

## 4. Метод эквивалентного генератора

### 4.1. Основные положения метода

Метод эквивалентного генератора (МЭГ) широко используется для расчета режима одной из ветвей сложной электрической цепи, например ветви с сопротивлением  $R$  (рис.4.1а), путем замены остальной части цепи, выделенной пунктиром, эквивалентным источником/активным двухполосником (рис.4.1б).

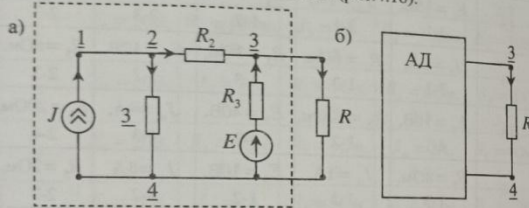


Рис.4.1. Представление части цепи – а) в виде активного двухполосника (АД) – б).

В соответствии с теоремой о компенсации заменим сопротивление  $R$  компенсационным источником тока  $J_k = I$ , значение которого равно току резистора  $R$  (рис.4.2а). В соответствии с принципом суперпозиции определим напряжение  $U$  как результат наложения двух частных реакций  $U'$  и  $U''$ .

$$U = U' + U''.$$

Реакция  $U'$  определяется действием источников  $J, E$  активного двухполосника (АД), при равенстве нулю компенсационного источника тока  $I = 0$ , который в расчетной схеме (рис.2б) учитывается элементом ХХ. Следовательно, напряжение  $U'$  является напряжением холостого хода активного двухполосника  $U' = U_{xx}$ .

38

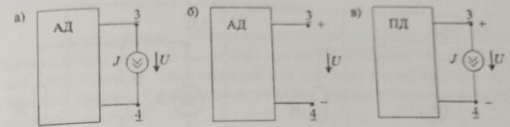


Рис. 4.2. Иллюстрация теоремы о компенсации – а) и принципа суперпозиции – б) и в).

Напряжение  $U''$  определяется компенсационным источником тока  $I$  при равенстве нулю источников  $J, E$  активного двухполосника АД, который в случае  $J = 0$  и  $E = 0$  становится пассивным двухполосником (ПД) (рис.4.2в). При переходе от активного к пассивному двухполоснику источник напряжения заменяется элементом КЗ, источник тока – элементом ХХ. Напряжение на входе пассивного двухполосника зависит от его входного сопротивления  $R_e$ .

$$U'' = I \cdot R_e$$

Поскольку полярности напряжений  $U'$  и  $U''$  противоположны, полная реакция находится как разность частных реакций

$$U = U_{xx} - R_e \cdot I \quad (4.1)$$

Этой формуле соответствует расчетная схема (рис. 4.3-а). В этой схеме часть цепи, выделенная на рисунке 4.1-а пунктирной линией, заменена последовательным соединением идеального источника напряжения  $E = U_{xx}$  и внутреннего сопротивления  $R_i = R_e$ .

Искомые напряжение и ток нагрузки находятся по закону Ома

$$I = \frac{U_{xx}}{R + R_i} \quad U = U_{xx} \cdot \frac{R}{R + R_i} \quad (4.2)$$

39

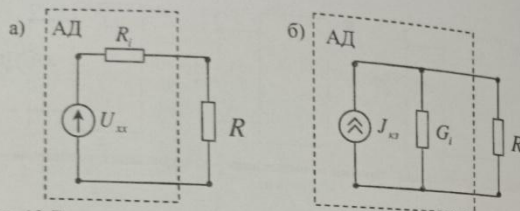


Рис. 4.3. Последовательная схема эквивалентного источника напряжения  $U_{xx}$ ,  $R_i$  – а) и параллельная схема замещения активного двухполосника  $J_{xx}, G_i$  – б)

Если сопротивление  $R$  на рис. 4.1-б заменить компенсационным источником напряжения  $E_c = U$ , то, используя рассмотренный выше порядок расчета, получим

$$I = I_{кз} - G_i \cdot U \quad I_{кз} = U_{xx} / R_i \quad G_i = 1/R_i \quad (4.3)$$

Здесь  $I_{кз}$  – ток короткого замыкания активного двухполосника,  $G_i$  – входная проводимость пассивного двухполосника. Формуле (4.3) соответствует расчетная схема активного двухполосника, показанная выше на рис. 4.3-б.

### 4.2. Порядок расчета

Порядок расчета режима цепи методом эквивалентного источника состоит в следующем.

1) Удалить из цепи ветвь, напряжение и ток которой требуется определить. Найти напряжение холостого хода полученного активного двухполосника.

2) Заменить в схеме активного двухполосника источники тока элементами ХХ, источники напряжения – элементами КЗ и найти входное сопротивление полученного пассивного двухполосника.

3) Используя одну из расчетных схем, показанных на рис.4.3, определить ток и напряжение нагрузки.

40

### 4.3. Задание

**Цель работы** : получение навыков по определению параметров эквивалентного источника для расчета режима одной из ветвей цепи, освоение таких понятий как внешняя характеристика источника, мощность реального источника, согласованный режим источника и нагрузки.

**Порядок выполнения работы**:

- 1) Определить параметры эквивалентного источника – напряжение холостого хода  $U_{xx}$  и внутреннее сопротивление  $R_i$ .
- 2) Построить внешнюю характеристику эквивалентного источника и определить ток/напряжение ветви с заданным сопротивлением.
- 3) Найти диапазон изменения сопротивления  $R$ , при котором напряжение нагрузки  $U$  удовлетворяет условию:  $U \leq 0.95 \cdot U_{xx}$ .
- 4) Определить мощность источника и КПД передачи энергии в нагрузку. Построить зависимость мощности нагрузки от сопротивления. Найти параметры согласованного режима.

### 4.4. Пример выполнения задания

Структура цепи и параметры элементов заданы в таблице 4.1. Схема цепи показана на рисунке 4.4.

Таблица 4.1.

Номер и тип элемента	Вариант задания						Искомая реакция
	$U_1$ , В	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$R_4$ , Ом	$R_5$ , Ом	$R_6$ , Ом	
Значение параметра	60	10	10	5	20	10	$I_4 = ?$
Узлы подключения элемента	1-4	1-2	2-3	1-3	2-4	3-4	

41

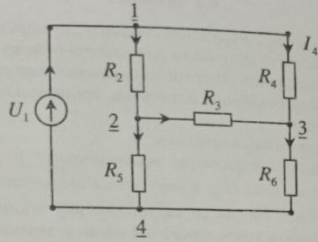


Рис. 4.4 Схема цепи

#### 4.4.1 Определение параметров эквивалентного источника

Напряжение холостого хода  $U_{xx}$  определяется по расчетной схеме (рис.4.5), которая получена из исходной схемы удалением ветви с сопротивлением  $R_4$ .

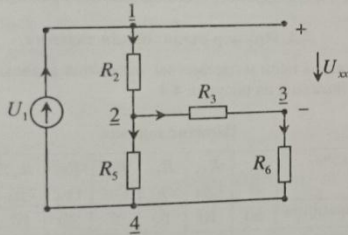


Рис.4.5. Расчетная схема для определения напряжения холостого хода активного двухполюсника

По 2-му закону Кирхгофа искомое напряжение  $U_{xx}$  равно сумме падений напряжений на сопротивлениях  $R_2$  и  $R_3$

$$R_{2,5,3} = R_{2,5} + R_3 = 10 + \frac{20}{3} = \frac{50}{3}$$

$$R_1 = \frac{R_{2,5,3} \cdot R_6}{R_{2,5,3} + R_6} = \frac{\frac{50}{3} \cdot 10}{\frac{50}{3} + 10} = \frac{25}{4} = 6.25$$

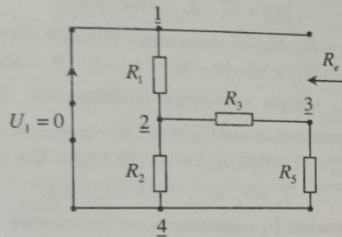


Рис.4.6. Схема определения входного сопротивления пассивного двухполюсника относительно узлов 1 и 3.

При замене источника напряжения  $U_1$  элементом КЗ сопротивления  $R_2, R_5$  оказываются включенными параллельно

$$R_{2,5} = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5} = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20} = \frac{20}{3}$$

Дальнейшие преобразования схемы дают

$$R_{2,5,3} = R_{2,5} + R_3 = 10 + \frac{20}{3} = \frac{50}{3}$$

$$R_1 = \frac{R_{2,5,3} \cdot R_6}{R_{2,5,3} + R_6} = \frac{\frac{50}{3} \cdot 10}{\frac{50}{3} + 10} = \frac{25}{4} = 6.25$$

$$U_{xx} = U_2 + U_3 = R_2 I_2 + R_3 \cdot I_3 \quad (4.4)$$

Ток  $I_2 = I_1$  определяется по закону Ома

$$I_2 = I_1 = U_1 / R_e$$

Входное сопротивление цепи  $R_e$  относительно точек подключения источника напряжения, находится по формулам эквивалентных преобразований

$$R_{e1} = R_3 + R_6 = 10 + 10 = 20$$

$$R_{e2} = R_5 \cdot R_{e1} / (R_5 + R_{e1}) = 20 \cdot 20 / (20 + 20) = 10$$

$$R_e = R_2 + R_{e2} = 10 + 10 = 20 \quad I_2 = U_1 / R_e = 60 / 20 = 3$$

Ток  $I_3$  найдем с помощью коэффициента передачи тока

$$H_{3-2}^{(1)} = I_3 / I_2$$

$$H_{3-2}^{(1)} = R_5 / (R_5 + R_{e1}) = 20 / (20 + 20) = 0.5 \rightarrow$$

$$I_3 = I_2 \cdot H_{3-2}^{(1)} = 3 \cdot 0.5 = 1.5$$

Напряжение  $U_3$  определяется по закону Ома

$$U_3 = R_3 \cdot I_3 = 10 \cdot 1.5 = 15$$

Напряжение холостого хода  $U_{xx}$  вычисляется по формуле (4.4)

$$U_{xx} = U_2 + U_3 = 30 + 15 = 45$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного источника  $R_1$  находится по расчетной схеме, показанной на рисунке 4.6.

При замене источника напряжения  $U_1$  элементом КЗ сопротивления  $R_2, R_5$  оказываются включенными параллельно

$$R_{2,5} = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5} = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20} = \frac{20}{3}$$

Дальнейшие преобразования схемы дают

Запишем параметры последовательной схемы эквивалентного генератора (рис.4.3-а)

$$U_{xx} = 45 \quad R_i = 6.25$$

Вычисляем параметры параллельной схемы эквивалентного источника (рис.4.3-б)

$$I_{K3} = \frac{U_{xx}}{R_i} = \frac{45}{6.25} = 7.2 \quad G_i = \frac{1}{R_i} = 0.16$$

#### 4.4.2. Режимы работы источника и нагрузки

Запишем внешнюю характеристику эквивалентного источника и ВАХ нагрузки

$$U = U_{xx} - R_i \cdot I = 45 - 6.25 \cdot I \quad U = R_4 \cdot I = 5 \cdot I \quad (4.5)$$

Графики характеристик показаны на рис.4.7. Точка пересечения этих характеристик определяет режим нагрузки

$$U_4 = 20, I_4 = 4.$$

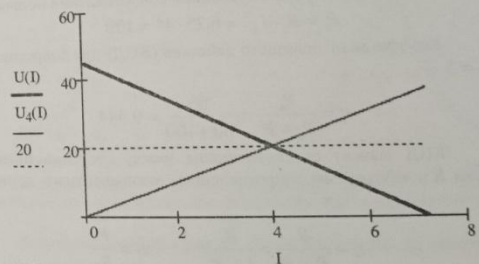


Рис.4.7. Внешняя характеристика эквивалентного источника (1) и вольтамперная характеристика нагрузки (2).

Значения  $U_4, I_4$  определяются по формулам (4.2)

$$I_4 = \frac{U_{xx}}{R_4 + R_i} = \frac{45}{5 + 6.25} = 4 \quad U_4 = R_4 \cdot I_4 = 5 \cdot 4 = 20$$

Найдем интервал изменения нагрузки  $R_4$ , в пределах которого напряжение на выходе источника отличается от напряжения холостого хода не более чем на 5%

$$0.95 \cdot U_{xx} = \frac{U_{xx}}{R_i + R_4} \quad (4.6)$$

Решение этого уравнения дает условие работы эквивалентного генератора в режиме, близком к режиму источника напряжения  $R_4 \geq 19 \cdot R_i = 118.75$ .

Мощность нагрузки при заданном сопротивлении  $R_4 = 5$  составляет

$$P_4 = R_4 \cdot I_4^2 = 5 \cdot 4^2 = 80$$

Мощность эквивалентного источника

$$P_{xx} = U_{xx}^2 / R_i = 45^2 / 6.25 = 324$$

Мощность потерь на внутреннем сопротивлении источника

$$P_i = R_i \cdot I_4^2 = 6.25 \cdot 4^2 = 100$$

Коэффициент полезного действия (КПД) при сопротивлении  $R_4 = 5$

$$\eta = \frac{P_4}{P_4 + P_i} = \frac{80}{80 + 100} = 0.444$$

КПД зависит от соотношения между сопротивлением нагрузки  $R$  и внутренним сопротивлением эквивалентного источника  $R_i$

$$\eta = \frac{R}{R + R_i} = \frac{\bar{R}}{1 + \bar{R}}, \quad \bar{R} = \frac{R}{R_i} \quad (4.8)$$

График зависимости КПД от относительного сопротивления  $\bar{R} = R/R_i$  в полулогарифмическом масштабе показан на рис. 4.8-а. Из графика видно, что с ростом сопротивления нагрузки относительно внутреннего сопротивления КПД передачи энергии увеличивается. При полученном по формуле (4.7) значении  $R = 120$  КПД составляет  $\eta = 99.2\%$ .

46

Мощность нагрузки  $P$  зависит от сопротивлений  $R, R_i$  и напряжения холостого хода  $U_{xx}$

$$P = R \cdot \frac{U_{xx}^2}{(R + R_i)^2} = P_{xx} \cdot \frac{R/R_i}{[1 + (R/R_i)]^2} \quad (4.9)$$

Здесь  $P_{xx} = U_{xx}^2 / R_i$  — мощность источника.

Запишем зависимость мощности нагрузки  $\bar{P}$  от сопротивления  $\bar{R}$  в относительных единицах  $\bar{P} = P/P_{xx}$  и  $\bar{R} = R/R_i$

$$\bar{P}(\bar{R}) = \frac{\bar{R}}{(1 + \bar{R})^2} \quad (4.10)$$

График этой зависимости показан на рисунке 4.8-б. Из графика видно, что функция  $P = f(R)$  имеет экстремум.

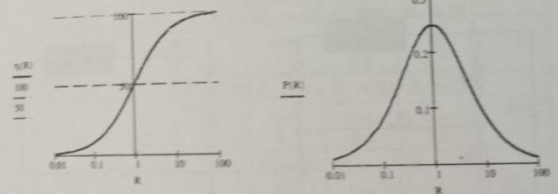


Рис. 4.8. Зависимость КПД - а) и относительной мощности нагрузки - б) от относительного значения сопротивления. По оси абсцисс принят логарифмический масштаб.

Координаты экстремума  $\bar{P}_0, \bar{R}_0$  определяются из уравнения  $d\bar{P}/d\bar{R} = 0$ .

Решение уравнения дает относительные и абсолютные значения координат

$$\bar{R}_0 = 1, \quad R_0 = 6.25 \quad \text{и} \quad \bar{P}_0 = 0.25, \quad P_0 = 81,$$

Из решения следует, что для получения режима выделения максимальной мощности в нагрузку необходимо обеспечить равен-

47

ство сопротивления нагрузки и внутреннего сопротивления источника. Такой режим также называется согласованным. В этом режиме напряжение источника составляет 50% от напряжения холостого хода, мощность нагрузки - 25% от мощности эквивалентного генератора, КПД равен  $\eta = 50\%$ .

Согласованный режим используется только в маломощных цепях. В энергетических сетях генератор работает в режиме источника напряжения. Для этого необходимо, чтобы мощность короткого замыкания генератора во много раз превышала мощность нагрузки.

Результаты расчета совпадают с результатами моделирования. Из рисунка 4.9 следует, что ток сопротивления  $R_4 = 5$  в исходной схеме и схеме с эквивалентным источником совпадают. Для получения согласованного режима необходимо выбрать другое значение сопротивления нагрузки  $R_{40} = 6.25$

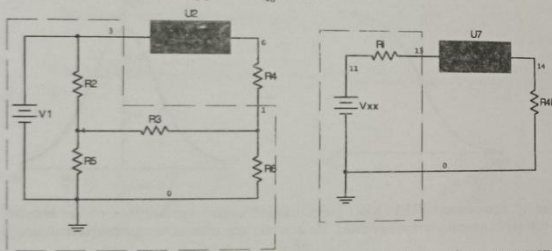


Рис. 4.9. Результаты измерения тока нагрузки в исходной схеме - а) и схеме с эквивалентным источником - б).

#### 4.5. Варианты заданий

Таблица 4.2

№ варианта	Значение параметра и номера узлов элемента						?
	1	2	3	4	5	6	
1	$E_1 = 35$ В, 1-4	$R_2 = 5$ Ом, 1-2	$R_3 = 15$ Ом, 2-3	$J_4 = 1$ А, 1-3	$R_5 = 15$ Ом, 2-4	$R_6 = 15$ Ом, 3-4	$I_2$
2	$J_1 = 4$ А, 1-4	$R_2 = 4$ Ом, 1-4	$R_3 = 8$ Ом, 1-2	$E_4 = 72$ В, 2-3	$J_5 = 6$ А, 3-4	$R_6 = 8$ Ом, 3-4	$I_3$
3	$E_1 = 36$ В, 1-4	$R_2 = 12$ Ом, 1-2	$R_3 = 6$ Ом, 2-3	$R_4 = 12$ Ом, 1-3	$R_5 = 12$ Ом, 2-4	$E_6 = 6$ В, 3-4	$I_3$
4	$E_1 = 20$ В, 1-4	$R_2 = 10$ Ом, 1-2	$J_3 = 3$ А, 2-4	$R_4 = 10$ Ом, 2-4	$R_5 = 10$ Ом, 2-3	$E_6 = 50$ В, 4-3	$U_2$
5	$E_1 = 90$ В, 1-4	$R_2 = 15$ Ом, 1-2	$R_3 = 10$ Ом, 2-3	$R_4 = 30$ Ом, 1-3	$R_5 = 30$ Ом, 2-4	$R_6 = 15$ Ом, 3-4	$I_3$
6	$E_1 = 80$ В, 1-4	$R_2 = 40$ Ом, 1-2	$J_3 = 2$ А, 2-4	$R_4 = 20$ Ом, 2-4	$R_5 = 40$ Ом, 2-3	$E_6 = 80$ В, 3-4	$U_4$
7	$E_1 = 40$ В, 1-4	$R_2 = 10$ Ом, 1-2	$R_3 = 15$ Ом, 2-3	$R_4 = 20$ Ом, 1-3	$R_5 = 30$ Ом, 2-4	$E_6 = 20$ В, 4-3	$I_2$
8	$E_1 = 20$ В, 1-4	$R_2 = 4$ Ом, 1-2	$R_3 = 4$ Ом, 2-3	$J_4 = 5$ А, 1-3	$R_5 = 4$ Ом, 2-4	$R_6 = 4$ Ом, 3-4	$I_5$
9	$J_1 = 5$ А, 4-1	$R_2 = 10$ Ом, 1-4	$R_3 = 5$ Ом, 1-2	$E_4 = 50$ В, 2-3	$J_5 = 5$ А, 3-4	$R_6 = 10$ Ом, 3-4	$U_2$

49

№	Значение параметра и номера узлов элемента						
	1	2	3	4	5	6	?
10	$J_1 = 6$ А, 4-1	$R_2 = 2$ Ом, 1-2	$R_3 = 3$ Ом, 2-3	$R_4 = 4$ Ом, 1-3	$R_5 = 4$ Ом, 2-4	$R_6 = 4$ Ом, 3-4	$I_3$
11	$E_1 = 20$ В, 1-4	$R_2 = 10$ Ом, 1-2	$R_3 = 10$ Ом, 2-3	$R_4 = 10$ Ом, 1-4	$R_5 = 10$ Ом, 2-4	$E_6 = 10$ В, 3-4	$I_2$
12	$E_1 = 48$ В, 1-4	$R_2 = 12$ Ом, 1-2	$J_3 = 3$ А, 4-2	$R_4 = 12$ Ом, 2-4	$R_5 = 12$ Ом, 2-3	$E_6 = 36$ В, 3-4	$I_2$
13	$J_1 = 4$ А, 4-1	$R_2 = 5$ Ом, 1-4	$R_3 = 5$ Ом, 1-2	$E_4 = 20$ В, 3-2	$R_5 = 5$ Ом, 3-4	$J_6 = 2$ А, 4-3	$U_2$
14	$J_1 = 6$ А, 4-1	$R_2 = 1$ Ом, 1-2	$R_3 = 2$ Ом, 2-3	$R_4 = 1$ Ом, 1-3	$R_5 = 1$ Ом, 2-4	$R_6 = 1$ Ом, 3-4	$I_2$
15	$E_1 = 16$ В, 1-4	$R_2 = 4$ Ом, 1-2	$J_3 = 2$ А, 2-4	$R_4 = 4$ Ом, 2-4	$R_5 = 4$ Ом, 2-3	$E_6 = 8$ В, 4-3	$I_5$
16	$E_1 = 20$ В, 1-4	$R_2 = 10$ Ом, 1-2	$R_3 = 10$ Ом, 2-3	$R_4 = 20$ Ом, 1-3	$R_5 = 10$ Ом, 2-4	$E_6 = 40$ В, 4-3	$I_5$
17	$E_1 = 6$ В, 4-1	$R_2 = 6$ Ом, 1-2	$J_3 = 1$ А, 3-4	$R_4 = 3$ Ом, 2-4	$R_5 = 6$ Ом, 2-3	$E_6 = 24$ В, 3-4	$I_4$
18	$E_1 = 24$ В, 1-4	$R_2 = 10$ Ом, 1-2	$R_3 = 5$ Ом, 2-3	$R_4 = 10$ Ом, 1-3	$R_5 = 5$ Ом, 2-4	$R_6 = 10$ Ом, 3-4	$I_2$

## Варианты заданий

№	Значение параметра и номера узлов элемента						
	1	2	3	4	5	6	?
19	$E_1 = 40$ B, 1-4	$R_2 = 10$ OM, 1-2	$R_3 = 5$ OM, 2-3	$J_4 = 1$ A, 1-3	$R_5 = 10$ OM, 2-4	$R_6 = 5$ OM, 3-4	$I_3$
20	$J_1 = 3$ A, 4-1	$R_2 = 6$ OM, 1-4	$R_3 = 6$ OM, 1-2	$E_4 = 36$ B, 2-3	$R_5 = 6$ OM, 3-4	$J_6 = 6$ A, 4-3	$I_5$
21	$J_1 = 3$ A, 4-1	$R_2 = 5$ OM, 1-2	$E_3 = 30$ B, 2-3	$R_4 = 10$ OM, 1-3	$R_5 = 10$ OM, 2-4	$R_6 = 5$ OM, 3-4	$I_5$
22	$E_1 = 48$ B, 1-4	$R_2 = 4$ OM, 1-2	$R_3 = 6$ OM, 2-3	$R_4 = 12$ OM, 1-3	$R_5 = 6$ OM, 2-4	$R_6 = 12$ OM, 3-4	$I_2$
23	$E_1 = 30$ B, 1-4	$R_2 = 5$ OM, 1-2	$R_3 = 15$ OM, 2-3	$J_4 = 3$ A, 3-1	$R_5 = 15$ OM, 2-4	$R_6 = 15$ OM, 3-4	$I_2$
24	$J_1 = 6$ A, 3-1	$R_2 = 12$ OM, 1-3	$E_3 = 12$ B, 1-2	$R_4 = 6$ OM, 3-4	$R_5 = 6$ OM, 2-4	$J_6 = 6$ A, 2-4	$I_2$
25	$E_1 = 60$ B, 1-4	$R_2 = 10$ OM, 1-2	$R_3 = 10$ OM, 2-3	$R_4 = 5$ OM, 1-3	$R_5 = 20$ OM, 2-4	$R_6 = 10$ OM, 3-4	$I_4$
26	$E_1 = 12$ B, 1-4	$R_2 = 6$ OM, 1-2	$R_3 = 6$ OM, 2-3	$R_4 = 6$ OM, 1-3	$R_5 = 6$ OM, 2-4	$E_6 = 6$ B, 3-4	$I_2$
27	$E_1 = 40$ B, 1-4	$R_2 = 10$ OM, 1-2	$J_3 = 3$ A, 4-2	$R_4 = 10$ OM, 2-4	$R_5 = 10$ OM, 2-3	$E_6 = 20$ B, 3-4	$I_2$