1.19. Пример выполнения курсового задания С 1

На рис. 1.49 изображена расчётная схема балки.

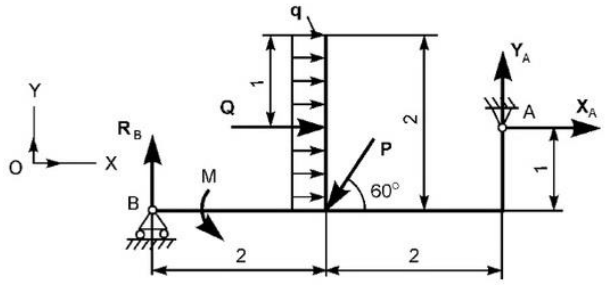


Рис. 1.49

Дано: P = 20 кН; M = 10 кН·м; q = 2 кН/м. Определить реакции внешних связей в точках A и B.

Решение.

Определение реакций внешних связей для рассматриваемой балки проводится согласно алгоритму решения задач статики, приведённому в подразделе 1.7.

1. Выбирается система отсчёта. Так как балка плоская, то выбирается система отсчёта OXY.

2. Выделяется тело, равновесие которого рассматривается. В нашем случае таким телом является балка, изображённая на рис. 1.49.

3. К балке прикладываются активные нагрузки. По условию задачи активные нагрузки известны. Так как задана распределённая нагрузка с интенсивностью **q**, то её приводят к сосредоточенной силе **Q**, модуль которой определяют по формуле Q = q·L = 2·2 = 4 кН. Эту сосредоточенную силу прикладывают к телу и показывают размер, на котором она приложена. Таким образом, на балку действуют следующие активные нагрузки: **P**, **Q** – активные силы; активная пара сил с алгебраическим моментом M.

4. Согласно аксиоме связей внешние связи, наложенные на механическую систему в точках A и B, отбрасывают и показывают реакции внешних связей $\mathbf{X_A}$, $\mathbf{Y_A}$, $\mathbf{R_B}$. Таким образом, на балку действуют внешние нагрузки, состоящие из активных нагрузок: **P**, **Q**, M и реакций внешних связей: $\mathbf{X_A}$, $\mathbf{Y_A}$, $\mathbf{R_B}$.

5. Так как система внешних сил, действующих на тело, является плоской и произвольной, то записывают три уравнения равновесия:

$$\Sigma F^{E}_{iOX} + \Sigma R^{E}_{iOX} = 0 = Q - P\cdot\cos(60^{o}) + X_A = 0; \quad (1)$$

$$\Sigma F^{E}_{iOY} + \Sigma R^{E}_{iOY} = 0 = -P\cdot\sin(60^{o}) + R_B + Y_A = 0; \quad (2)$$

$$\Sigma M_A(\mathbf{F}_i^E) + \Sigma M_A(\mathbf{R}_i^E) = 0 =$$

$$= M + P\cdot\sin(60^{0})\cdot 2 - P\cdot\cos(60^{o})\cdot 1 - R_B\cdot 4 = 0. \quad (3)$$

При составлении выражений (1), (2), (3) использована первая форма уравнений равновесия. Эти уравнения решают в наиболее удобной последовательности и находят проекции неизвестных реакций на координатные оси системы отсчёта OXY или модули этих реакций.

Из уравнения (1) $X_A = -Q + P\cdot\cos(60^{o}) = -4 + 20\cdot 0{,}5 = 6{,}000$ кН.

Из уравнения (3) $R_B = (M + P\cdot\sin(60^{o})\cdot 2 - P\cdot\cos(60^{o})\cdot 1)/4 =$

$= (10 + 20\cdot 0{,}866\cdot 2 - 20\cdot 0{,}5\cdot 1)/4 = 8{,}660$ кН.

Из уравнения (2)

$Y_A = -R_B + P\cdot\sin(60^{o}) = -8{,}66 + 20\cdot 0{,}866 = 8{,}660$ кН.

Согласно условию задания необходимо произвести проверку правильности проведённых расчётов. С целью такой проверки изобразим рассматриваемую балку в упрощённом варианте (рис.

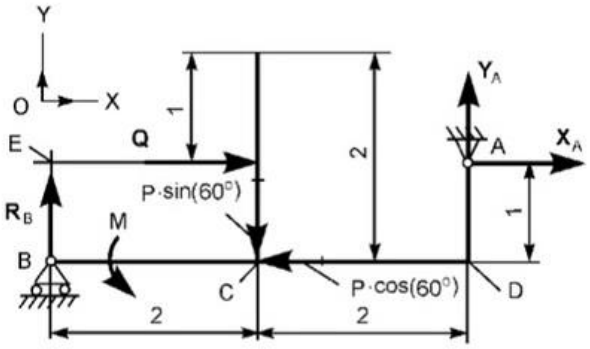


Рис. 1.50

1.50).

Сила **P** разложена на составляющие силы по координатным осям. Это упрощает проецирование силы **P** на координатные оси системы отсчёта OXY. ***Необходимо отметить, что силы раскладываются на составляющие по координатным осям системы отсчёта только в точке их приложения***. Порядок решения задачи остается прежним, только использована третья форма уравнений равновесия.

$$\Sigma M_C(\mathbf{F}_i^E) + \Sigma M_C(\mathbf{R}_i^E) = 0 =$$
$$= M - Q\cdot 1 - R_B\cdot 2 + Y_A\cdot 2 - X_A\cdot 1 = 0; \qquad (4)$$

$$\Sigma M_D(\mathbf{F}_i^E) + \Sigma M_D(\mathbf{R}_i^E) = 0 =$$
$$= M - Q\cdot 1 + P\cdot\sin(60^\circ)\cdot 2 - R_B\cdot 4 - X_A\cdot 1 = 0; \qquad (5)$$
$$\Sigma M_E(\mathbf{F}_i^E) + \Sigma M_E(\mathbf{R}_i^E) = 0 =$$
$$= M - P\cdot\sin(60^0)\cdot 2 - P\cdot\cos(60^\circ)\cdot 1 + Y_A\cdot 4 = 0. \qquad (6)$$

Подставляя найденные значения реакций $\mathbf{X_A}$, $\mathbf{Y_A}$, $\mathbf{R_B}$ в выражения (4), (5), (6) и вычислив, получим:

$$\Sigma M_C(\mathbf{F}_i^E) + \Sigma M_C(\mathbf{R}_i^E) = 0 =$$
$$= 10 - 4\cdot 1 - 8{,}660\cdot 2 + 8{,}660\cdot 2 - 6\cdot 1 = 0; \qquad (4^I)$$
$$\Sigma M_D(\mathbf{F}_i^E) + \Sigma M_D(\mathbf{R}_i^E) = 0 =$$
$$= 10 - 4\cdot 1 + 20\cdot 0{,}866\cdot 2 - 8{,}660\cdot 4 - 6\cdot 1 = 0; \qquad (5^I)$$
$$\Sigma M_E(\mathbf{F}_i^E) + \Sigma M_E(\mathbf{R}_i^E) = 0 =$$
$$= 10 - 20\cdot 0{,}866\cdot 2 - 20\cdot 0{,}5\cdot 1 + 8{,}660\cdot 4 = 0. \qquad (6^I)$$

Проведённая проверка подтвердила правильность результатов расчётов. Результаты вычислений помещают в таблицу.

Таблица

Реакции и их размерность	X_A ,кН	Y_A ,кН	R_B ,кН
Численные значения реакций	6,000	8,660	8,660