

## Теория вероятностей 2

### Задача 1.

Игрок играет на двух игровых автоматах. Обозначим через  $\xi_1$  и  $\xi_2$  величины выигрышей игрока на автоматах. Дискретные случайные величины  $\xi_1$  и  $\xi_2$  заданы таблицами распределений.

1. Найти математические ожидания и дисперсии случайных величин  $\xi_1$  и  $\xi_2$ .
2. Построить функцию распределения случайной величины  $\xi_1$  и ее график.
3. Построить таблицу распределения случайной величины  $\eta = \xi_1 + \xi_2$  и график ее частот.
4. Найти математическое ожидание  $M\eta$  и дисперсию  $D\eta$  случайной величины  $\eta$ , а также вероятности событий  $\Pr(\eta < M\eta)$ ,  $\Pr(\eta < \frac{1}{2}M\eta)$ .

Случайная величина  $\xi_1$

Случайная величина  $\xi_2$

1.

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,1	0,4	0,4

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,1	0,8

2.

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,1	0,3	0,4

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,1	0,7

3.

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,3	0,1	0,2	0,4

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,3	0,1	0,6

4.

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,2	0,4	0,3

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,4	0,1	0,5

5.

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,2	0,3	0,3

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,5	0,1	0,4

6.

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,3	0,2	0,2	0,3

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,2	0,7

7.

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,3	0,3	0,3

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,2	0,6

8.

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,3	0,2	0,3

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,3	0,2	0,5

9.

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,3	0,3	0,1	0,3

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,4	0,2	0,4

10.

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,4	0,3	0,2

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,5	0,2	0,3

11.

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,4	0,2	0,2

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,3	0,6

12.

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,3	0,4	0,1	0,2

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,3	0,5

13.

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,5	0,3	0,1

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,3	0,3	0,4

14

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,5	0,2	0,1

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,4	0,3	0,3

15

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,3	0,5	0,1	0,1

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,5	0,3	0,2

16

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,6	0,2	0,1

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,4	0,5

17

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,6	0,1	0,1

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,4	0,4

18

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,6	0,2	0,1

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,3	0,4	0,3

19

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,6	0,1	0,2

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,4	0,4	0,2

20

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,2	0,3	0,3

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,5	0,4	0,1

21

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,3	0,2	0,2	0,3

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,25	0,65

22

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,2	0,4	0,3

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,25	0,55

23

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,4	0,2	0,1	0,3

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,3	0,25	0,45

24

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,3	0,3	0,2	0,2

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,4	0,25	0,35

25

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,3	0,3	0,2

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,5	0,25	0,25

26

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,3	0,4	0,2

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,35	0,55

27

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,4	0,3	0,1	0,2

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,2	0,35	0,45

28

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,1	0,1	0,4	0,4

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,3	0,35	0,35

29

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,4	0,1	0,1	0,4

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,4	0,35	0,25

30

$x_k$	-2	-1	0	1
$p_k$	0,45	0,05	0,2	0,3

$x_k$	-1	0	1
$p_k$	0,6	0,15	0,25

Задача 2

Случайная величина  $\xi$  задана функцией плотности распределения  $f(x)$ . Необходимо:

- определить ее функцию распределения;
- построить графики функции распределения и функции плотности распределения;
- укажите квантиль порядка  $p=0,9$ ;
- вычислить математическое ожидание  $M\xi$ , дисперсию  $D\xi$ , стандартное отклонение  $\sigma$ , и вероятность события  $x_1 \leq \xi < x_2$ .

<p>1.</p> $f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{2}, & x \in (0, 2), \\ 0, & x \notin (0, 2). \end{cases}$ <p><math>x_1 = 0.5, x_2 = 1.8.</math></p>	<p>2.</p> $f(x) = \begin{cases} 54x^{-4}, & x > 3 \\ 0, & x \leq 3 \end{cases}$ <p><math>x_1 = 1, x_2 = 4.</math></p>
<p>3.</p> $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in (0, 1), \\ 0, & x \notin (0, 1). \end{cases}$ <p><math>x_1 = 0.2, x_2 = 1.6.</math></p>	<p>4.</p> $f(x) = \begin{cases} 24x^{-4}, & x > 2 \\ 0, & x \leq 2 \end{cases}$ <p><math>x_1 = 1, x_2 = 4.</math></p>
<p>5.</p> $f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0, 2], \\ \frac{1}{3}, & x \in [0, 1), \\ \frac{2}{3}, & x \in (1, 2]. \end{cases}$ <p><math>x_1 = 0.5, x_2 = 1.5.</math></p>	<p>6.</p> $f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0, 2], \\ \frac{3}{4}, & x \in [0, 1), \\ \frac{1}{4}, & x \in (1, 2]. \end{cases}$ <p><math>x_1 = 0.2, x_2 = 1.4.</math></p>
<p>7.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin x, & x \in (0, \pi), \\ 0, & x \notin (0, \pi). \end{cases}$ <p><math>x_1 = \frac{\pi}{4}, x_2 = \frac{3\pi}{4}.</math></p>	<p>8.</p> $f(x) = \begin{cases} 0.1e^{-0.1x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$ <p><math>x_1 = 5 \ln 2, x_2 = 10 \ln 2.</math></p>

59

<p>9.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} + \frac{1}{16}x, & x \in (-2, 2), \\ 0, & x \notin (-2, 2). \end{cases}$ $x_1 = -0.8, x_2 = 0.4.$	<p>10.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} + \frac{3}{8}x, & x \in (0, 2), \\ 0, & x \notin (0, 2). \end{cases}$ $x_1 = 0.8, x_2 = 1.2.$
<p>11.</p> $f(x) = \begin{cases} 0.2e^{-0.2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$ $x_1 = 10 \ln 2, x_2 = 20 \ln 2.$	<p>12.</p> $f(x) = \begin{cases} \sin 2x, & x \in (0, \frac{\pi}{2}), \\ 0, & x \notin (0, \frac{\pi}{2}). \end{cases}$ $x_1 = \frac{\pi}{8}, x_2 = \frac{3\pi}{8}.$
<p>13.</p> $f(x) = \begin{cases} 2(1-x), & x \in (0, 1), \\ 0, & x \notin (0, 1). \end{cases}$ $x_1 = 0.2, x_2 = 0.6.$	<p>14.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + x, & x \in (0, 1), \\ 0, & x \notin (0, 1). \end{cases}$ $x_1 = 0.2, x_2 = 0.8.$
<p>15.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(3-x), & x \in (0, 2), \\ 0, & x \notin (0, 2). \end{cases}$ $x_1 = 0.5, x_2 = 1.5.$	<p>16.</p> $f(x) = \begin{cases} \cos 2x, & x \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}), \\ 0, & x \notin (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}). \end{cases}$ $x_1 = -\frac{\pi}{8}, x_2 = \frac{\pi}{8}.$
<p>17.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(\frac{x}{2} + 1), & x \in (-2, 2), \\ 0, & x \notin (-2, 2). \end{cases}$ $x_1 = -0.3, x_2 = 0.9.$	<p>18.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(x+1), & x \in (0, 2), \\ 0, & x \notin (0, 2). \end{cases}$ $x_1 = 0.4, x_2 = 1.2.$
<p>19.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} \cos \frac{x}{2}, & x \in (-\pi, \pi), \\ 0, & x \notin (-\pi, \pi). \end{cases}$ $x_1 = -\frac{\pi}{2}, x_2 = \frac{\pi}{2}.$	<p>20.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(0.5 + 0.2x), & x \in (-2, 2), \\ 0, & x \notin (-2, 2). \end{cases}$ $x_1 = -0.5, x_2 = 0.5.$

21.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} - x, & x \in (0, 1), \\ 0, & x \notin (0, 1). \end{cases}$$

$$x_1 = 0.1, x_2 = 0.6.$$

22.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(1 - \frac{x}{4}), & x \in (-2, 2), \\ 0, & x \notin (-2, 2). \end{cases}$$

$$x_1 = -1.2, x_2 = 0.4.$$

23.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}e^{-\frac{2}{3}x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

$$x_1 = \ln 2, x_2 = 2 \ln 2.$$

24.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}(3x + 2), & x \in (0, 2), \\ 0, & x \notin (0, 2). \end{cases}$$

$$x_1 = 0.6, x_2 = 1.8.$$

25.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0, 1], \\ \frac{1}{2}, & x \in [0, \frac{1}{2}), \\ \frac{3}{2}, & x \in (\frac{1}{2}, 1]. \end{cases}$$

$$x_1 = 0.2, x_2 = 0.7.$$

26.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0, 2], \\ \frac{4}{5}, & x \in [0, 1), \\ \frac{1}{5}, & x \in (1, 2]. \end{cases}$$

$$x_1 = 0.6, x_2 = 1.7.$$

27.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(-3x + 3.5), & x \in (0, 1), \\ 0, & x \notin (0, 1). \end{cases}$$

$$x_1 = 0.1, x_2 = 0.6.$$

28.

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

$$x_1 = 3 \ln 2, x_2 = 6 \ln 2.$$

29.

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{8}x + \frac{1}{4}, & x \in (-2, 2), \\ 0, & x \notin (-2, 2). \end{cases}$$

$$x_1 = -0.6, x_2 = 0.6.$$

30.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}], \\ \frac{3}{2}, & x \in [-\frac{1}{2}, 0), \\ \frac{1}{2}, & x \in (0, \frac{1}{2}]. \end{cases}$$

$$x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{3}.$$

31.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cos x, & x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), \\ 0, & x \notin (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}). \end{cases}$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{4}, x_2 = \frac{\pi}{4}.$$

32.

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \ln 2, x_2 = \ln 2.$$

7/10

### Задача 3

Измеряемая случайная величина  $\xi$  подчиняется нормальному закону  $N(a, \sigma)$ .

1. Построить график функции плотности распределения случайной величины  $\xi$ . Укажите математическое ожидание этой величины и ее дисперсию.

2. Найти симметричный относительно  $M\xi$  интервал, в котором с вероятностью  $p$  попадет измеренное значение  $x$ . Рассмотреть следующие числовые значения:  $p_1 = 0,5$ ;  $p_2 = 0,9544$ ;  $p_3 = 0,9974$ .

3. Найти вероятности следующих событий:

$$\xi = a, \xi < a + x_0, x_1 \leq \xi < x_2$$

Номер задания	$a$	$\sigma$	$x_0$	$x_1$	$x_2$
1	3,2	2,1	1,8	2,7	4,7
2	3,3	2,2	1,7	2,6	4,6
3	3,4	2,3	1,6	2,5	4,5
4	3,5	2,4	1,5	2,4	4,4
5	3,6	2,5	1,4	2,3	4,3
6	3,7	2,6	1,3	2,2	4,2
7	3,8	2,7	1,2	2,1	4,1
8	2,2	2,1	2,8	1,7	3,7
9	2,3	2,2	2,7	1,6	3,6
10	2,4	2,3	2,6	1,5	3,5
11	2,5	2,4	2,5	1,4	3,4
12	2,6	2,5	2,4	1,3	3,3
13	2,7	2,6	2,3	1,2	3,2
14	2,8	2,7	2,2	1,1	3,1
15	1,2	1,8	2,8	-1,7	2,7
16	1,3	1,7	2,7	-1,6	2,6
17	1,4	1,6	2,6	-1,5	2,5
18	1,5	1,5	2,5	-1,4	2,4
19	1,6	1,4	2,4	-1,3	2,3
20	1,7	1,3	2,3	-1,2	2,2
21	1,8	1,2	2,2	-1,1	2,1
22	-1,2	3,1	2,8	-2,8	1,7
23	-1,3	3,2	2,7	-2,7	1,6
24	-1,4	3,3	2,6	-2,6	1,5
25	-1,5	3,4	2,5	-2,5	1,4
26	-1,6	3,5	2,4	-2,4	1,3
27	-1,7	3,6	2,3	-2,3	1,2
28	-1,8	3,7	2,2	-2,2	1,1
29	-0,8	2,2	-3,2	-1,9	3,6
30	-0,6	2,4	3,4	-1,7	3,4