

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

Тема: Массивы в Mathcad

Столбец чисел называется вектором, а прямоугольная таблица чисел - матрицей. Общий термин для вектора или матрицы - массив. При работе с матрицами используется панель инструментов "Матрицы" (рис.1):



Обращение к элементу массива осуществляется путем записи имени массива и соответствующих индексных выражений, количество которых определяется размерностью массива.

На рисунке 2 показан фрагмент присваивания значений отдельным элементам массивов: векторов x, y и матриц A, B . Здесь же приведен вывод этих массивов

$$\begin{array}{l} \text{ORIGIN} = 0 \\ x_2 := 4 \quad A_{2,2} := 2 \quad x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \\ \\ \text{ORIGIN} := 1 \\ y_2 := 4 \quad B_{2,2} := 2 \quad y = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Начальное значение индексных выражений определяется системной переменной ORIGIN и по умолчанию ее значение равно 0.


Верхний индекс – позволяет обратиться к отдельному столбцу массива. Чтобы вставить верхний индекс, введите имя массива, а затем нажать клавиши [Ctrl +

6] или нажать на кнопку $M^{<>}$:

$$\begin{array}{l} \text{ORIGIN: } -1 \\ \text{A} := \begin{pmatrix} 2 & -5 & -7 \\ 4 & 5 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{A}^{(2)} := \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Создание вектора и матрицы

Заполнение шаблона:

- введите имя матрицы и знак присваивания (двоеточие)
- щелкните по значку  в панели "Матрицы". В появившейся диалоговой панели введите число строк и столбцов матрицы.
- После нажатия кнопки ОК открывается поле для ввода элементов матрицы.
- Заполните метки - заполнители соответствующими значениями.

В MathCAD имеется большое количество встроенных функций для действий над матрицами и векторами. Рассмотрим некоторые из них.

Вычисление максимального и минимального элементов матрицы или вектора производится с помощью встроенных функций $\text{Max}(A)$ и $\text{Min}(A)$.

Пример: Вычислить максимальный и минимальный элемент произвольной матрицы, например:

$$\begin{array}{l} \text{C} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{max}(C) = 9 \quad \text{min}(C) = 1 \end{array}$$

Определение количества столбцов и строк в матрице удобно для проверки действий над многомерными матрицами и векторами. Оно производится с помощью встроенных функций $\text{Cols}(A)$ – число столбцов матрицы A и $\text{Rows}(A)$ – число строк матрицы A .

Пример. Определить число строк и столбцов в произвольной матрице, например

$$\begin{array}{l} \text{C} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{rows}(C) = 3 \quad \text{cols}(C) = 3 \end{array}$$

Единичная матрица размером N формируется встроенной функцией $\text{Identity}(N)$, а след матрицы (сумма элементов главной диагонали) – встроенной функцией $\text{tr}(A)$:

$$\begin{array}{l}
 \underline{\underline{C}} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \qquad \text{tr}(C) = 15 \qquad \text{identity}(5) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Функции формирование новых массивов из существующих

- `augment(A, B)` - формирует массив, расположением A и B бок о бок, причем массивы A и B должны иметь одинаковое число строк.
- `stack(A, B)` - формирует массив, расположением A над B, причем массивы A и B должны иметь одинаковое число столбцов.
- `submatrix(A, ir, jr, ic, jc)` - формирует подматрицу, содержащую строки с `ir` по `jr` и столбцы с `ic` по `jc` матрицы A.

$$\begin{array}{l}
 \underline{\underline{A}} := \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -7 \\ -4 & -9 \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{B}} := \begin{pmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 17 \\ 14 & 19 \end{pmatrix} \\
 \\
 \text{stack}(A, B) = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -7 \\ -4 & -9 \\ 11 & 12 \\ 13 & 17 \\ 14 & 19 \end{pmatrix} \qquad \text{augment}(A, B) = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 11 & 12 \\ -3 & -7 & 13 & 17 \\ -4 & -9 & 14 & 19 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

`ORIGIN:=1`

$$\underline{\underline{M}} := \begin{pmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 5 & 8 & 2 \\ 6 & 9 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{submatrix}(M, 2, 3, 1, 2) = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Извлекаются элементы между строками 2 и 3 и между столбцами 1 и 2 (включительно)

Пример. Вычислить значение матричного выражения $(A \cdot B + C)^T$

$A := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ $B := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $C := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

$(A \cdot B + C)^T = \begin{pmatrix} -8 & -6 \\ 8 & 3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$

Пример Сформировать вектор x по правилу $x_i = \sin i, i = 1..4$ и матрицу A размером 5×8 по правилу $A_{i,j} = \cos(\pi(i+j)) + i/2$

$ORIGIN := 1$

$i := 1..4$ $x_i := \sin(i)$ $x = \begin{pmatrix} 0.841 \\ 0.909 \\ 0.141 \\ -0.757 \end{pmatrix}$

$i := 1..5$ $j := 1..8$

$A_{i,j} = \cos[\pi \cdot (i + j)] + \frac{i}{2}$

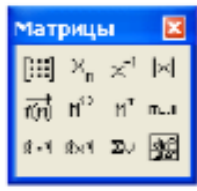
$A = \begin{pmatrix} 1.5 & -0.5 & 1.5 & -0.5 & 1.5 & -0.5 & 1.5 & -0.5 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 2.5 & 0.5 & 2.5 & 0.5 & 2.5 & 0.5 & 2.5 & 0.5 \\ 1 & 3 & 1 & 3 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 3.5 & 1.5 & 3.5 & 1.5 & 3.5 & 1.5 & 3.5 & 1.5 \end{pmatrix}$

Пример. Решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} -X_1 - 7X_2 + 6X_3 = -14 \\ 2X_1 + 5X_2 + 2X_3 = 19 \\ 9X_1 + 6X_2 + 6X_3 = 69 \end{cases}$$

МАТРИЧНЫЙ МЕТОД

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -7 & 6 \\ 2 & 5 & 2 \\ 9 & 6 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -14 \\ 19 \\ 69 \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1} \cdot B \quad X = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$


МЕТОД КРАМЕРА

ORIGIN = 1

$$A1 = \text{augment}(B, A^{(2)}, A^{(3)}) \quad A1 = \begin{pmatrix} -14 & -7 & 6 \\ 19 & 5 & 2 \\ 69 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

$$A2 = \text{augment}(A^{(1)}, B, A^{(3)}) \quad A2 = \begin{pmatrix} -1 & -7 & 6 \\ 2 & 19 & 2 \\ 9 & 69 & 6 \end{pmatrix}$$

$$A3 = \text{augment}(A^{(1)}, A^{(2)}, B) \quad A3 = \begin{pmatrix} -1 & -7 & -14 \\ 2 & 5 & 19 \\ 9 & 6 & 69 \end{pmatrix}$$

$$X1 = \frac{|A1|}{|A|} \quad X2 = \frac{|A2|}{|A|} \quad X3 = \frac{|A3|}{|A|}$$

$X1 = 7 \quad X2 = 1 \quad X3 = 0$

Задание 1. Вычислите значение матричного выражения из лабораторной работы №4 в MS Excel

Задание 2. Двумя способами (матричным и методом Крамера) решить систему линейных уравнений из лабораторной работы №4 в MS Excel.

Задание 3. Сформировать вектор x из N элементов по правилу $f_1(x)$ и матрицу A размером $K \times L$ по правилу

Номер варианта	$f_1(i)$	N	$f_2(i, j)$	K	L
$f_2(i, j) \cdot 1$	$\sin i$	6	$\cos(\pi(i+j)) + i/2$	5	8
2	$\cos i$	5	$\ln(i+j+2) - 2/j$	4	6
3	\sqrt{i}	4	$e^{(\sin(i-j))}$	4	9
4	$\lg i$	3	$\lg(2 + 2i + 3j)$	8	7
5	$i + \sqrt{i}$	7	$(i+j)^{2.5}$	5	6
6	$\sin i$	4	$\sin i-j + \cos i+j $	8	4
7	$i - \sqrt{i}$	5	$\cos \lg(i+2j)$	9	5
8	$\cos i$	8	$e^{-\cos(i)+j^{-1}}$	10	4
9	$\pi + 2.5$	3	$\sin(1/(i+j+12))$	5	7
10	$\ln i$	7	$\ln(i+j+5)$	6	8
11	$\sqrt{i+6}$	6	$e^{-i} + e^{-j} + i$	8	5
12	$\log_4 i$	4	$\sin \cos(i-j)$	7	9
13	$\lg i$	10	$(i+j)^{2/j}$	10	6

14	e^{-i}	4	$\sin(i+2j)$	6	6
15	$\ln i+5 $	12	$\sin(\pi(i-j))-j$	7	5
16	$\sin(2i)$	8	$\sqrt[3]{(i-j)^2+5}$	4	7
17	$\sqrt{i+4}$	6	$\cos \ln(i+2j)$	5	4
18	$\log_2 i$	7	$e^{\sin(i+j)}$	4	6

Задание 4 Для матрицы A из задания 3 вывести число строк и столбцов. Выделить из матрицы A произвольную подматрицу размера 3×3 и сложить её с единичной матрицей. Вычислить след полученной матрицы.