



Учебная дисциплина:

Программные продукты в математическом моделировании

Литература

- Быкова О.Г. Информатика. Вычисления в Microsoft Excel. 2008 г.
- Быкова О.Г. Информатика. Работа в пакете MathCAD. Методические указания к лабораторным работам. 2009 г.
- Быкова О.Г. Информатика. Приближенные методы вычислений. Методические указания к практическим и лабораторным работам. 2009 г.
- Быкова О.Г. Информатика. Решение нелинейных и дифференциальных уравнений. Методические указания к выполнению практических и лабораторных работ. 2009 г.
- Поршневу С.В., Беленкова И.В. Численные методы на базе Mathcad. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. -424 с.

Практическое занятие №1

Вычисление интеграла методом трапеций, методом Симпсона.

Задание на численное интегрирование

Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^5 \frac{x}{x^4 + 4} dx$$

методом трапеций, разбив отрезок интегрирования на 5 частей.
Оценить погрешность вычислений.

Метод трапеций

$$a := 0 \quad b := 5 \quad n := 5$$

$$h := \frac{(b - a)}{n} \quad x_0 := a \quad i := 0..5 \quad x_i := x_0 + i \cdot h \quad y_i := \frac{x_i}{(x_i)^4 + 4}$$

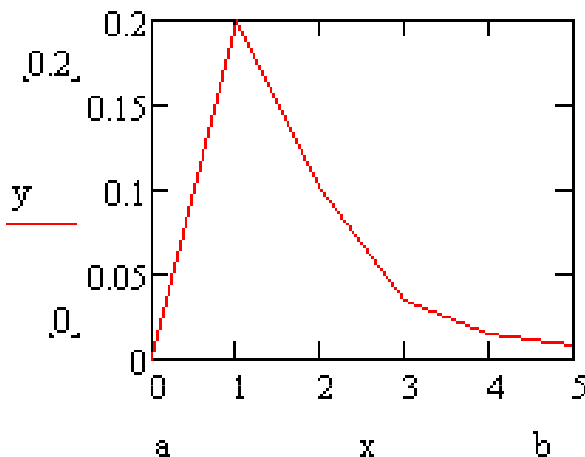
$$s := h \cdot \left[\sum_{i=1}^{n-1} y_i + \frac{(y_0 + y_n)}{2} \right] = 0.355 \blacksquare$$

Расчет погрешности:

$$\delta := \frac{|b - a| \cdot h^2 \max [y^{(2)}(x)]}{12} = 0.027 \blacksquare$$

Зависимость точности от величины шага в методе трапеций

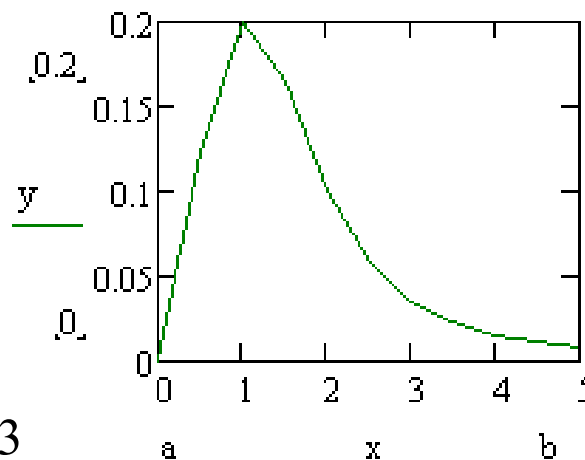
$$y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.035 \\ 0.015 \\ 7.949 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$



$$s_{\text{ММ}} := h \cdot \left[\sum_{i=1}^{n-1} y_i \right] + \frac{y_0 + y_n}{2} = 0.355$$

$$\delta_{\text{ММ}} := \frac{|b - a| \cdot h^2 \cdot \max [y^{(2)}(x)]}{12} = 0.027$$

$$s_{\text{ММ}} := h \cdot \left[\sum_{i=1}^{n-1} y_i \right] + \frac{y_0 + y_n}{2} = 0.367$$



$$\delta_{\text{ММ}} := \frac{|b - a| \cdot h^2 \cdot \max [y^{(2)}(x)]}{12} = 0.013$$

	0
0	0
1	0.123
2	0.2
3	0.166
4	0.1
5	0.058
6	0.035
7	0.023
8	0.015
9	0.011
10	$7.949 \cdot 10^{-3}$

Метод Симпсона (парабол)

$$a := 0 \quad b := 5 \quad n := 5 \quad h := \frac{(b - a)}{2n} \quad i := 0..10$$

$$x_0 := a \quad x_i := x_0 + i \cdot h \quad y_i := \frac{x_i}{(x_i)^4 + 4}$$

$$s := \frac{h}{3} \cdot \left(2 \sum_{i=1}^{n-1} y_{2 \cdot i} + y_0 + y_{2 \cdot n} + 4 \cdot \sum_{i=1}^n y_{2 \cdot i - 1} \right) \quad s = 0.372 \blacksquare$$

Расчет погрешности:

$$\delta := \frac{|b - a| \cdot h^4 \cdot \max[y^{(4)}(x)]}{180} = 5.338 \times 10^{-6} \blacksquare$$

Зависимость точности от величины шага в методе Симпсона (парабол)

$$\begin{aligned} n &:= 10 & h &:= \frac{b-a}{2 \cdot n} & i &:= 1..2n & x_0 &:= a & x_i &:= x_0 + h \cdot i \end{aligned}$$

$$y_i := \frac{x_i}{(x_i)^4 + 4}$$

$$s := \frac{h}{3} \cdot \left(2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} y_{2 \cdot i} + y_0 + y_{2 \cdot n} + 4 \cdot \sum_{i=1}^n y_{2 \cdot i-1} \right) = 0.373$$

$$\delta := \frac{|b-a| \cdot h^4 \cdot \max[y^{(4)}(x)]}{180} = 6.658 \times 10^{-7}$$

Было:

$$\begin{aligned} s &= 0.372 \blacksquare \\ \delta &:= \frac{|b-a| \cdot h^4 \cdot \max[y^{(4)}(x)]}{180} = 5.338 \times 10^{-6} \blacksquare \end{aligned}$$

Задание на самостоятельную работу

Построить график функции. Вычислить интеграл функции в интервале от a до b , методом трапеций и Симпсона, разбив интервал на 5 и 10 частей. Оценить погрешность вычислений.

№	Функция	a	b
1	$0,37 e^{\sin(x)}$	0	1
2	$0,5 x + x \ln(x)$	1	2
3	$(x + 1,9) \sin(x / 3)$	1	2
4	$1 / x \ln(x + 2)$	2	3
5	$3 \cos(x) / (2 x + 1,7)$	0	1
6	$(2 x + 0,6) \cos(x / 2)$	1	2
7	$2,6 x^2 \ln(x)$	1,2	2,2
8	$(x^2 + 1) \sin(x - 0,5)$	1	2
9	$x^2 \cos(x / 4)$	2	3
10	$\sin(0,2 x - 3) / (x^2 + 1)$	3	4

Задание на самостоятельную работу

Построить график функции. Вычислить интеграл функции в интервале от а до b, методом трапеций и Симпсона, разбив интервал на 1000 частей. Оценить погрешность вычислений.

№	Функция	a	b
11	$\sqrt{1 + \cos^2(x)}$	0	3
12	$\sin(2x^2 + 1)$	0	1
13	$(x + 1,9) \cdot \sin(x / 3)$	1	2
14	$1 / x \cdot \ln(x + 2)$	2	3
15	$\sqrt{\operatorname{tg}(x)}$	0	0,5
16	$2,6 \cdot x^2 \cdot \ln(x)$	1,2	2,2
17	$(x^2 + 1) \cdot \sin(x - 0,5)$	0,5	1,5
18	$x^2 \cdot \cos(x / 4)$	2	3
19	$3x + \ln(x)$	1	2
20	$3x^2 + \operatorname{tg}(x)$	-0,5	0,5

Задание на самостоятельную работу

Построить график функции. Вычислить интеграл функции в интервале от a до b , методом трапеций и Симпсона, разбив интервал на 1000 частей. Оценить погрешность вычислений.

№	Функция	a	b
21	$5/(4x-3)^3$	4	5
22	$-4/(1+8x)^2$	0	3
23	$(3x + \sin(x)) / x^2$	0,1	1,1
24	$(x + 1,9) \cdot \sin(x/3)$	1	2
25	$x^2 \cdot \operatorname{tg}(x/2)$	1,5	2,5
26	e^x / x	1	7
27	$\cos(x) / x$	π	$\pi/2$
28	$1/(1+x^2)$	0	1
29	$1/(1+x)$	0	9
30	$1/\lg(x)$	4	10

Контрольные вопросы:

- В каких случаях используется численное интегрирование?
- Постановка задачи численного интегрирования?
- Какие существуют методы численного интегрирования?
- Графическая интерпретация метода трапеций?
- Погрешность метода трапеций?
- Графическая интерпретация метода Симпсона?
- Погрешность метода Симпсона?
- В чем различие метода трапеций и метода Симпсона?
- Как влияет на точность методов величина шага h ?
- В чем разница вычисления погрешностей двух методов?