

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлению вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

1 вариант.
1) $z = \sqrt{x - \sqrt{y - 1}}$.
2) $z = u + \sqrt{v}$ где $u = x^2 y$; $v = x^y$ при $x = e, y = 2$.
3) $xz^5 + y^3 z - x^3 = 0$; $M_0(1; 0; 1)$
4) $u = \ln(3 + x^2) - 8xyz$; $M_0(1; 1; 1)$; $S: x^2 - 2y^2 - 2z^2 = 1$.
5) $v = \frac{x^2}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6z^3}$; $u = \frac{yz^2}{x^2}$; $M_0(\sqrt{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{3}})$.
6) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 8z - 1 = 0$; $M_0(1; 2; 2)$.
7а) $x + y + 1 = 0$.
7б) $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$; $D: \{x + y + 1 \leq 0; y \geq 0; x \geq -3\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0); (y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлениям вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

2 вариант.

$$1) z = \ln \left(\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - 1 \right)$$

$$2) z = \operatorname{tg} u + \frac{1}{v}; \text{ где}$$

$$u = x^y; v = x^2 y \text{ при}$$

$$x = \sqrt{\pi}, y = 2$$

$$3) x - yz + e^z - 2 = 0;$$

$$M_0(1; 2; 0)$$

$$4) u = x\sqrt{y} + y\sqrt{z};$$

$$M_0(2; 4; 4);$$

$$S: 4z + 2x^2 - y^2 = 8;$$

$$5) v = \frac{4\sqrt{6}}{x} - \frac{\sqrt{6}}{9y} + \frac{3}{2};$$

$$u = x^2 yz^3; M_0 \left(2; \frac{1}{3}; \sqrt{\frac{3}{2}} \right).$$

$$6) x^2 + y^2 - x + 2y + 4z - 13 = 0;$$

$$M_0(2; 1; 2).$$

7а)

$$x + y - 1 = 0.$$

7б)

$$z = 4x^2 + 9y^2 - 4x -$$

$$- 6y + 3;$$

$$D: \{ x \geq 0; y \geq 0; x + y \leq 1 \}.$$

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлению вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

3 вариант.

1) $z = \arccos \frac{x^2 + y^2}{9}$

2) $z = \operatorname{arctg} u - \frac{1}{v}$; где

$u = x^2 + y^2$; $v = xy$ при $x = 1, y = 1$.

3) $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$;
 $M_0(1; 1; 1)$

4) $u = -2 \ln(5 - x^2) - 4xyz$;
 $M_0(1; 1; 1)$;
 $S: x^2 + 2y^2 - 2z^2 = 1$..

5) $v = 9\sqrt{2}x^3 - \frac{y^3}{2\sqrt{2}} - \frac{4z^3}{\sqrt{3}}$;
 $u = \frac{z^3}{xy^2}$; $M_0\left(\frac{1}{3}; 2; \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$.

6) $x^2 + 2y^2 - 3z^2 + xy + yz - 2xz + 16 = 0$
 $M_0(1; 2; 3)$.

7а) $x + y - 1 = 0$.

7б) $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$;
 $D: \{x \geq -1; y \geq -1; x + y \leq 1\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлениям функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

4 вариант.

$$1) z = \frac{x}{\sqrt{y-x}} + \frac{y}{\sqrt{y+x}}.$$

$$2) z = \frac{1}{\sqrt{xy}} - \sin(x^2 + y^2); \text{ при } x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}, y = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$

$$3) z^2 + 3xyz + 4 = 0;$$

$$M_0(1; 1; -1)$$

$$4) u = \frac{1}{4}x^2y - \sqrt{x^2 + 5z^2};$$

$$M_0(-2; \frac{1}{2}; 1);$$

$$S: z^2 = x^2 + 4y^2 - 4..$$

$$5) v = \frac{3}{x} + \frac{4}{y} - \frac{1}{\sqrt{6z}};$$

$$u = \frac{z}{x^3y^2}; M_0\left(1; 2; \frac{1}{\sqrt{6}}\right).$$

$$6) z = y + \ln \frac{x}{z}$$

$$M_0(1; 1; 1).$$

7а)

$$x^2 + y - 4 = 0.$$

$$7б) z = 10 + 2xy - x^2;$$

$$D: \{y \leq 4 - x^2; y \geq 0\}.$$

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлениям функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

5 вариант.

1) $z = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2}$.

2) $z = y \ln(x^2 - y^2)$; при $x=2, y=1$.

3) $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$;
 $M_0(1; 1; 1)$

4) $u = xz^2 - \sqrt{x^3 y}$;
 $M_0(2; 2; 4)$;
 $S: x^2 - y^2 - 3z + 12 = 0$.

5) $v = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6z^3}$;
 $u = \frac{x^2}{yz^2}; M_0\left(\sqrt{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

6) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{8} + 0$
 $M_0(4; 3; 4)$.

7а) $x + y + 2z = 0$.

7б) $z = 4x + 2y + 4x^2 + y^2 + 6$;
 $D: \{x \leq 0; y \leq 0; x+y+2 \geq 0\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлению вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

6 вариант.

1) $z = 1 + \sqrt{1 - (x - y)^2}$

2) $z = \cos\left(\frac{1}{y}\right) - \frac{1}{\sqrt{xy}}$; при

$$x = \frac{\pi}{2}, y = \frac{2}{\pi}.$$

3) $3(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + xz) = 35$
 $M_0(3; 4; 2)$

4) $u = x\sqrt{y - yz^2}$;

$$M_0(2; 1; -1);$$

$$S: x^2 + y^2 = 4z + 9..$$

5) $v = 3\sqrt{2}x^2 - \frac{y^2}{\sqrt{2}} - 3\sqrt{2}z^2$;

$$u = \frac{z^2}{xy^2}; M_0\left(\frac{1}{3}; 2; \sqrt{\frac{2}{3}}\right).$$

6) $x^2y^2 + 2x + z^3 = 16$
 $M_0(2; 1; 2)$.

7а)

$$x - y + 1 = 0.$$

7б)

$$z = y^2 + 2xy - x^2 - 4y;$$

$$D: \{x \leq 3; y \geq 0; y \leq x + 1\}.$$

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлениям функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

7 вариант.
1) $z = \ln(x^2 + y)$
2) $z = e^{x^2 y} \cdot \sqrt{x^2 - y^2}$; при $x = 1, y = 0$.
3) $2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xz - z + 8 = 0$ $M_0(2; 0; 1)$
4) $u = 7 \ln\left(\frac{1}{13} + x^2\right) - 4xyz$ $M_0(1; 1; 1)$; $S: 7x^2 - 4y^2 + 4z^2 = 7$.
5) $v = 6\sqrt{6}x^3 - 6\sqrt{6}y^3 + 2z^3$; $u = \frac{xz^2}{y}$; $M_0\left(\frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{1}{\sqrt{6}}; 1\right)$.
6) $z = \sin \frac{y}{xz}$ $M_0(2; \pi; 1)$.
7а) $x^2 - y = 0$.
7б) $z = 1 - 2xy + 2x^2$; $D: \{y \geq x^2; y \leq 1\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлениям функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

8 вариант.

1) $z = \sqrt{\frac{1}{x^2 + y^2 - 1}}$

2) $z = e^y \cdot \ln y$; при $x = 2, y = 1$.

3) $x + y + z - 1 = 2 \ln z$
 $M_0(2; -2; 1)$

4) $u = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + xy$
 $M_0(2; 2; -1)$;
 $S: x^2 + y^2 - 2z = 10$.

5) $v = \frac{\sqrt{6}}{2x} - \frac{\sqrt{6}}{2y} + \frac{2}{3z}$; $u = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + xy$
 $u = \frac{yz^2}{x}; M_0\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

6) $z = \operatorname{arctg} \frac{x+2}{y}$
 $M_0\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}\right)$.

7а)

$2x + y - 2 = 0$.

7б)

$z = 3 - 2x^2 - xy - y^2$;
 $D: \{x \leq 1; y \leq 2; 2x + y \geq 2\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлениям функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

9 вариант.

1) $z = \sqrt{1 - (x^2 + y^2)}$

2) $z = \frac{t^2}{v^2} + \sqrt{t+v} + \frac{1}{\cos(t+v)}$;

при

$$t = \frac{\pi}{2}, v = \frac{\pi}{2}.$$

3) $z^3 - 2xz - 2y = 0$

$$M_0(3; -2; 2)$$

4) $u = \ln(1 + x^2) - xy\sqrt{z}$

$$M_0(1; -2; 4);$$

$$S: 4x^2 - y^2 + z^2 = 16.$$

5) $v = 3\sqrt{2}x^2 - \frac{y^2}{\sqrt{2}} - 3\sqrt{2}z^2$;

$$u = \frac{xy^2}{z^2}; M_0\left(\frac{1}{3}; 2; \sqrt{\frac{2}{3}}\right).$$

6) $x = \ln(z^2 + y^2)$

$$M_0(0; 0; 1).$$

7а)

$$y^2 - x - 1 = 0.$$

7б) $z = y^2 - xy - 2$;

$$D: \{y^2 \geq x + 1; x \leq 0\}.$$

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z) = 0$ или по направлению вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y) = 0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = f(x, y)$ в области D .

10 вариант.

1) $z = \arcsin \frac{y}{x}$

2) $z = \arcsin y \sqrt{x}$;
при

$x = 1, y = \frac{3}{5}$.

3) $x^3 + z^3 - 6xz = y^3$
 $M_0(2; 2; 0)$

4) $u = \sqrt{x^2 + y^2} - z$
 $M_0(3; 4; 1)$;
 $S: x^2 + y^2 = 24z$.

5) $v = \frac{3}{x} + \frac{4}{y} - \frac{1}{\sqrt{6z}}$;

$u = \frac{x^3 y^2}{z}; M_0\left(1; 2; \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$.

6) $y = x \cdot \operatorname{tg} \frac{z}{2}$

$M_0(2; 2; \frac{\pi}{2})$.

7а)

$x + y - 1 = 0$.

7б)

$z = x^2 + 3y^2 + x - y$;

$D: \{x \leq 1; y \leq 1; x + y \geq 1\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z) = 0$ или по направлению вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y) = 0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = f(x, y)$ в области D .

11 вариант.

1) $z = \ln \frac{x}{y}$

2) $z = (x^2 + y^2)^{x^2 - y^2}$;

при

$$x = y = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

3) $x^2 + y^2 + z^2 = 42$

$M_0(1; 4; 5)$

4) $u = x\sqrt{y} - (z + y)\sqrt{x}$

$M_0(1; 1; -2)$;

$S: x^2 - y^2 + z^2 = 4.$

5) $v = -\frac{4\sqrt{2}}{x} + \frac{\sqrt{2}}{9y} + \frac{1}{\sqrt{3z}}$;

$$u = \frac{1}{x^2 y z}; M_0\left(2; \frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt{6}}\right).$$

6) $(8 - z^2)x^2 - 4y^2 = 0$

$M_0(2; 2; 2)$.

7а)

$$3x + 2y - 6 = 0.$$

7б)

$$z = x^2 - xy;$$

$$D: \{x \geq 0; y \geq 0; 3x + 2y \leq 6\}.$$

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлению вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

12 вариант.

1) $z = \ln y - \ln \cos x$

2) $z = x \sin y + x^2$;

при $x = 3$; $y = \frac{\pi}{2}$.

3) $\sin(x+z) + \cos(y-z) = 1$

$M_0\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{12}\right)$

4) $u = \sqrt{xy - \sqrt{4 - z^2}}$;

$M_0(1; 1; 0)$; $S: z = x^2 - y^2$.

5) $v = \frac{6}{x} + \frac{2}{y} - \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2z}}$;

$u = \frac{x^2}{y^2 z^3}$; $M_0\left(\sqrt{2}; \sqrt{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

6) $x^2 - 6x + 9y^2 + z^2 = -9 - 4z$; $M_0(3; 0; -4)$.

7а)

$x + y - 6 = 0$.

7б) $z = xy(4 - x - y)$;

$D: \{x \geq 1; y \geq 0; x + y \leq 6\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлению вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

13 вариант.

1) $z = \ln \sin x - \sqrt{y}$
2) $z = \arcsin \frac{u}{y} - \ln v$; при $u=0$; $v=1$.
3) $x^2 - y^2 + 2z^2 - 3xyz + y - z + 2 = 0$; $M_0(2; 1; 2)$
4) $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}$; $M_0(0; -3; 4)$; $S: 2x^2 - y^2 + z^2 = 7$.
5) $v = x^2 + 9y^2 + 6z^2$; $u = xyz$; $M_0\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$.
6) $x^2z + y^2z = 4$; $M_0(-2; 0; 1)$.
7а) $x - y + 1 = 0$.
7б) $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$; $D: \{x \leq 3; y \geq 0; y \leq x + 1\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлениям вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

14 вариант.

1) $z = \ln \left(\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} - 1 \right)$

2) $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{1}{y}$;

при $x = y = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

3) $2 - x - xy + yz - \ln(x + z) = 0$;

$M_0(0; -2; 1)$

4) $u = \ln(1 + x^2 + y^2) -$

$-\sqrt{x^2 + z^2}$;

$M_0(3; 0; -4)$;

$S: x^2 + 9y^2 - 6x + z^2 = 4z + 23$

5) $v = \frac{2}{x} + \frac{3}{2y} - \frac{\sqrt{6}}{4z}$;

$u = \frac{y^3}{x^2 z}$; $M_0 \left(\sqrt{\frac{2}{3}}; \sqrt{\frac{3}{2}}; \frac{1}{2} \right)$.

6) $x + y + \ln(z^2 + y^2) = 0$;

$M_0(-1; 1; 0)$.

7а)

$y - x^2 + 4 = 0$.

7б) $z = x^2 + 2xy - 10$;

$D: \{y \geq x^2 - 4; y \leq 0\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлениям функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

15 вариант.

1) $z = \ln(y^2 - 2x)$

2) $z = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{xy}}\right) \cdot e^y$;

при $x = y = 1$.

3) $\ln(z-x) + y + z = 0$;
 $M_0(1; -2; 2)$

4) $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}$;
 $M_0(1; 1; 1)$;
 $\vec{e} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

5) $v = \sqrt{2x^2 - \sqrt{2}y^2 - 6\sqrt{2}z^2}$;

$u = xy^2z$; $M_0\left(1; \frac{2}{3}; \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$.

6) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$;
 $M_0(2; 3; 4)$.

7а)

$x - y + 2 = 0$.

7б) $z = x^2 + 2xy - y^2 + 2x + 2y$;

$D: \{y \leq x + 2; y \geq 0; x \leq 2\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлению вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

16 вариант.

1) $z = \sqrt{x + \sqrt{y+1}}$

2) $z = y^2 + \sqrt{xz}$;

при $x = 1; y = z = 1$.

3) $yz^5 + x^3z - y^3 = 0$;

$M_0(0; 1; 1)$

4) $u = x + \ln(z^2 + y^2)$;

$M_0(2; 1; 1)$;

$\vec{l} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$

5) $v = -\frac{\sqrt{6}}{2x} + \frac{\sqrt{6}}{2y} - \frac{2}{3z}$;

$u = \frac{x}{yz^2}; M_0\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

6) $y^2 + x^2 - y + 2x +$;
 $+ 4z - 13 = 0$

$M_0(1; 2; 2)$.

7а)

$x + y + 1 = 0$.

7б) $z = y^2 - 2xy - x^2 + 4y + 1$;

$D: \{x + y + 1 \leq 0; x \geq 0; y \geq -3\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлению вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

17 вариант.

1) $z = \ln(-x - y)$

2) $z = \frac{1}{\cos t} + \operatorname{arctg} \frac{t+1}{v}$;
при $t = \pi$; $v = 1$.

3) $y - xz + e^z - 2 = 0$;
 $M_0(2; 1; 0)$

4) $u = x^2 y - \sqrt{xy + z^2}$;
 $M_0(1; 5; -2)$;
 $\vec{e} = 2\vec{j} - 2\vec{k}$

5) $v = \frac{6}{x} + \frac{2}{y} - \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2z}}$;

$u = \frac{y^2 z^3}{x^2}; M_0\left(\sqrt{2}; \sqrt{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

6) $z = x + \ln \frac{y}{z}$;

$M_0(1; 1; 1)$.

7а)

$y - 4x^2 + 4 = 0$.

7б) $z = x^2 + xy - 2$;

$D: \{y \geq 4x^2 - 4; y \leq 0\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлениям функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

18 вариант.
1) $z = \arcsin 3xy$
2) $z = x\sqrt{y^2 - x^2}$; при $x = 1; y = \sqrt{2}$.
3) $\frac{y}{z} = \ln \frac{z}{x} + 1$; $M_0(1; 1; 1)$
4) $u = y \ln(1 + x^2) - \operatorname{arctg} z$; $M_0(0; 1; 1)$; $\vec{e} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$
5) $v = \frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{2\sqrt{2}}{y} - \frac{3\sqrt{3}}{2z}$; $u = \frac{y^2 z^3}{x}; M_0\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
6) $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$; $M_0\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$.
7а) $2x - y = 0$.
7б) $z = 2x^2 + 2xy - \frac{y^2}{2} - 4x$; $D: \{x \geq 0; y \leq 2; y \geq 2x\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлению вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

19 вариант.

1) $z = \ln \frac{x^2 + y^2}{x - y}$

2) $z = x \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$;
при $x = y = 1$.

3) $2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8yz - z + 8 = 0$;
 $M_0(0; 2; 1)$

4) $u = x(\ln y - \operatorname{arctg} z)$;

$M_0(-2; 1; -1)$;

$\vec{l} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$

5) $v = 6\sqrt{6}x^3 - 6\sqrt{6}y^3 + 2z^3$;

$u = \frac{y}{xz^2}; M_0\left(\frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{1}{\sqrt{6}}; 1\right)$.

6) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{18} + \frac{z^2}{9} = 0$;

$M_0(4; 6; 3)$.

7а)

$x + y + 2 = 0$.

7б) $z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x$;

$D: \{x \leq 0; y \leq 0; x + y + 2 \geq 0\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлению вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

20 вариант.

1) $z = \arcsin(1 - x^2 - y^2)$

2) $z = \sqrt{\ln x \cdot \frac{y}{x}}$;
при $x = e$; $y = 1$.

3) $z^3 - 2yz - 2x = 0$;
 $M_0(-2; 3; 2)$

4) $u = \ln(3 - x^2) + xy^2 z$;
 $M_0(1; 3; 2)$;
 $\vec{e} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$

5) $v = x^2 - y^2 + 3z^2$;

$u = \frac{yz^2}{x}$; $M_0\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

6) $z = \cos \frac{y}{xz}$;

$M_0(-1; \pi; -1)$.

7а)

$x^2 + y - 1 = 0$.

7б) $z = x^2 y$;

$D: \{y \leq 1 - x^2; y \geq 0\}$.

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлениям вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

21 вариант.

1) $z = \ln(y - \ln x)$

2) $z = u \ln v$; где

$$u = \sqrt{xy}; \quad v = \frac{y}{x}$$

при $x = 1; y = 2$.

3) $y^3 + z^3 - 6yz - x^3 = 0;$
 $M_0(-2; 3; 2)$

4) $u = \sin(x + 2y) + \sqrt{xyz};$

$$M_0\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; 3\right);$$

$$\vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$$

5) $v = \frac{3x^2}{\sqrt{2}} - \frac{y^2}{\sqrt{2}} + \sqrt{2z^2};$

$$u = \frac{z^2}{x^2 y^2}; M_0\left(\frac{2}{3}; 2; \sqrt{\frac{2}{3}}\right).$$

6) $x^2 y^2 + 2y + z^3 = 16;$

$$M_0(1; 2; 2).$$

7а)

$$y - 4x^2 + 4 = 0.$$

7б) $z = 4 - 2x^2 - y^2;$

$$D: \{y \leq 0; y \geq 4x^2 - 4\}.$$

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0); (y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлениям функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

22 вариант.

$$1) z = \sqrt{\ln x + \ln y}$$

$$2) z = u^{\frac{1}{y}}; \text{ где } u = x^y; v = xy; \text{ при } x = e; y = 1.$$

$$3) \sin(y+z) + \cos(x-z) = 1;$$

$$M_0\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{12}\right)$$

$$4) u = x^2 y^2 z - \ln(z-1);$$

$$M_0(1; 1; 2);$$

$$\vec{l} = 5\vec{i} - 6\vec{j} + 2\sqrt{5}\vec{k}$$

$$5) v = \frac{x^3}{\sqrt{2}} - \frac{y^3}{\sqrt{2}} + \frac{8z^3}{\sqrt{3}};$$

$$u = \frac{x^2}{y^2 z^3}; M_0\left(\sqrt{2}; \sqrt{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

$$6) (8-z^2)y^2 - 4x^2 = 0;$$

$$M_0(2; 2; 2).$$

7а)

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 = 0.$$

$$7б) z = xy;$$

$$D: \left\{ \Delta - \text{ик } OBC, \text{ где } \right. \\ \left. O(0; 0); B(2; 0); C(0; 3) \right\}$$

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z) = 0$ или по направлениям функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y) = 0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = f(x, y)$ в области D .

23 вариант.

$$1) z = \sqrt{\sqrt{y-x}+2}$$

$$2) z = \sin u \cdot e^v; \text{ где } u = \frac{1}{x}; v = y; \text{ при } x = \frac{2}{\pi}; y = 1.$$

$$3) y^2 - x^2 + 2z^2 - 3xyz + x - z + 2 = 0$$

$M_0(1; 2; 2)$

$$4) u = x^3 + \sqrt{z^2 + y^2};$$

$M_0(1; -3; 4);$
 $\vec{l} = \vec{j} - \vec{k}$

$$5) v = \frac{3}{2}x^2 + 3y^2 - 2z^2$$

$u = x^2yz^3; M_0\left(2; \frac{1}{3}; \sqrt{\frac{3}{2}}\right).$

$$6) x = \sin \frac{y}{zx}$$

$M_0(1; \pi; 2).$

7а)

$$y - \frac{x^2}{3} = 0.$$

$$7б) z = \frac{x^2}{2} - xy;$$

$$D: \left\{ y \geq \frac{x^2}{3}; y \leq 3 \right\}$$

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z) = 0$ или по направлению вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y) = 0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = f(x, y)$ в области D .

24 вариант.

1) $z = \arcsin \frac{x^2}{y}$
2) $z = \operatorname{arctg} u + \frac{1}{v}$; где $u = x^2 - y^2$; $v = \sqrt{xy}$; при $x = 2$; $y = 1$.
3) $2 - y - xy + xz - \ln(y + z) = 0$ $M_0(-2; 0; 1)$
4) $u = \frac{\sqrt{x}}{y} - \frac{yz}{x + \sqrt{y}}$; $M_0(4; 1; -2)$; $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{k}$
5) $v = 9\sqrt{2}x^3 - \frac{y^3}{2\sqrt{2}} - \frac{4z^3}{\sqrt{3}}$ $u = \frac{xy^2}{z^3}$; $M_0\left(\frac{1}{3}; 2; \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$.
6) $x = y \cdot \operatorname{tg} \frac{z}{3}$; $M_0(3; 3; \frac{3}{4}\pi)$.
7а) $1 + 2y - \frac{x}{3} = 0$.
7б) $z = 1 + xy^2$; $D: \{x \geq 0; y \leq 0; 1 + 2y - \frac{x}{3} \geq 0\}$

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлению вектора \vec{e} .
5. Найти угол между градиентами функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

25 вариант.
1) $z = \arccos(2x - y)$
2) $z = \arccos u + e^v$; где $u = \frac{y}{x}$; $v = \sqrt{xy}$ при $x=2$; $y=1$.
3) $\ln(z - y) + x + z = 0$ $M_0(-2; 1; 2)$
4) $u = z\sqrt{xy} + y\sqrt{5 - x^2}$; $M_0(1; 1; 0)$; $\vec{l} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$
5) $v = \sqrt{2x^2 - \frac{3}{\sqrt{2}}y^2 - 6\sqrt{2}z^2}$ $u = \frac{1}{xy^2z}$; $M_0\left(1; \frac{2}{3}; \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$.
6) $(18 - z^2)x^2 - 9y^2 = 0$; $M_0(3; 3; 3)$.
7а) $y + x^2 - 1 = 0$.
7б) $z = 4 - 2y^2 + x^2$; $D: \{y \leq 1 - x^2; y \geq 0\}$

Задания для студентов

1. Найти и построить область определения сложной функции.
2. Вычислить производную сложной функции.
3. Для неявно заданной функции записать многочлен Тейлора 2 порядка по степеням $(x-x_0)$; $(y-y_0)$.
4. Найти производную функции $u(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению внешней нормали \vec{n} к поверхности S , заданной уравнением $S(x, y, z)=0$ или по направлениям функций $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке M_0 .
6. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к указанной поверхности в данной на ней точке.
- 7а. Используя метод неопределённых множителей Лагранжа, исследовать заданную функцию на условный экстремум при условии $\varphi(x, y)=0$.
- 7б. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=f(x, y)$ в области D .

26 вариант.

$$1) z = \sqrt{\ln(2-x-y)}$$

$$2) z = \operatorname{tg} u \cdot e^v; \text{ где } u = \frac{1}{x}; \quad v = \frac{y}{x} \text{ при } x = \frac{1}{\pi}; y = 0.$$

$$3) \begin{aligned} x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xyz - \\ - 2y - 9 = 0 \\ M_0(1; 0; 2) \end{aligned}$$

$$4) u = 2\sqrt{x+y} + y \cdot \operatorname{arctg} z; \\ M_0(3; -2; 1); \\ \vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{k}$$

$$5) v = x^2 + 9y^2 + 6z^2 \\ u = \frac{1}{xyz}; \quad M_0\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt{6}}\right).$$

$$6) y = \ln(z^2 + x^2); \\ M_0(1; 0; 0).$$

7а)

$$y - x - 1 = 0.$$

$$7б) z = y^2 + 2xy - x^2 - 4y; \\ D: \{x \leq 3; y \geq 0; y \leq x + 1\}$$