

Вариант 1

1. Дан треугольник ABC с координатами вершин $A(-1; 3)$, $B(4; 0)$ и $C(-2; -2)$. Найти угол между медианой и высотой, проведенными из вершины A .

2. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты центра, фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.

а) $x^2 + 2y^2 - 18 = 0$;

б) $x^2 - 2y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$.

3. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$ при $x = -1$. Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

4. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{\ln(x^2 - 2x - 2)}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^x}{\sin 2x - \operatorname{tg} x}$.

Вариант 2

1. Даны две смежные вершины $A(1; -2)$, $B(3; 2)$ параллелограмма и точка $M(1; 1)$ пересечения его диагоналей. Составить уравнения сторон параллелограмма.
2. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты центра, фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.
 - а) $16x^2 - 9y^2 - 576 = 0$;
 - б) $x^2 + 4y^2 - 6x - 8y - 3 = 0$.
3. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{3-x}{x+2}$ при $x = -1$. Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.
4. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{x^3 - 3x - 18} \quad ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \sin 2x}{e^{4x} - 1}.$$

Вариант 3

1. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $x + y - 1 = 0$, $2x - y + 4 = 0$ и точка $M(3; 3)$ пересечения его диагоналей. Составить уравнения двух других сторон параллелограмма.

2. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты центра, фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.

а) $16x^2 + 25y^2 = 400$;

б) $x^2 - 9y^2 + 4x + 36y - 41 = 0$.

3. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x^3}{1 - x^2}$ при $x = 0$. Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

4. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^3 - 5x + 1}{\ln(3x - 2)}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - e^{3x}}{\operatorname{tg} 4x}$.

Вариант 4

1. Треугольник ABC задан сторонами $(AB): x + y - 2 = 0$, $(BC): x - y + 3 = 0$, $(AC): 2x + y + 1 = 0$. Найти уравнение средней линии треугольника MN , параллельной стороне AB .

2. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты центра (или вершины), фокусы, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.

а) $y^2 - 6x + 14y + 49 = 0$;

б) $x^2 - 4y^2 - 2x - 24y + 33 = 0$.

3. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{3x}{x+2}$

при $x = -1$. Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

4. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + 3x + 5}{\sqrt[3]{9 + x} - 2}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - 1}{\operatorname{tg} 5x}$.

Вариант 5

1. Точки $A(2; 0)$, $B(0; 5)$ и $C(7; 3)$ образуют вершины треугольника. Найти угол между стороной AB и медианой BD .
2. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.
 - а) $9x^2 - 16y^2 = 576$;
 - б) $x^2 - 4x - 8y - 12 = 0$.
3. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x^3}{x^2 - 9}$ при $x = -1$. Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.
4. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x + 2}{3x^2 - 6\sqrt{x+2}}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - e^{6x}}{1 - \cos 3x}$.

Вариант 6

1. Заданы уравнения диагоналей квадрата $4x - 5y + 3 = 0$, $5x + 4y - 27 = 0$ и координаты одной из его вершин $A(-1; 8)$. Найти уравнения всех сторон квадрата.

2. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.

а) $16x^2 - 9y^2 - 144 = 0$;

б) $x^2 - 4y + 2x - 7 = 0$.

3. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x^2}{x-2}$ при $x = -1$. Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

4. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталю:

а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 2x + 4}{x^2 - 2\sqrt{6+x}}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-4x^2} - 1}{1 - \cos 3x}$.

Вариант 7

1. Дан треугольник ABC с координатами вершин $A(1;-1)$, $B(-2;1)$, $C(3;-5)$. Найти уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины A на медиану, проведенную из вершины B .

2. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты фокусов, уравнения директрис. Сделать чертеж.

а) $y^2 - 4x + 8 = 0$;

б) $x^2 + 16y^2 - 6x - 64y + 57 = 0$.

3. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x^2 - 7}{x - 2}$

при $x = 1$. Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

4. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 6}{(2x - 1)^2 + 4x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x) - e^{-4x}}{\operatorname{tg} 5x}$.

Вариант 8

1. Найти координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон $x + 2y = 4$, $x + 2y = 10$ и уравнение одной из его диагоналей $y = x + 2$.

2. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты центра, фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.

а) $x^2 - 12y = 0$;

б) $x^2 - y^2 - 2x - 4y - 7 = 0$.

3. Составить уравнение касательной к графику функции

$y = \frac{3 - x^3}{(x - 3)^2}$ при $x = 1$. Провести полное исследование функции,

построить её график и касательную в декартовой системе координат.

4. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right)$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-3x}}{\operatorname{arctg} 2x}$.

Вариант 9

1. Найти точку симметричную точке $M(-2;0)$ относительно прямой $2x + y - 6 = 0$.

2. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты центра, фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.

а) $5x^2 + 9y^2 = 45$;

б) $9x^2 - 16y^2 + 64y - 208 = 0$.

3. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{3x - 5}{x + 2}$

при $x = 1$. Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.

4. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 8\sqrt{x}}{\sqrt{4 + 3x} - 4}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2 + 2x} - e^{-3x}}{\arcsin 2x}$.

Вариант 10

1. Даны уравнения сторон треугольника $(AB): x + 2y - 1 = 0$, $(BC): 5x + 2y - 17 = 0$ и $(AC): x - 4y + 11 = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно противоположной стороне.
2. Привести уравнения кривых к каноническому виду. Найти эксцентриситет, координаты фокусов, уравнения директрис и асимптот (если есть). Сделать чертеж.
 - а) $x^2 + 20y = 0$;
 - б) $9x^2 - 16y^2 - 36x - 32y - 124 = 0$.
3. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$ при $x = 1$. Провести полное исследование функции, построить её график и касательную в декартовой системе координат.
4. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x - 4}{4x^2 + 3x + 5}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-3x} - 1 + \ln(1 - 5x)}{\sin 4x}$.