

1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЗАРЯДА. ЗАКОН КУЛОНА. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Электрический заряд. В электростатике рассматриваются свойства и взаимодействия неподвижных в инерциальной системе отсчета электрически заряженных тел или частиц, обладающих электрическим зарядом.

Электрический заряд – это физическая величина, характеризующая свойство заряженных частиц или тел вступать в электромагнитные взаимодействия и определяющая величину сил и энергий при таких взаимодействиях.

Все тела в природе способны электризоваться, т.е. приобретать электрический заряд. Наличие электрического заряда проявляется в том, что заряженное тело взаимодействует с другими заряженными телами. В природе существуют два вида электрических зарядов. Условно их называют положительными и отрицательными. Заряды одного знака отталкиваются, разных знаков притягиваются друг к другу. Наименьшим является заряд элементарных частиц. Этот заряд называется элементарным. Абсолютное значение элементарного заряда $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Устойчивыми частицами, которые входят в состав любого вещества, являются электрон (элементарный заряд отрицательный) и протон (элементарный заряд положительный).

Если каким-либо образом создать в теле избыток частиц одного знака, то тело окажется заряженным. Электрический заряд квантуется. Заряженное тело имеет заряд q , который равен целому числу элементарных зарядов, т.е. $q = Ne$, где N – число элементарных зарядов. Здесь $[N]$ = безразмерная величина, $[q]$ = Кл, $[e]$ = Кл.

Заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других тел, с которыми он взаимодействует, называется точечным.

Величина заряда, измеряемая в различных инерциальных системах отсчета, оказывается одинаковой.

Система называется электрически изолированной, если через ограничивающую ее поверхность не могут проникать заряженные частицы.

Закон сохранения электрического заряда. В электрически изолированной системе взаимодействующих заряженных тел алгебраическая сумма электрических зарядов остается постоянной:

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const},$$

где q_i – i -й заряд системы, Кл; n – число зарядов.

Закон сохранения электрического заряда является фундаментальным и тесно связан с релятивистской инвариантностью заряда.

Закон Кулона. Закон Кулона справедлив для взаимодействия неподвижных точечных зарядов, а также заряженных тел шарообразной формы, если их заряды равномерно распределены по всему объему или по всей поверхности этих тел.

Формулировка закона: сила взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна зарядам и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} \vec{e}_r, \quad (1.1)$$

где \vec{F} – сила взаимодействия зарядов q_1 и q_2 ; r – расстояние между зарядами; ϵ_0 – электрическая постоянная; ϵ – диэлектрическая проницаемость среды; \vec{e}_r – орт-вектор направления действия силы.

Линейная плотность заряда

$$\tau = \frac{dq}{dl},$$

поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{dq}{dS},$$

объемная плотность заряда

$$\rho = \frac{dq}{dV},$$

где dq – элементарный заряд; dl , dS и dV – элементы длины, площади и объема соответственно.

Электрическое поле. Всякий электрический заряд или заряженное тело изменяет свойства окружающего его пространства, создавая в нем электрическое поле. Электрическое поле проявляет себя в действии силы на электрический заряд, помещенный в какую-либо точку этого поля.

Векторной силовой характеристикой электрического поля является напряженность поля.

Напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \vec{F}/q,$$

где q – заряд, помещенный в электрическом поле (пробный заряд). Если $q > 0$, вектор \vec{E} направлен по \vec{F} ; если $q < 0$, векторы \vec{E} и \vec{F} имеют противоположные направления.

Пробный заряд должен быть настолько мал, чтобы он не мог исказить исследуемое с его помощью поле.

Напряженность поля точечного заряда в вакууме

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|},$$

где \vec{r} – радиус-вектор, соединяющий заряд q с точкой, в которой вычисляется напряженность поля; q – точечный заряд, создающий поле; ϵ_0 – электрическая постоянная. Если $q > 0$, вектор \vec{E} направлен по радиус-вектору от заряда; если $q < 0$ – к заряду (рис.1.1).

Однородное электрическое поле – поле, в каждой точке которого напряженность \vec{E} одинакова по величине и направлению.

Если \vec{E} не зависит от времени – однородное поле является стационарным (или постоянным).

Поле точечного заряда – неоднородное.

Принцип суперпозиции электрических полей: Напряженность электрического поля системы точечных зарядов в любой точке пространства равна геометрической сумме напряженностей полей каждого из этих зарядов в отдельности.

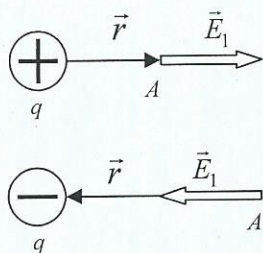


Рис.1.1

Заряды в пространстве распределяются либо дискретно, либо непрерывно.

В случае дискретного распределения электрических зарядов

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i,$$

где \vec{E}_i – напряженность, создаваемая i -м зарядом в рассматриваемой точке поля; n – число дискретных зарядов, входящих в состав системы.

Напряженность поля в точке A , создаваемая двумя точечными зарядами q_1 и q_2 , (рис.1.2)

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad (1.2)$$

где \vec{E}_1 – напряженность, создаваемая зарядом q_1 в точке A ; \vec{E}_2 – напряженность, создаваемая зарядом q_2 в точке A .

Модуль напряженности в случае суперпозиции двух полей

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha},$$

где α – угол между \vec{E}_1 и \vec{E}_2 .

Напряженность электростатического поля, создаваемого системой неподвижных точечных зарядов q_1, q_2, \dots, q_n ,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r}_i,$$

где \vec{r}_i – радиус-вектор, проведенный из точечного заряда q_i в рассматриваемую точку поля ϵ_0 – электрическая постоянная.

Потенциал поля. Энергетической характеристикой электрического поля является потенциал поля

$$\phi = W_n/q,$$

где W_n – потенциальная энергия поля точечного заряда.

Потенциал электрического поля точечного заряда q на расстоянии r от него

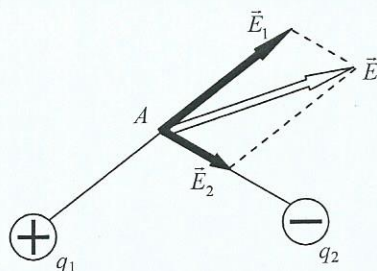


Рис.1.2

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r},$$

потенциал поля металлической сферы радиусом R , несущей заряд q на расстоянии r от центра, при $r = R$ и $r \gg R$ соответственно

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}; \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}.$$

Связь напряженности и потенциала электрического поля

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi, \quad (1.13)$$

где $\text{grad}\varphi$ – градиент потенциала.

Для сферической симметрии поля

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dr} \vec{r} = \frac{d\varphi}{dr} \vec{e}_r.$$

Пример 1.1. Электрическое поле создано бесконечной плоскостью, заряженной с поверхностной плотностью $\sigma = 400$ нКл/м², и бесконечной прямой нитью, заряженной с линейной плотностью $\tau = 100$ нКл/м. Нить расположена перпендикулярно плоскости. На расстоянии $r = 10$ см от нити находится точечный заряд $q = 10$ нКл. Определить силу, действующую на заряд.

Решение. Модуль силы, действующей на заряд, помещенный в поле

$$F = Eq,$$

где E – модуль напряженности поля в точке, где находится заряд q .

Согласно принципу суперпозиции электрических полей (1.2), напряженность поля, в точке, где находится заряд q

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Поле, создаваемое плоскостью, однородно, и модуль напряженности в любой точке поля

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Поле заряженной линии неоднородно, и модуль его напряженности

$$E_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Так как векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 взаимно перпендикулярны, модуль результирующего вектора \vec{E}

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

или

$$E = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}\right)^2}.$$

Используя формулу для силы (1.1), получим

$$F = \frac{q}{2\epsilon_0} \sqrt{\sigma^2 + \frac{\tau^2}{\pi^2 r^2}}.$$

Проверка размерности:

$$[F] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\Phi} \sqrt{\frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^2} + \frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^2}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м} \cdot \text{Кл}}{\Phi \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В} \cdot \text{Кл}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{Н}.$$

Вычисления по формуле (1.4) дадут

$$F = \frac{10^{-8}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \sqrt{4^2 \cdot 10^{-14} + \frac{10^{-16}}{3,14^2 \cdot 10^{-2}}} \approx \frac{10^{-3} \cdot 4}{2 \cdot 8,85} = 289 \cdot 10^{-6} \text{ Н}.$$

Ответ: сила, действующая на заряд, $F = 289 \cdot 10^{-6} \text{ Н}$.

Пример 1.2. В углах при основании равнобедренного треугольника с боковой стороной 8 см расположены заряды Q_1 и Q_2 , причем $|Q_1| = |Q_2| = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$. Определить силу, действующую на заряд $Q_3 = 1 \text{ нКл}$, помещенный в вершине треугольника. Угол при вершине 120° , $\epsilon = 1$. Рассмотреть случаи: 1) $Q_1 = Q_2 = 2 \text{ нКл}$; 2) $Q_1 = -2 \text{ нКл}$, $Q_2 = 2 \text{ нКл}$.

Решение. В соответствии с принципом суперпозиции поле каждого из зарядов Q_1 и Q_2 действует на заряд Q_3 независимо. Это значит, что на заряд Q_3 действуют силы, модули которых (рис. 1.2)

$$F_{13} = \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \quad F_{23} = \frac{Q_2 Q_3}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}.$$

Так как $|Q_1| = |Q_2|$, то $|\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}|$. Векторная сумма $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ является искомой величиной. Модуль силы

$$F = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2 + 2F_{13}F_{23}\cos\beta}.$$

В случае одноименных зарядов $Q_1 = Q_2 = 2\text{нКл}$ из рис.1.3 видно, что угол $\beta = 120^\circ$, поэтому $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}|$:

$$F_1 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2};$$

$$F_1 = \frac{2 \cdot 10^{-9} \cdot 1 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3.14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 64 \cdot 10^{-4}} = 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ Н} = 2,8 \text{ мкН}.$$

При разноименных зарядах Q_1 и Q_2 (рис.1.4) видно, что угол β равен 60° и, следовательно,

$$F_2 = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2 + 2F_{13}F_{23}\cos\beta} = \sqrt{3}F_1;$$

$$F_2 = 2,8 \cdot 10^{-6} \sqrt{3} = 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ Н} = 4,8 \text{ мкН}.$$

Ответ: силы, действующие на заряд в первом и во втором случаях, $F_1 = 2,8 \text{ мкН}$ и $F_2 = 4,8 \text{ мкН}$.

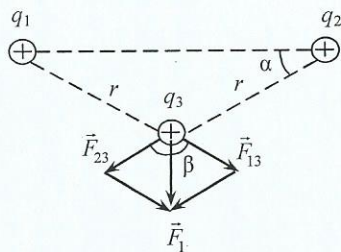


Рис.1.3

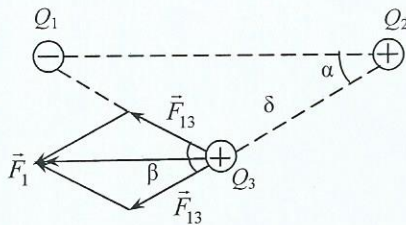


Рис.1.4

Работа 1. Сила Кулона

Формулировка задания. На рис.1.5. представлена решетка с ячейкой в форме квадрата. Сторона квадрата равна 0,1 м. Узлы решетки пронумерованы. В некоторых из них расположены точечные заряды q_1, \dots, q_9 , величина которых указана в табл.1.1. В остальных точках заряды отсутствуют.

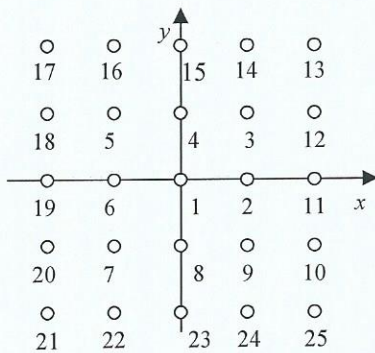


Рис.1.5

Таблица 1.1

Вариант	Заряд, нКл									Номер точки
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8	q_9	
1	+1	+1	-1	-1	-1	+1				8
2			+1		-2		+1			9
3	+2			-1		-1				9
4		+1	-2	+1						12
5				-1	+1					1
6			+1	-2	+1					12
7		+1		+1			-2			1
8	+3	-1		-1			-1			3
9				-1		-1			+2	21
10	+3	-1		-1		-1				8
11			+1				+1		-2	17
12	+2	-1				-1				23
13	+1	+1	-1	-1						8
14		+2		+2		-2		-2		1
15		-2			+1		+1			6
16		-1		+1		+1		-1		7
17		-2	+2						+2	19
18							+3	-2	+3	15
19				-4		-2	-1	-1		20
20		-4			+2	+1				22
21	+3		+1						+3	13
22			-1		+2		-1			25
23		-2			+1		+1			6
24		-1		-3				+2	+2	10
25	+2	+1				-2			+4	11

Определить результирующую силу, действующую со стороны нескольких зарядов на заряд величиной N , помещенный в точку электрического поля, указанную в последней графе табл.1.1, где величина N численно равна номеру варианта. Выполнить схематический рисунок с указанием сил, действующих со стороны электрического поля каждого заряда, и результирующей силы заданной системы зарядов.

Требования к содержанию отчета и оформлению расчетно-графических работ

При выполнении расчетно-графических работ (РГР) необходимо оформить отчет в печатном виде на листах формата А4 следующего содержания.

1. Титул в соответствии с требованиями университета.
2. Формулировка задания.
3. Теоретические основы работы:
 - описание явлений или процессов, изучаемых в данной работе.
 - определения основных физических понятий, объектов, процессов и величин.
 - законы и соотношения, описывающие изучаемые процессы.
 - пояснения к физическим величинам, входящим в формулы, и единицы их измерения.
4. Расчетная часть:
 - выполнить рисунок или начертить схему;
 - сопровождать используемые при решении законы, уравнения и соотношения пояснениями, мотивирующими решение;
 - представить результат в общем виде, т.е. преобразовать выражение для определяемой величины так, чтобы в него входили лишь буквенные обозначения величин, заданных в формулировке задания или введенных самостоятельно, а также необходимые физические константы (см. приложение);
 - проверить размерности величин, полученных в результате решения;
 - произвести необходимые вычисления в Международной системе единиц (СИ);
 - дать полный ответ в соответствии с вопросами задания.
5. Графическая часть.
 - таблицы с данными для построения графиков;
 - аналитическое выражение функциональной зависимости, которую необходимо построить;
 - график функции (указать на осях координат физические величины и их единицы);
6. Анализ и выводы по результатам работы.

К защите отчета по РГР допускаются студенты, подготовившие отчет в соответствии с требованиями кафедры и сдавшие его на проверку в установленные сроки. После проверки преподавателем содержания отчета при наличии ошибок и недочетов работа возвращается студенту на доработку. При соблюдении всех требований к оформлению отчета, правильном выполнении задания и решении соответствующих задач назначается аудиторная защита.

Для успешной защиты отчета необходимо изучить теоретический материал по теме работы, а также освоить математический аппарат, необходимый для решения задач расчетно-графической работы. При подготовке к защите необходимо использовать учебники и другие учебные пособия. Во время защиты студент должен ответить на вопросы преподавателя в полном объеме теоретического и методического содержания данной РГР, самостоятельно вывести необходимые расчетные формулы, проанализировать полученные зависимости и откомментировать результаты.

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основной

1. *Волькенштейн В.С.* Сборник задач по общему курсу физики. СПб-М.: Лань, 2009.
2. *Детлаф А.А.* Курс физики / А.А.Детлаф, Б.М.Яворский. М.: Высшая школа, 2009.
3. *Иродов И.Е.* Сборник задач. СПб, М.: Лань, 2010 .
4. *Рогачев Н.М.* Решение задач по курсу общей физики. СПб-М.: Лань, 2008.
5. *Савельев И.В.* Курс физики. СПб-М.: Лань, 2008. Т.2.
6. *Савельев И.В.* Сборник вопросов и задач по общей физике. СПб-М.: Лань, 2007.
7. *Трофимова Т.И.* Курс физики. М.: Высшая школа, 2009.
8. *Трофимова Т.И.* Курс физики. Задачи и решения. М.: Издательский центр «Академия», 2009.
9. *Трофимова Т.И.* Сборник задач по курсу физики с решениями. М.: Высшая школа, 2009.
10. *Фирганг Е.В.* Руководство к решению задач по курсу общей физики. СПб-М.: Лань, 2009.
11. *Чертов А.Г.* Задачник по физике / А.Г.Чертов, А.А.Воробьев. М.: Физматлит, 2009.
12. *Яворский Б.М.* Основы физики / Б.М.Яворский, А.А.Пинский. М.: Наука, 2009. Т.1, 2.

Дополнительный

13. Сивухин Д.В. Общий курс физики. М., Наука, 2009. Т.1-5.

14. Трофимова Т.И. Краткий курс физики. М.: Высшая школа, 2010.

15. Фриш С.Э. Курс общей физики / С.Э.Фриш, А.В.Тиморева. СПб-М.: Лань, 2008.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Основные физические постоянные

Физическая величина	Численное значение
Атомная единица массы (унифицированная)	$1 \text{ у.а.е.м.} = 1,660531(111)10^{-27} \text{ кг} = 931,481(52) \text{ МэВ}$
Заряд элементарный	$e = 1,6021917(70)10^{-19} \text{ Кл}$
Заряд удельный электрона	$1,7588028(54)10^{11} \text{ Кл}\cdot\text{кг}^{-1}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,674920(11)10^{-27} \text{ кг}$ $M_n = 1,00866520(10) \text{ а.е.м.}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,672614(11)10^{-27} \text{ кг}$ $M_p = 1,00727661(8) \text{ а.е.м.}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,109558(54) 10^{-31} \text{ кг}$ $M_e = 5,485930(34) 10^{-4} \text{ а.е.м.}$
Постоянная Планка	$h = 6,626196(50)10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$ $\hbar = 1,0545919(80)10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$
Скорость света в вакууме	$c = 2,9979250(10) 10^8 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}\cdot\text{м}^{-1}$

Таблица 2

Множители, приставки для образования десятичных, кратных единиц

Множитель	Приставка	
	Наименование	Обозначение
10^{12}	Тера	Т
10^9	Гига	Г
10^6	Мега	М
10^3	Кило	к
10^{-1}	Деци	д
10^{-2}	Санги	с
10^{-3}	Милли	м
10^{-6}	Микро	мк
10^{-9}	Нано	н

Таблица 3

Основные величины, их обозначение и единицы величин в СИ

Величина		Единица		
Наименование	Размерность	Наименование	Обозначение	
			международное	русское
Длина	L	метр	m	м
Время	T	секунда	s	с
Масса	M	килограмм	kg	кг
Сила электрического тока	I	ампер	A	А
Термодинамическая температура	Θ	кельвин	K	К
Количество вещества	N	моль	mol	моль
Сила света	J	канделла	cd	кд

Таблица 4

Производные единицы СИ, имеющие наименование

Величина	Единица		
	Наименование	Обозначение	Выражение через основные единицы СИ
Электрический заряд	кулон	Кл	$A \cdot c$
Напряжение, потенциал, ЭДС	вольт	В	$m^2 \cdot kg^{-3} \cdot A^{-1}$
Емкость	фарада	Ф	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot c^4 \cdot A^2$
Энергия, работа, количество теплоты	джоуль	Дж	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-2}$
Мощность, поток энергии	ватт	Вт	$m^2 \cdot kg \cdot c^{-3}$

Таблица 5

Производные единицы физических величин

Величина	Уравнение	Обозначение единицы	Определение
Электрический заряд (количество электричества)	$Q = It$	Кл	Кулон равен электрическому заряду, проходящему сквозь поперечное сечение проводника при силе постоянного тока 1 А за время 1 с
Объемная плотность электрического заряда	$\rho = Q/V$	Кл/м ³	Кулон на кубический метр равен объемной плотности электрического заряда, при которой в объеме 1 м ³ равномерно распределен заряд 1 Кл
Поверхностная плотность электрического заряда	$\sigma = Q/S$	Кл/м ²	Кулон на квадратный метр равен поверхностной плотности электрического заряда, при которой заряд, равномерно распределенный по поверхности площадью 1 м ² , равен 1 Кл
Линейная плотность электрического заряда	$\tau = Q/\ell$	Кл/м	Кулон на метр равен линейной плотности электрического заряда, при которой заряд, равномерно распределенный по нити длиной 1 м, равен 1 Кл
Напряженность электрического поля	$E = F/Q_0$	Н/Кл = В/м	Ньютон на кулон равен напряженности электрического поля в точке поля, в которой на точечный электрический заряд 1 Кл поле действует с силой 1 Н. Вольт на метр равен напряженности однородного электрического поля, создаваемого разностью потенциалов 1 В между точками, находящимися на расстоянии 1 м на линии напряженности поля
Электрическое смещение	D	Кл/м ²	Кулон на квадратный метр равен электрическому смещению, при котором поток электрического смещения сквозь поперечное сечение площадью 1 м ² равен 1 Кл
Поток электрического смещения	$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^n Q_i$	Кл	Кулон равен потоку электрического смещения, связанному с суммарным

Величина	Уравнение	Обозначение единицы	Определение
Электрический потенциал	$\varphi = A/Q_0$	В	Вольт равен потенциалу такой точки поля, в которой заряд 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж: $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж/Кл}$
Электрическая емкость	$C = Q/\varphi$	Ф	Фарада равна электрической емкости такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл
Электрический момент диполя	$p = Q \ell$	Кл·м	Кулон-метр равен электрическому моменту диполя, заряды которого равны каждый по 1 Кл расположены на расстоянии 1 м один от другого
Поляризованность	$\vec{P} = \vec{p}/V$	Кл/м ²	Кулон на квадратный метр равен поляризованности диэлектрика, при которой диэлектрик объемом 1 м ³ имеет электрический момент 1 Кл·м

Таблица 6

Диэлектрическая проницаемость диэлектриков

Вещество	ϵ	Вещество	ϵ
Вода	81	Парафин	2
Керосин	2	Слюда	7
Масло	5	Стекло	6