и третьего вида эти числа равны 4, 2 и 2, 1. Всего в цехе имеется 20 станков типа А и 16 – типа В. Прибыль от выпуска одного изделия а составляет 1 рубль, б – 2 рубля, в – 4 рубля. Количество выпущенных за рабочий день изделий а и б в сумме должно быть не менее 4 (выпуск наиболее выгодных изделий не запланирован). Сколько нужно ежедневно выпускать изделий каждого вида, чтобы получить максимальную прибыль?

3.16. Пошивочный цех обувной фабрики изготавливает 3 вида обуви из поступающих из раскройного цеха заготовок 5 типов, расход которых на пару каждого вида приведен в таблице.

Вид обуви	I					II					III				
Количество заготовок	2	1	0	0	1	2	0	4	2	0	0	2	2	4	1

Запас заготовок первого типа 90 штук, второго – 60 штук, третьего – 120 штук, четвертого – 130 штук, пятого – 40 штук. Сколько пар обуви каждого вида следует выпустить фабрике для получения максимальной прибыли, если при реализации одной пары обуви каждого вида она составляет 3 рубля, 5 рублей и 8 рублей соответственно.

3.17. Цех выпускает три вида столярных изделий с использованием трех видов сырья, расход которого на единицу каждого вида изделий приведен в таблице.

Изделие	I					II					III				
Расход сырья	5	1	4	2	6	5	3	8	10						

Запасы сырья каждого вида на планируемый период составляют 200, 320 и 400 единиц соответственно. План выпуска изделий каждого вида за этот же период составляет 10, 20, 15 единиц. Сколько единиц изделий каждого вида необходимо выпускать для получения максимальной прибыли и выполнения плана, если прибыль, получаемая от реализации одного изделия каждого вида, составляет соответственно 6 рублей, 12 рублей, 15 рублей. Сколько единиц каждого вида необходимо выпускать для получения максимальной прибыли и вы-

полнения плана, если прибыль, получаемая от реализации одного изделия каждого вида, составляет соответственно 6 рублей, 12 рублей, 15 рублей.

3.18. На приобретение оборудования для нового производственного участка имеются капиталовложения 50 тыс. рублей, а для размещения выделена площадь в 74 м^2 . Можно приобрести оборудование трех видов. Единица оборудования первого вида занимает 9 м^2 и стоит 6 тыс. рублей. Для оборудования 2-ого и 3-ого вида эти данные таковы: 4 м^2 и 3 тыс. рублей, 3 м^2 и 1 тыс. рублей. Прибыль от единицы нового оборудования составляет 12, 6 и 2 тыс. рублей соответственно. Сколько нужно приобрести нового оборудования каждого вида, чтобы получить наибольшую прибыль и при этом полностью израсходовать выделенные капиталовложения.

3.19. В цехе химического производства для изготовления трех видов продукции А, В и С используются два технологических способа L и N. Выход продукции и расходы сырья a , b и c при применении каждого технологического способа заданы в таблице.

	A	B	C	a	b	c		A	B	C	a	b	c
L	1	3	3	5	8	0	N	5	6	2	8	12	2

Запасы сырья на плановый срок составляют: $a - 250$ единиц, $b - 400$ единиц, $c - 10$ единиц. Стоимость единицы продукции каждого вида 3 рубля, 4 рубля, 2 рубля соответственно. Стоимость единицы продукции каждого вида 3 рубля, 4 рубля, 2 рубля соответственно. Как спланировать в течение планового периода выпуск готовой продукции каждым из технологических способов, чтобы получить максимальный доход?

3.20. Для изготовления пластмассовых втулок и шестеренок требуется стеклоткань, эпоксидная смола и отвердитель. На изготовление одной втулки затрачивается 4 единицы стеклоткани, 3 - эпоксидной смолы и 2 - отвердителя, а на изготовление одной шестеренки - соответственно 3, 4 и 6 ед. материалов. Прибыль предприятия от изготовления одной втулки составляет 2 рубля, а шестеренки - 4 рубля. Сколько втулок и шестеренок должно изготавливать предприятие для получения наибольшей прибыли, если в его распоряжении имеется 480 единиц стеклоткани, 444 единиц эпоксидной смолы и 54 единицы отвердителя.

3.21. Фабрика располагает 100 ткацкими станками I типа и 200 - II типа. Станки могут производить ткани трех видов (a , b и c). Ежедневная производительность каждого из станков типа I и II при производстве ткани a , b и c в метрах задана в таблице.

	a	b	c		a	b	c
I	80	35	64	II	90	45	68

Прибыль от реализации одного метра ткани a составляет 1 рубль, $b - 2$ рубля, $c - 3$ рубля. Фабрика обязана производить за день не менее 6400м ткани a , не менее 9000м - b и не менее 450м - c . Требуется так распределить загрузку станков тканями различного вида, чтобы план был выполнен, и ежедневная прибыль была наибольшей.

3.22. Студенческая столовая ежедневно готовит три варианта комплексных обедов: мясной по цене 65 руб., рыбный - по 45 руб. и диетический - по 60 руб. Суммарное количество реализованных обедов не превосходит 660, из них суммарное количество мясных и рыбных, по крайней мере, в 10 раз больше диетических, а количество мясных, по крайней мере, вдвое

больше рыбных. Сколько комплексных обедов каждого варианта должно быть приготовлено, чтобы суммарный кассовый сбор за них был максимальным?

3.23. Для изготовления хромоникелевой стали можно использовать два вида руды. Одна тонна руды первого вида содержит в своем составе 2 единицы железа, 1 – хрома, 2 – никеля, для одной тонны руды второго вида содержание этих компонентов составляет 4, 4,5, и 3 соответственно. В сплаве должно содержаться не менее 20 единиц железа, не менее 15 единиц хрома и не менее 10 единиц никеля. Сколько руды каждого вида надо взять для изготовления наиболее дешевого сплава, удовлетворяющего указанным условиям, если одна тонна руды первого вида стоит 4 денежных единицы, а второго – 10 денежных единиц?

3.24. Для озеленения периметра площади, длина которой 125 м, могут быть использованы георгины, бегонии и астры. На один погонный метр может быть высажено или 2 куста георгинов или 6 клубней бегонии, или 10 кустов астр. Стоимость куста георгинов 2 рубля, клубня бегонии – 1 рубль, куста астры – 20 копеек. Имеется в распоряжении 55 кустов георгинов, 320 клубней бегонии и 520 кустов астр. Найти количество растений каждого вида для обеспечения озеленения с наименьшей суммарной стоимостью цветов, при условии, что количество погонных метров, засаженных астрами и бегониями, должно быть одинаковым.

3.25. Для откорма крупного рогатого скота необходимо составить диету, пользуясь набором из трех видов кормов: сена, силоса и концентратов, запасы которых ограничены и соответственно составляют 20 кг, 25 кг и 10 кг в расчете на один день. В ежедневном рационе должно содержаться не менее 20 кормовых единиц, не менее 2000 единиц белка и не менее 100 г кальция. В 1 кг сена содержится 0,5 кормовых единиц, 40 единиц белка и 5 г кальция. Для силоса содержание этих веществ составляет 0,2, 10 и 4 соответственно, а для концентратов 1, 200 и 3. Найти самую дешевую диету, если известно, что 1 кг сена стоит 2 руб., силоса – 1 руб., концентратов – 4 руб.

3.26. Продукция может изготавливаться на любом из трех видов оборудования *A*, *B* и *C*, производительность которого (в т/ч) составляет 2, 5 и 4 соответственно. Стоимость одной тонны продукции, изготовленной на оборудовании *A*, равна 9 рублей, на оборудовании *B* – 8 рублей, на оборудовании *C* – 11 рублей. Сколько продукции должно быть произведено на каждом из видов оборудования, чтобы суммарная стоимость продукции была минимальной, общее количество готовой продукции было не менее 700 тонн, а заказ был выполнен не более чем за 400 часов.

3.27. Для откорма животных используются три вида кормов *a*, *b* и *c*. В 1 кг корма *a* содержится 3 единицы вещества *A*, 5 единиц – *B* и 7 единиц – *C*, в 1 кг корма *b* содержится этих питательных веществ 6, 3 и 5 единиц соответственно, а в 1 кг корма *c* – 4, 8 и 2. Известно, что в дневной рацион животного должно входить не менее 25 единиц вещества *A*, не менее 40 единиц *B* и не менее 30 единиц *C*. Какие корма и в каком количестве следует включать в дневной рацион, чтобы их суммарная стоимость была минимальной, если 1 кг корма *a* стоит 10 руб., *b* – 20 руб., *c* – 12 руб., а корма *a* следует расходовать не более 5 кг.

3.28. В мастерской изготавливаются два вида деталей, требующих обработки на токарных, фрезерных и револьверных станках. Деталь первого вида проходит обработку на токарном

станке в течение 30 минут, на фрезерном – 40 минут и на револьверном – 50 минут. Затраты времени на одну деталь второго вида составляют соответственно 60 минут, 30 минут и 20 минут. Суточный резерв времени для токарных станков 1020 минут, фрезерных – 910 минут, револьверных 1050 минут. Доход мастерской от изготовления одной детали первого вида 7 рублей, второго – 9 рублей. Сколько деталей должна ежедневно изготавливать мастерская для получения максимального дохода?

3.29. Цех выпускает мебель трех видов. Нормы расходов материалов в m^3 на единицу каждого из них составляют 0,032; 0,031; 0,038, нормы времени в ч/ч на них равны соответственно 10,2; 7,5; 5,8. Запас материалов на плановый период составляет $90 m^3$, а фонд рабочего времени – 17000 ч/ч. Оптовые цены единицы мебели каждого вида 93 рубля, 67 рублей, 30 рублей, а себестоимость ее изготовления в цехе соответственно 88 рублей, 64 рубля и 29,5 рублей. Плановый ассортимент выпуска мебели составляет 350 единиц, 290 единиц и 800 единиц. Найти план производства, при котором суммарный доход максимален.

3.30. На выемки породы общим объемом $900 m^3$ могут быть одновременно использованы три экскаватора А, В, С. Их производительности соответственно равны 10, 15, и $20 m^3/ч$, а расход горючего за 1ч работы составляет 12 л, 20 л, 25 л. Какой объем работы должен быть выполнен каждым экскаватором при минимальном расходе топлива, чтобы весь объем работ был произведен не более чем за 30 ч при условии, что экскаватор С может работать не более 12 ч.

3.31 Изделия A_1 и A_2 обрабатываются на станках S_1 и S_2 . на обработку одного изделия A_1 затрачивается 3 часа времени на станке S_1 и 7 часов – на станке S_2 . Для изделия A_2 аналогичные числа равны 6 и 4. Фонд времени работы каждого из станков S_1 и S_2 равен 260 часов. Цены изделий A_1 и A_2 равны 3 рубля и 4 рубля. За счет дополнительных затрат можно увеличить фонд времени: увеличение фонда времени на один час на станке S_1 обходится в 0,2 рубля, а на S_2 – 0,4 рубля. Составить план производства и увеличения фондов времени, при котором доход максимален. При этом изделий A_1 должно быть не более 30 штук, а A_2 – не более 40 штук.

3.32 Изделия B_1 B_2 проходят обработку на оборудовании O_1 и O_2 . на оборудовании O_1 затрачивается 3 часа времени на обработку одного изделия B_1 и 5 часов - B_2 . на оборудовании O_2 эти величины равны 4 часа и 2 часа. Фонд времени для оборудования O_1 равен 220 часов, для O_2 – 200 часов. Прибыль при реализации одного изделия B_1 составляет 2,7 рублей, а B_2 – 3,1 рубля. Расход на увеличение фонда времени на 1 час составляет: для оборудования O_1 – 0,5 рублей, а O_2 – 0,3 рубля. На увеличение фондов времени можно израсходовать не более 140 рублей. Найти план производства и расширения фонда времени, максимизирующий общий доход, при условии, что изделий B_1 производится не менее изделий B_2 .

Задание 4. Дана задача линейного программирования.

- Записать эту задачу в матричной форме
- Записать каноническую задачу, соответствующую данной.
- Решить первоначальную задачу геометрически.
- Найти начальный базисный план канонической задачи с помощью искусственных переменных.
- Решить каноническую задачу симплекс-методом.
- Написать двойственную задачу к данной в матричной и развернутой формах.
- Найти решение двойственной задачи и доказать его оптимальность с помощью теоремы двойственности.

1 $\max(5x_1 + 6x_2)$. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 2, \\ 4x_1 + 6x_2 \leq 17, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	2 $\max(x_1 + 3x_2)$. $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ x_1 + x_2 \leq 5, \\ 4x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	3 $\max(x_1 - 2x_2)$. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	4 $\max(2x_1 + x_2)$. $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \geq 15, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$
5 $\max(3x_1 - x_2)$. $\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 \leq 12, \\ -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \geq 1, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	6 $\max(2x_1 + 5x_2)$. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 1, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	7 $\max(x_1 - 2x_2)$. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ -x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 - 4x_2 \leq 4, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	8 $\max(2x_1 + x_2)$. $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$
9 $\min(x_1 - 2x_2)$. $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1 \leq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	10 $\min(-2x_1 + 3x_2)$. $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_1 + 4x_2 \geq 4, \\ -x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	11 $\min(x_1 + x_2)$. $\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \leq 7, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	12 $\min(5x_1 - 2x_2)$. $\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 \leq 12, \\ -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \geq 1, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$
13 $\min(2x_1 - 5x_2)$. $\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 \leq 12, \\ -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	14 $\max(2x_1 - x_2)$. $\begin{cases} x_1 - 4x_2 \leq 4, \\ x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	15 $\max(-x_1 + 2x_2)$. $\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	16 $\min(2x_1 + 3x_2)$. $\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1, \\ -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 2x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$
17 $\max(5x_1 + 3x_2)$.	18 $\max(x_1 + 3x_2)$.	19 $\max(2x_1 + x_2)$.	20 $\max(-x_1 + 4x_2)$.

$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 12, \\ x_1 - 2x_2 \geq 0, \\ x_1 \leq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3, \\ 7x_1 + 6x_2 \leq 42, \\ x_1 \leq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 \leq 3, \\ -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq 1, \\ x_2 \geq 3, \\ x_1 + 2x_2 \leq 13, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$
21 $\max(2x_1 + 5x_2)$, $\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 2, \\ 7x_1 - 3x_2 \leq 14, \\ 3x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	22 $\max(x_1 + 4x_2)$, $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2, \\ x_1 + 6x_2 \geq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	23 $\max(x_1 + 3x_2)$, $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - x_2 \leq 5, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 5, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	24 $\max(2x_1 + x_2)$, $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \geq 4, \\ x_1 + 3x_2 \geq 5, \\ 4x_1 + x_2 \leq 20, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$
25 $\max(2x_1 + 7x_2)$, $\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 \leq 5, \\ x_1 + x_2 \geq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	26 $\min(-x_1 + 2x_2)$, $\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 0, \\ x_1 + x_2 \geq 8, \\ 3x_1 - x_2 \leq 12, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	27 $\min(-2x_1 - 3x_2)$, $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ -x_1 + 6x_2 \leq 24, \\ 5x_1 - 3x_2 \leq 15, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	28 $\max(2x_1 + 3x_2)$, $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$
29 $\max(x_1 + x_2)$, $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \geq -3, \\ x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ 5x_1 + 8x_2 \leq 40, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	30 $\max(x_1 + 4x_2)$, $\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 \geq 20, \\ -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	31 $\min(x_1 + x_2)$, $\begin{cases} -x_1 + x_2 \geq -2, \\ x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ 5x_1 + 8x_2 \leq 40, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$	32 $\max(4x_1 + x_2)$, $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$

Задание 5. Однородный груз сосредоточен в m пунктах отправления (на m складах) A_1, A_2, \dots, A_m и должен быть распределен между n получателей B_1, B_2, \dots, B_n . Пусть a_i - объем запаса груза в пункте A_i ($i = \overline{1, m}$), b_j - объем заявки в пункте B_j ($j = \overline{1, n}$), $c_{i,j}$ - стоимость перевозки единицы груза из пункта A_i в пункт B_j ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$).

- Составить математическую модель с учетом данных задания и определить возможность удовлетворения всех заявок имеющимися запасами.
- Определить начальный базисный план транспортной задачи методом северо-западного угла и указать стоимость перевозки груза по этому плану.

- c. Определить начальный базисный план транспортной задачи методом наименьшей стоимости и указать стоимость перевозки груза по этому плану.
- d. Составить план перевозки груза, учитывающий запасы его в пунктах отправления и заявки на этот груз в пунктах получения, и также обеспечивающий наименьшую возможную стоимость перевозки с учетом тарифной матрицы C . Оптимальный план вычислить методом потенциалов, взяв за начальный план один из построенных выше.

Исходные данные взять из соответствующей номеру варианта таблицы

1	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	11	3	3	5	250
A_2	4	5	4	7	150
A_3	5	3	3	8	50
A_4	5	4	3	5	350
A_5	4	5	6	9	300
b_j	350	50	50	450	

2	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	12	5	5	9	330
A_2	4	5	6	7	320
A_3	4	4	5	9	410
A_4	2	3	4	8	430
A_5	4	4	5	6	400
b_j	330	320	450	400	

3	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	5	6	6	7	210
A_2	5	6	5	9	220
A_3	13	5	6	8	310
A_4	3	6	6	7	330
A_5	5	5	6	11	300
b_j	210	320	210	350	

4	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	7	7	6	11	100
A_2	7	4	8	9	150
A_3	14	6	4	8	200
A_4	6	6	6	7	180
A_5	5	7	6	9	220
b_j	100	180	170	200	

5	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	8	4	6	7	300
A_2	6	3	8	9	200
A_3	5	2	6	6	200
A_4	7	5	8	8	200
A_5	7	4	8	7	400
b_j	100	400	200	300	

6	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	7	7	6	7	7	100
A_2	5	8	8	8	11	120
A_3	7	9	9	5	7	200
A_4	8	7	6	4	8	250
b_j	100	120	230	240	280	

7	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	7	7	240
A_2	5	6	4	4	8	300
A_3	5	5	6	5	6	260
A_4	4	4	5	5	11	320
b_j	140	400	260	350	370	

8	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	7	7	100
A_2	5	4	4	4	8	120
A_3	4	6	5	7	6	80
A_4	3	3	5	5	11	100
b_j	100	80	120	130	110	

9	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	9	6	4	7	6	400
A_2	8	7	5	8	8	500
A_3	7	8	3	6	11	600
A_4	6	7	4	8	9	700
b_j	400	500	550	750	500	

10	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	6	4	4	7	300
A_2	6	5	5	5	8	200
A_3	7	4	6	5	9	100
A_4	6	6	5	6	11	400
b_j	400	100	100	500	250	

11	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	11	5	5	4	5	330
A_2	9	5	6	2	6	320
A_3	8	4	5	5	6	410
A_4	7	3	5	6	4	430
A_5	4	4	5	3	4	400
b_j	340	370	420	410	350	

12	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	6	7	8	9	9	100
A_2	5	6	7	8	6	75
A_3	4	6	7	8	8	100
A_4	3	5	6	7	12	150
A_5	5	6	7	8	7	100
b_j	80	80	120	130	115	

13	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	6	6	8	9	13	50
A_2	3	6	8	8	9	100
A_3	4	6	7	8	7	150
A_4	5	5	5	7	11	150
A_5	5	7	7	8	8	200
b_j	80	100	140	160	170	

14	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	8	8	8	5	7	200
A_2	6	7	7	8	14	250
A_3	5	6	7	3	9	250
A_4	6	7	8	7	11	300
A_5	6	5	6	4	8	200
b_j	150	220	230	240	360	

5	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	6	15	250
A_2	8	7	6	5	9	300
A_3	5	6	7	7	8	350
A_4	7	6	6	7	7	300
A_5	6	5	6	7	6	250
b_j	250	270	280	290	360	

16	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	5	6	6	16	110
A_2	6	7	6	5	9	130
A_3	5	6	7	7	8	140
A_4	7	6	6	7	11	150
A_5	6	5	6	7	9	160
b_j	100	120	120	180	170	

17	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	6	7	200
A_2	5	5	6	7	7	220
A_3	5	6	6	7	7	240
A_4	6	6	7	6	5	260
A_5	6	5	6	7	6	280
b_j	180	230	250	270	270	

18	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	7	5	6	6	5	300
A_2	7	5	6	7	5	320
A_3	6	6	6	7	5	340
A_4	7	6	7	6	7	360
A_5	8	5	6	7	7	380
b_j	280	330	350	370	370	

19	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	3	3	4	4	5	400
A_2	4	5	6	7	6	420
A_3	4	4	5	5	6	400
A_4	7	6	5	6	4	440
A_5	4	7	5	6	6	400
b_j	340	440	460	430	390	

20	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	3	3	4	4	5	350
A_2	4	5	6	2	6	370
A_3	4	4	5	5	6	390
A_4	2	2	5	3	4	430
A_5	4	2	5	6	6	400
b_j	340	380	420	410	390	

21	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	2	2	5	4	5	330
A_2	3	4	3	3	3	320
A_3	4	4	5	5	6	410
A_4	3	3	5	6	4	430
A_5	4	4	5	3	4	400
b_j	408	444	504	492	420	

22	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	3	7	8	7	6	100
A_2	5	6	7	8	6	80
A_3	4	6	7	8	7	100
A_4	3	5	6	7	8	150
A_5	5	6	7	8	6	100
b_j	120	120	180	195	180	

15	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	6	15	250
A_2	8	7	6	5	9	300
A_3	5	6	7	7	8	350
A_4	7	6	6	7	7	300
A_5	6	5	6	7	6	250
b_j	250	270	280	290	360	

16	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	5	6	6	16	110
A_2	6	7	6	5	9	130
A_3	5	6	7	7	8	140
A_4	7	6	6	7	11	150
A_5	6	5	6	7	9	160
b_j	100	120	120	180	170	

17	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	6	7	200
A_2	5	5	6	7	7	220
A_3	5	6	6	7	7	240
A_4	6	6	7	6	5	260
A_5	6	5	6	7	6	280
b_j	180	230	250	270	270	

18	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	7	5	6	6	5	300
A_2	7	5	6	7	5	320
A_3	6	6	6	7	5	340
A_4	7	6	7	6	7	360
A_5	8	5	6	7	7	380
b_j	280	330	350	370	370	

19	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	3	3	4	4	5	400
A_2	4	5	6	7	6	420
A_3	4	4	5	5	6	400
A_4	7	6	5	6	4	440
A_5	4	7	5	6	6	400
b_j	340	440	460	430	390	

20	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	3	3	4	4	5	350
A_2	4	5	6	2	6	370
A_3	4	4	5	5	6	390
A_4	2	2	5	3	4	430
A_5	4	2	5	6	6	400
b_j	340	380	420	410	390	

21	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	2	2	5	4	5	330
A_2	3	4	3	3	3	320
A_3	4	4	5	5	6	410
A_4	3	3	5	6	4	430
A_5	4	4	5	3	4	400
b_j	408	444	504	492	420	

22	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	3	7	8	7	6	100
A_2	5	6	7	8	6	80
A_3	4	6	7	8	7	100
A_4	3	5	6	7	8	150
A_5	5	6	7	8	6	100
b_j	120	120	180	195	180	

23	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	3	6	8	6	8	52
A_2	3	6	8	6	5	100
A_3	4	6	7	6	7	150
A_4	5	5	5	7	6	150
A_5	5	7	7	8	6	200
b_j	100	125	175	200	215	

24	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	5	5	7	7	200
A_2	6	7	7	6	5	250
A_3	5	6	7	7	5	250
A_4	6	7	5	6	7	300
A_5	6	5	6	5	5	200
b_j	270	396	414	432	648	

25	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	6	4	250
A_2	3	3	6	5	7	300
A_3	5	6	7	7	4	350
A_4	7	6	4	4	7	300
A_5	6	5	6	7	6	250
b_j	300	324	336	348	432	

26	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	8	8	9	9	17	165
A_2	9	7	9	8	9	195
A_3	8	9	7	7	7	210
A_4	5	9	6	7	8	225
A_5	9	8	6	7	11	240
b_j	100	120	120	180	170	

27	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	4	5	6	4	9	240
A_2	7	5	6	7	8	264
A_3	7	6	8	7	7	288
A_4	3	6	7	8	5	312
A_5	5	8	6	7	6	336
b_j	180	230	250	270	270	

28	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	3	4	4	4	14	540
A_2	4	3	3	5	8	576
A_3	4	6	3	3	12	612
A_4	5	3	4	4	9	648
A_5	6	5	5	3	7	684
b_j	280	330	350	370	370	

29	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	5	7	7	9	500
A_2	6	6	6	4	5	525
A_3	6	7	5	6	8	500
A_4	4	5	4	5	14	550
A_5	6	4	6	4	7	500
b_j	340	440	460	430	390	

30	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	4	6	4	16	700
A_2	6	4	7	5	8	740
A_3	6	6	5	6	7	780
A_4	4	5	4	4	9	860
A_5	3	5	4	5	6	800
b_j	340	380	420	410	390	

31	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	5	7	7	5	100
A_2	6	6	6	4	3	150
A_3	6	7	5	6	6	200
A_4	4	5	4	5	7	250
A_5	6	4	6	4	12	390
b_j	220	175	180	425	90	

32	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	5	4	6	4	16	550
A_2	11	7	3	7	8	440
A_3	6	2	5	6	7	390
A_4	4	5	4	4	9	885
A_5	3	9	4	11	12	195
b_j	340	300	425	310	95	