

**Расчетно-графическое задание для студентов направления
подготовки 140400 (электроснабжение).**

Тема: Переменный электрический ток

Цель: Изучение параметров цепи переменного тока.

Вынужденные электромагнитные колебания в контуре осуществляются, если включить последовательно с элементами контура переменную Э.Д.С. или, разорвав контур, подать на образовавшиеся контакты переменное напряжение (рис.1):

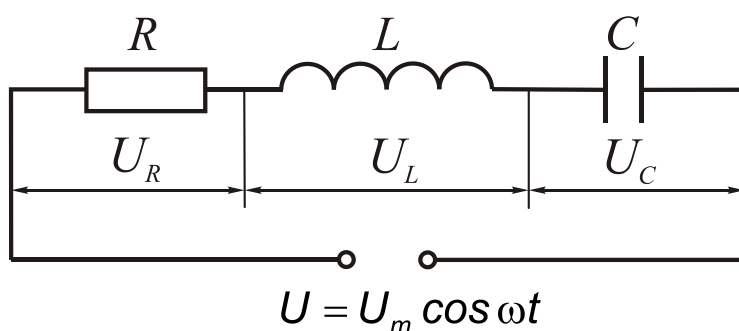


Рис.1

Установившиеся вынужденные электромагнитные колебания можно рассматривать как протекание в цепи, обладающей емкостью, индуктивностью и активным сопротивлением, переменного тока под действием переменного напряжения:

$$U = U_m \cos \omega t . \quad (1)$$

Ток в цепи равен

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi) . \quad (2)$$

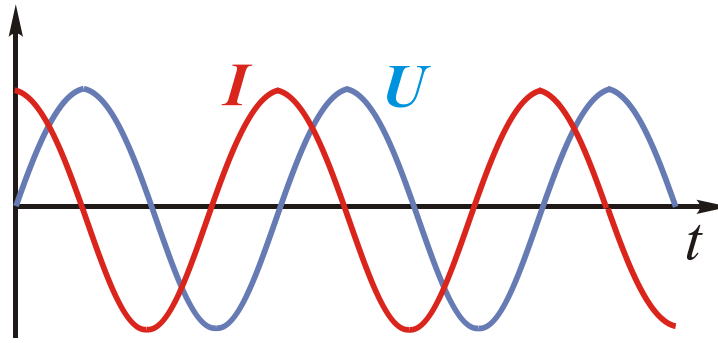


Рис 2.

Зависимость напряжения и тока от времени

Амплитуда тока определяется амплитудой напряжения U_m , параметрами цепи C, L, R и частотой ω :

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (3)$$

Если учесть, что напряжение на активном сопротивлении $U_R = IR$, напряжение на конденсаторе $U_C = q/C$, а напряжение на индуктивности $U_L = L \frac{dI}{dt}$, получим:

$$U_R + U_C + U_L = U_m \cos \omega t. \quad (3.1)$$

Таким образом, сумма напряжений на отдельных элементах контура равна в каждый момент времени напряжению, приложенному извне. Напряжение на отдельных элементах контура меняются со временем по следующим законам:

$$U_R = RI = RI_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (4)$$

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t - \Psi) = U_{Cm} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right), \quad (5)$$

где
$$U_{cm} = \frac{q_m}{C} = \frac{I_m}{\omega C} . \quad (6)$$

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = U_{Lm} \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (7)$$

где
$$U_{Lm} = \omega L I_m \quad (8)$$

Сопоставление формул (5), (6), (7) и (8) показывает, что напряжение на конденсаторе отстает по фазе от силы тока на $\frac{\pi}{2}$, а напряжение на индуктивности опережает ток на $\frac{\pi}{2}$. Напряжение на активном сопротивлении меняется в одной фазе с током. Фазовые соотношения можно представить с помощью векторной диаграммы (рис. 2). Согласно (3.1) сумма векторов U_R , U_L и U_C должна быть равна вектору U_m .

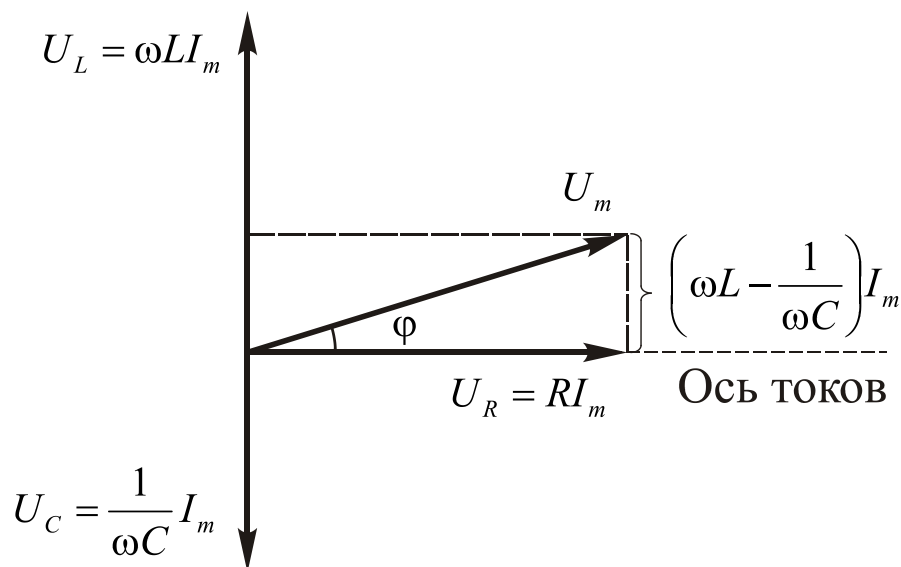


Рис. 3

Разность фаз φ между током и напряжением также зависит от параметров цепи и частоты

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (9)$$

1.2. Добротность контура.

Степень затухания в колебательной системе характеризуется *логарифмическим декрементом затухания* λ , который для электрических колебаний в колебательном контуре в случае малых затуханий определяется

по формуле: $\lambda = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}$.

Для характеристики колебательного контура часто пользуются понятием *добротности* контура Q , которая при малых значениях логарифмического

декремента затухания равна: $Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

1.3. Импеданс цепи

Полным электрическим сопротивлением или импедансом называется величина

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (9.1)$$

Величина $X_L = \omega L$ называется **индуктивным сопротивлением**, а $X_C = \frac{1}{\omega C}$ - **емкостным сопротивлением**. $X = X_L - X_C$ носит название **реактивного сопротивления**.

Если активное сопротивление цепи R равно 0, т.е. цепь обладает только реактивным сопротивлением, то протекания тока в такой цепи не приводит к выделению теплоты Джоуля-Ленца.

1.3. Мощность в цепи переменного тока

Практическое значение представляет не мгновенное значение мощности, а среднее за период, которое обозначим P . Оно равно:

$$P = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi, \quad (10)$$

где $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$ (11)

Учтем, что $\frac{U_m}{Z} = I_m$:

$$P = \frac{R I_m^2}{2}. \quad (12)$$

Такую же мощность развивает и постоянный ток

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (13)$$

Величина $I_d = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ называется действующим (Эффективным)

значением силы тока, а $U_d = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ - действующим (эффективным) значением напряжения.

Тогда
$$P = U_d I_d \cos \varphi \quad (14)$$

Множитель $\cos \varphi$ называют **коэффициентом мощности**. В технике цепи рассчитывают так, что $\cos \varphi$ был как можно больше. При малом $\cos \varphi$ для выделения в цепи необходимой мощности нужно пропускать ток большей силы, что приводит к возрастанию потерь в подводящих проводах.

Пример

В цепь переменного тока с действующим значением напряжения 220В и частотой 50 Гц включены последовательно резистор сопротивлением 100 Ом, конденсатор емкостью 32 мкФ и катушка индуктивностью 640мГн. Найти действующее значение силы тока, сдвиг фаз между током и напряжением и потребляемую мощность.

Написать закон, по которому изменяется со временем сила тока.

Дано:

$$U_d = 220 \text{ В};$$

$$\nu = 50 \text{ Гц};$$

$$R = 100 \text{ Ом};$$

$$C = 32 \text{ мкФ};$$

$$L = 640 \text{ мГн}.$$

Найти: I_d, P, φ .

Решение.

Связь тока и напряжения выражается законом Ома:

$$I_m = \frac{U_m}{Z}$$

$$\text{где } Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Найдем Z – импеданс цепи. Круговая частота $\omega = 2\pi f$

$$Z = \sqrt{100^2 + \left(6,28 \cdot 50 \cdot 0,64 - \frac{1}{6,28 \cdot 50 \cdot 32 \cdot 10^{-6}}\right)^2} = \sqrt{2} \cdot 100 \approx 141 \text{ Ом}$$

$$U_m = \sqrt{2}U_D$$

$$I_D = \frac{U_D}{Z} = \frac{220}{141} \approx 1,56A \quad I_m = 1,41I_D = 2,2 A$$

Сдвиг фаз между током и напряжением найдем из соотношения:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}, \quad \varphi = \arccos(R/Z) = 45^\circ$$

Сила тока изменяется по закону:

$$I = 2,2 \cos(314t - \pi/4)$$

Потребляемую мощность определим из формулы: $P = U_D I_D \cos \varphi$

$$P = 220 \cdot 1,56 \cdot \cos 45^\circ \approx 490 \text{ Вт}.$$

Задание

В цепь переменного тока с действующим значением напряжения U_D и частотой ν включены последовательно резистор сопротивлением R , конденсатор емкостью C и катушка индуктивностью L . Действующее значение силы тока I_D , сдвиг фаз между током и напряжением φ , потребляемая мощность P , емкостное сопротивление X_C , индуктивное сопротивление X_L , Q – добротность контура. Написать закон, по которому изменяется со временем напряжение и сила тока, и изобразить его графически. Найти неизвестные параметры, указанные в таблице. Нарисовать векторную диаграмму тока и напряжений на элементах цепи.

Построить график зависимости импеданса от частоты.

Таблица вариантов с заданиями

<i>N</i> Вар	<i>U</i>_{д. В}	<i>I</i>_{д, А}	<i>v</i> Гц	<i>R</i>, Ом	<i>L</i>, мГн	<i>C</i>, мкФ	φ, рад	<i>P</i>, Вт	<i>X</i>_с, Ом	<i>X</i>_Л, Ом	<i>Q</i>
1	220	1	50	100	750	?	?	?	?	?	?
2	220	1,1	50	110	?	20	?	?	?	?	?
3	220	1,4	50	120	600	?	?	?	?	?	?
4	127	1	50	80	650	?	?	?	?	?	?
5	127	1	50	90	550	?	?	?	?	?	?
6	127	1	50	100	700	?	?	?	?	?	?
7	127	1	50	100	750	?	?	?	?	?	?
8	127	1	60	90	640	?	?	?	?	?	?
9	380	2	60	120	?	100	?	?	?	?	?
10	380	3	60	60	?	80	?	?	?	?	?
11	380	1,5	60	110	?	50	?	?	?	?	?
12	380	2	60	130	?	30	?	?	?	?	?
13	380	4	60	80	?	7	?	?	?	?	?
14	220	1,5	60	120	?	6	?	?	?	?	?
15	220	2	60	65	?	2	?	?	?	?	?
16	127	0,5	60	155	800	?	?	?	?	?	?
17	220	1	50	90	750	?	?	?	?	?	?
18	220	1,2	50	100	500	?	?	?	?	?	?
19	220	2	50	100	600	?	?	?	?	?	?
20	220	1,1	50	95	700	?	?	?	?	?	?
21	220	1,4	50	85	470	?	?	?	?	?	?
22	127	0,9	50	100	480	?	?	?	?	?	?
23	127	1	50	90	?	30	?	?	?	?	?
24	127	0,95	50	85	?	50	?	?	?	?	?
25	220	1,2	50	90	600	?	?	?	?	?	?
26	380	2	60	125	?	95	?	?	?	?	?
27	220	1,8	60	55	?	2	?	?	?	?	?
28	220	2,1	60	60	?	3	?	?	?	?	?
29	127	1	50	82	660	?	?	?	?	?	?
30	220	1,3	50	130	650	?	?	?	?	?	?

Литература

1. Детлаф, А.А. Курс физики: учеб.пособие / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. - М.: Высш. шк., 1989 и др. г. изд.
2. Трофимова, Т.И. Курс физики: учеб.пособие / Т.И. Трофимова. - М.: Высш. шк., 2001 и др. г. изд.
3. Савельев, И.В. Курс физики, т.2: учеб.пособие / И.В. Савельев. - М.: Наука, 1988 и др. г. изд.