

Расчетно-графическое задание посвящено разделу волновой оптики – дифракции.

Цель работы – изучение дифракции на дифракционной решетке.

Краткая теория явления дифракции.

Дифракция – это явление, которое присуще всем волновым процессам. При распространении волны в однородной среде направление её распространения не меняется. Однако если на пути волны встречается какое-либо препятствие, то наблюдается отклонение от прямолинейного распространения волны. Дифракция света приводит к нарушению законов геометрической оптики, т.е. прямолинейности распространения света. *Дифракция света – это совокупность явлений, сопровождающихся нарушением законов геометрической оптики при распространении света в средах с оптическими неоднородностями.*

Различают два вида дифракции. Если источник света S и точка P (точка наблюдения) расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку P , образуют практически параллельные пучки, то говорят о дифракции в параллельных пучках. Её называют ещё дифракцией Фраунгофера. Если пучки не параллельны, то такая дифракция называется дифракцией Френеля.

Для того, чтобы можно было наблюдать дифракцию, необходимо, чтобы размеры препятствий, встречающихся на пути распространения волны были сравнимы с длиной волны.

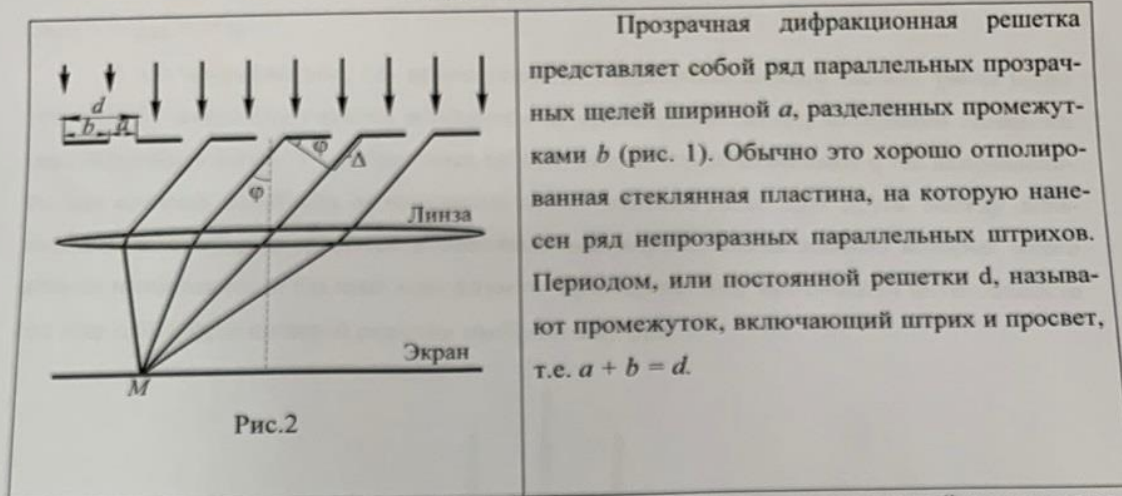
Дать качественное и количественное толкование дифракционных явлений позволяет принцип, предложенный Гюйгенсом в 1778 г. и дополненный Френелем в 1815 г. Принцип Гюйгенса говорит о том, что каждая точка волновой поверхности служит источником вторичных сферических волн, огибающая которых дает положение волновой поверхности в последующий момент времени. Дополнение Френеля состоит в том, что *вторичные волны являются когерентными, а амплитуда и фаза волны в некоторой точке среды – это результат интерференции вторичных волн.*

Принцип Гюйгенса позволяет определить форму волновой поверхности, а дополнение Френеля – амплитуду и фазу волны в заданной точке.

В общем случае найти амплитуду суммарной волны, имеющей произвольную волновую поверхность, очень сложно. Однако в некоторых частных случаях решение подобной задачи упрощается.

Рассмотрим случай дифракции плоских волн (Фраунгофера) на дифракционной решетке.

Дифракционная решетка



Прозрачная дифракционная решетка представляет собой ряд параллельных прозрачных щелей шириной a , разделенных промежутками b (рис. 1). Обычно это хорошо отполированная стеклянная пластина, на которую нанесен ряд непрозрачных параллельных штрихов. Периодом, или постоянной решетки d , называют промежуток, включающий штрих и просвет, т.е. $a + b = d$.

Пусть на дифракционную решетку нормально падает параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ . При этом каждая щель решетки служит источником вторичных когерентных волн. Эти волны когерентны потому, что произошли от одного источника. В результате интерференции света, идущего от разных щелей, возникает дифракционная картина, наблюдаемая в фокальной плоскости собирающей линзы. Эта картина имеет вид максимумов, расположенных по определенным направлениям. Поскольку лучи, идущие от различных щелей, когерентны, то результат действия дифракционной решетки не будет равен простой сумме действий N щелей, и будут наблюдаться специфические дифракционные явления.

Положение интерференционных максимумов определяется интерференцией света, идущего от разных щелей. Разность хода Δ волн, идущих от соответствующих точек двух соседних щелей равна (см. рис. 2):

$$\Delta = d \sin \varphi = (a + b) \sin \varphi. \quad (3)$$

В направлении угла φ будет наблюдаться максимум света в том случае, если в данном направлении создается разность хода, равная целому числу длин волн:

$$\Delta = m\lambda, \text{ где } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4)$$

Приравнявая (3) и (4), получим условие возникновения максимума при прохождении света через дифракционную решетку:

$$d \sin \varphi = \pm m\lambda, \quad (5)$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ - номер, или порядок интерференции.

Выражение (4) определяет положение главных максимумов для данной длины волны. Точный математический расчет показывает, что интенсивность главных максимумов

I_{\max} в N^2 , а не в N раз больше интенсивности I_{ϕ} , создаваемой в направлении ϕ одной щелью, т.е. $I_{\max} = N^2 I_{\phi}$.

В тех направлениях, где интенсивность, создаваемая каждой щелью, равна нулю (условие 5), находятся главные минимумы. В промежутках между соседними главными максимумами имеется $N-1$ добавочных минимумов, которые возникают в тех направлениях, для которых колебания от отдельных щелей взаимно гасят друг друга. Между добавочными минимумами имеются добавочные максимумы, интенсивность которых много меньше интенсивности главных максимумов. Примерный вид зависимости интенсивности I от $\sin \phi$ для дифракционной решетки изображен на рис. 3.

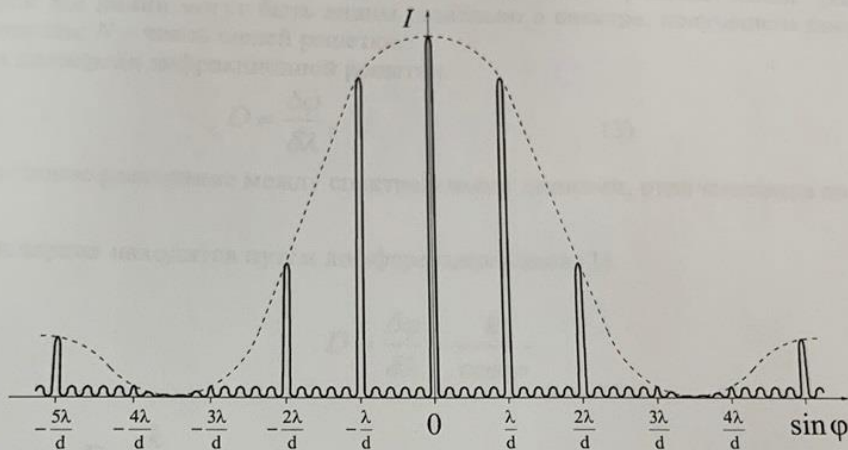


Рис. 3

Если на решетку поступает излучение разных длин волн, то дифракционные максимумы для каждой волны получаются под разными углами ϕ . На экране получается дифракционный спектр источника света (см. рис. 5).

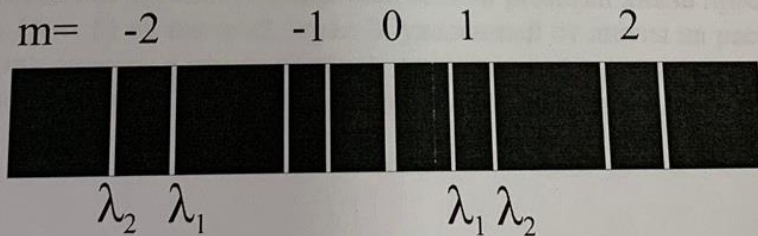


Рис. 5

С ростом количества щелей N в решетке ширина главных максимумов и интенсивность добавочных уменьшается. Именно поэтому дифракционная решетка является весьма совершенным спектральным прибором. С ее помощью можно по соотношению (5) определить длину волны, измерив угол дифракции ϕ .

Основные формулы

1. Дифракция света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей.
Условие главных максимумов интенсивности

$$d \sin \varphi = \pm \kappa \lambda, \quad \kappa = 0, 1, 2 \dots,$$

где d – период (постоянная решетки); κ – номер главного дифракционного максимума в случае монохроматического света или порядок спектра в случае белого света; φ – угол отклонения лучей, соответствующий максимуму интенсивности.

2. Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \kappa N,$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны отдельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N – число щелей решетки.

3. Угловая дисперсия дифракционной решетки.

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}, \quad (3)$$

где $\delta\varphi$ – угловое расстояние между спектральными линиями, отличающиеся по длине волны $\delta\lambda$.

Угловая дисперсия находится путем дифференцирования (1).

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{\cos \varphi}$$

Для малых углов: $D \approx \frac{k}{d}$.

Рассмотрим пример.

На дифракционную решетку длиной 10 мм, имеющую 400 штрихов на 1 мм, падает нормально свет от разрядной трубки. Помещенная вблизи решетки линза проецирует дифракционную картину (рис. 6) на плоский экран Э, удаленный от линзы на расстояние 1 м. Определить: 1) ширину спектра первого порядка, если границы видимого спектра составляют 780 нм (красный край спектра) и 400 нм (фиолетовый край спектра)

Дано:

$$\ell_0 = 10 \text{ мм} = 10^{-2} \text{ м}$$

$$n = 400 \text{ мм}^{-1} = 4 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$$

$$L = 1 \text{ м}$$

$$\lambda_{\text{кр}} = 780 \text{ нм} = 7,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\ell_1 = ? \quad \kappa_{\text{кр}} = ? \quad \kappa = ?$$

Решение. Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму фиолетового цвета при дифракции света на решетке, определяется из условия

$$d \sin \varphi_1 = \kappa \lambda_{\Phi} (\kappa = 1), \quad (1)$$

следовательно,

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda_{\Phi}}{d}. \quad (2)$$

Аналогично для дифракционного максимума красного цвета получим

$$\sin \varphi_2 = \frac{\lambda_{\text{кр}}}{d}. \quad (3)$$

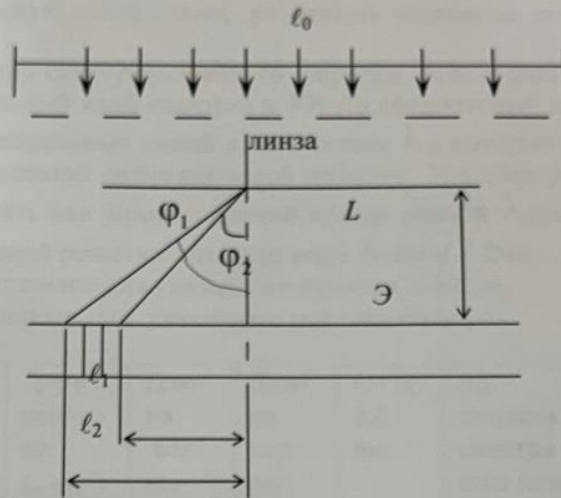


Рис. 6

Из рис. 6 следует, что расстояние от центра дифракционной картины до фиолетовой спектральной линии равно

$$l_1 = L \operatorname{tg} \varphi_1 \quad (4)$$

соответственно для красной спектральной линии

$$l_2 = L \operatorname{tg} \varphi_2. \quad (5)$$

Ширина спектра первого порядка будет $\Delta l = l_2 - l_1$ или с учетом формул (4) и (5)

$$\Delta l = L (\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1). \quad (6)$$

В случае малых углов φ , что имеет место для спектра первого порядка:

$$\operatorname{tg} \varphi \cong \sin \varphi.$$

Поэтому, подставив выражения (2) и (3) в формулу (6), получим

$$\Delta l = L \left(\frac{\lambda_{\text{кр}}}{d} - \frac{\lambda_{\Phi}}{d} \right). \quad (7)$$

Зная число штрихов n на 1 мм решетки, найдем период решетки:

$$d = \frac{1}{n}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в формулу (7), получим

$$\Delta l = Ln (\lambda_{\text{кр}} - \lambda_{\Phi}). \quad (9)$$

Произведем вычисления:

$$\Delta l = 1 \cdot 4 \cdot 10^5 (7,8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}) = 1,52 \cdot 10^{-1} \text{ м} = 15,2 \text{ см.}$$

Задание.

Дифракционная решетка длиной ℓ_0 имеет общее число штрихов N . На решетку падает нормально свет от лампы. Помещенная вблизи решетки линза проецирует дифракционную картину на плоский экран, удаленный от линзы на расстояние L . Границы видимого спектра составляют 780 нм (красный край спектра) и 400 нм (фиолетовый край спектра), ℓ_k - ширина спектра k -ого порядка, k - число спектральных линий указанного цвета, которые теоретически можно наблюдать с помощью данной дифракционной решетки;

$\lambda_{1\text{нм}}$ и $\lambda_{2\text{нм}}$ - соседние длины волн, которые способна разрешить данная решетка в спектре k_p порядка.

Для каждого варианта записать текст задания, изобразить дифракционный спектр в зависимости от $\sin\varphi_k$ (φ_k - угол, под которым наблюдается дифракционный спектр k -го порядка), привести оптическую схему опыта, рассчитать численные значения указанных в таблице величин.

Определить: 1) ширину спектра указанного порядка, если границы видимого спектра составляют 780 нм (красный край спектра) и 400 нм (фиолетовый край спектра); 2) максимальное число спектральных линий длины волны λ_1 , которые теоретически можно наблюдать с помощью данной дифракционной решетки; 3) в спектре какого порядка эта решетка может разрешить две линии с длиной волны, равной $\lambda_{1\text{нм}}$ и $\lambda_{2\text{нм}}$? 4) разрешающую способность данной решетки для длин волн $\lambda_{1\text{нм}}$ и $\lambda_{2\text{нм}}$.

5) найти угловую дисперсию для указанного порядка спектра.

6) найти область дисперсии для указанного порядка спектра.

N Ва ри ан та	Период решет- ки d , мкм	Число штри- хов N	Длина решет- ки ℓ_0 , см	Дли- на вол- ны $\lambda_{1\text{нм}}$	Дли- на вол- ны $\lambda_{2\text{нм}}$	$\lambda_2 - \lambda_1$ $\Delta\lambda$, нм	Δl_k - ширина спектра k -го поряд- ка	L - расстоя- ние от линзы до экра- нам	D - угло- вая дис- персия, м^{-1}
1	5	5000	?	450	450,1	?	$k=4$;	1	
2	4	4000	?	500	?	0,2	$k=2$;	1,2	
3	5	4500	?	600	600,1	?	$k=3$;	1,4	
4	4	?	1,1	?	650,2	0,2	$k=2$;	1	
5	4	6000	?	550	550,1	?	$k=3$;	1	
6	5	?	1,3	700	700,1	?	$k=3$;	1,2	
7	4	4500	?	?	750,2	0,2	$k=1$;	1,2	
8	?	5500	2,2	440	440,1	?	$k=2$;	1	
9	8	7000	?	420	?	0,1	$k=2$;	1	
10	5	?	1,5	660	660,2	?	$k=4$;	1,4	
11	5	3500	?	710	710,2	0,2	$k=3$;	0,8	
12	?	7500	3	?	570,3	0,3	$k=2$;	0,9	
13	?	4000	1,2	580	580,1	?	$k=3$;	1	
14	6	5000	?	620	620,2	?	$k=2$	1,2	

N Ва- ри- ан- та	Период решет- ки d , мкм	Число штри- хов N	Длина решет- ки ℓ_0 , см	Дли- на вол- ны $\lambda_{1, \text{нм}}$	Дли- на вол- ны $\lambda_{2, \text{нм}}$	$\lambda_2 - \lambda_1$ $\Delta\lambda$, нм	Δl_k - ширина спектра k -го поряд- ка	L - расстоя- ние от линзы до экра- нам	D - угло- вая дис- персия, м^{-1}
5	4	?	4	665	?	0,02	$k=2$	1	
16	3	2000	?	555	555,1	?	$K=3$	1	
17	4,5	4550	?	?	750,2	0,2	$k=1$;	1,2	
18	5	?	1,25	700	700,1	?	$k=2$;	1,2	
19	5	7000	?	420	?	0,1	$k=2$;	0,8	
20	5,5	3500	?	705	705,2	0,2	$k=3$;	0,95	
21	4,5	4600	?	500	?	0,2	$k=2$;	1,2	
22	4,2	?	1,1	?	650,2	0,15	$k=2$;	1	
23	5,5	5000	?	455	455,1	?	$k=4$;	1	
24	6,5	4500	?	600	600,1	?	$k=3$;	1,4	
25	10	?	1,5	660	660,2	?	$k=2$;	1,1	
26	?	760	3,1	?	570,3	0,3	$k=2$;	0,9	
27	5	7000	?	420	?	0,1	$k=2$;	1,1	

Литература

1. Детлаф, А.А. Курс физики: учеб.пособие / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. - М.: Высш. шк., 1989 и др. г. изд.
2. Трофимова, Т.И. Курс физики: учеб.пособие / Т.И. Трофимова. - М.: Высш. шк., 2001 и др. г. изд.
3. Савельев, И.В. Курс физики, т.2: учеб.пособие / И.В. Савельев. - М.: Наука, 1988 и др. г. изд.