Контрольные задания

Вариант 1

1. Из таблицы случайных чисел наугад выбраны два числа. События A и B соответственно означают, что выбрано хотя бы одно простое число и хотя бы одно четное число. Что означают события AB и $A \cup B$?

2. Из корзины с пятью красными яблоками и четырьмя зелеными берутся (без возвращения) наудачу три яблока. С какой вероятностью среди этих трех яблок: а) ровно два зеленых, б) хотя бы одно красное?

3. Молодой человек договорился встретиться с девушкой между 9 и 10 часами и обещал ждать её до 10 часов. Девушка обещала ждать его 10 минут, если придет раньше. Найти вероятность того, что они встретятся. Предполагается, что моменты их прихода равновероятны в течение часа.

4. При передаче текста в среднем 5 % букв искажается и принимается неверно. Передано слово из 6 букв. Какова вероятность того, что все буквы слова будут приняты правильно? Предполагается, что буквы искажаются независимо друг от друга.

5. В тире имеется 6 одинаковых на вид ружей. Вероятность попадания в мишень для двух из них по 0,9, для трех по 0,8 и для одного 0,3. Какова вероятность того, что стрелок попадет в мишень, если он выбирает ружье наудачу? Какова вероятность того, что было выбрано ружье, для которого вероятность попадания 0,3, при условии, что стрелок попал в мишень?

6. Вероятность попадания в мишень равна 0,6 при каждом выстреле. Стрельба ведется одиночными выстрелами до первого попадания, пока не будет израсходован боезапас. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа произведенных выстрелов, если боезапас составляет 3 единицы. Построить график функции распределения.

7. Случайная величина ξ имеет треугольное распределение. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} Ax & \text{при } 0 \le x \le \theta; \\ 0 & \text{при } x \notin [0;\ \theta]. \end{cases}$$

Найти коэффициент A, математическое ожидание и стандартное отклонение. Найти вероятность того, что $\xi > \theta/2$. Начертить графики плотности распределения и функции распределения.

8. Составить таблицу совместного распределения числа выпавших единиц и числа выпавших шестерок при одном подбрасывании игральной кости. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Участник лотереи бросает игральную кость 10 раз. Участник получает ценный приз, если сумма очков больше 50. Оценить вероятность получения ценного приза.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 2$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \theta x^{-(\theta+1)} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \le 1. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

0,78	1,26	1,58	2,11	0,01	1,35	2,05	0,76	1,65	1,61	0,12	2,03	1,07	1,10
3,06	0,38	0,64	1,63	0,54	2,65	0,82	1,21	0,73	1,99	2,44	0,93	0,47	0,88

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0;\ 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,46	0,68	0,59	1,97	1,03	0,62	0,89	1,93	0,88
1,66	1,34	1,99	0,59	0,00	0,46	1,48	1,35	1,74

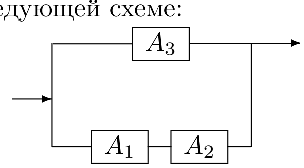
Вариант 2

1. Из таблицы случайных чисел наудачу взято одно число. Событие A — выбранное число делится на 5; событие B — данное число оканчивается нулем. Что означают события $A \setminus B$ и $A\overline{B}$?

2. В квадрат с вершинами $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$, $(1,1)$ наудачу брошена точка. Пусть (X,Y) — ее координаты. Найти $\mathbf{P}(\max\{X+3Y, Y\} \le 1/2)$.

3. Бросают 3 игральные кости. Какова вероятность того, что на них выпадет разное число очков?

4. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя каждого элемента A_k равна 0,02. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

5. Одинаковые детали поступают на сборку с трех автоматов. Первый автомат дает 20 %, второй 30 %, третий 50 % всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого автомата составляет 2,5 %, второго — 2 %, третьего — 2,5 %. Найти вероятность поступления на сборку бракованной детали. Найти вероятность того, что оказавшаяся бракованной деталь изготовлена на первом автомате.

6. По мишени одновременно стреляют три стрелка, вероятности попаданий которых равны соответственно 0,55, 0,6 и 0,65. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа попаданий в мишень. Построить график функции распределения.

7. Распределение Парето приближенно описывает распределение доходов физических лиц. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{x^{\alpha}} & \text{при } x \geq \theta; \\ 0 & \text{при } x < \theta. \end{cases}$$

Здесь $\alpha > 2$, $\theta > 0$ — параметры распределения, A — нормирующая константа. Найти константу A. Вычислить значение параметра α, при котором математическое ожидание превосходит значение параметра θ в 3 раза.

8. Подбрасываются три симметричных монеты. Составить таблицу совместного распределения количеств выпавших гербов на трех монетах и на первых двух монетах. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Время ожидания поезда метро за одну поездку имеет равномерное распределение на отрезке от 0 до 5 минут. Оценить вероятность того, что суммарное время ожидания за 30 поездок окажется меньше 1,5 часов.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по второму моменту

и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta} e^{-x^2/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

2,05 0,80 0,32 3,31 1,12 3,29 3,87 2,65 2,01 2,65 1,19 -0,85 4,07 1,23
3,38 5,17 1,51 2,20 5,41 1,22 1,89 2,02 3,17 -1,02 2,73 1,10 3,87

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,24 1,25 0,87 0,54 0,48 1,20 1,79 0,62 0,75 0,55
0,46 1,02 1,71 1,91 0,83 0,99 1,46 1,09 0,94

Вариант 3

1. Событие A — хотя бы одно из имеющихся четырех изделий бракованное, событие B — бракованных изделий среди них не менее двух. Что означают противоположные события $\overline{A}$ и $\overline{B}$?

2. В квадрат с вершинами $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$, $(1,1)$ наудачу брошена точка. Пусть (X,Y) — ее координаты. Найти $\mathbf{P}(\max\{2X,Y\} < 1/3)$.

3. В студенческой группе 15 юношей и 10 девушек. На университетский праздничный бал группа получила только 2 пригласительных билета, которые разыгрываются по жребию. Какова вероятность того, что на бал попадут юноша и девушка?

4. Рабочий обслуживает 4 станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа станок не потребует внимания рабочего, равна для первого станка 0,6, для второго — 0,8, для третьего — 0,9, для четвертого — 0,7. Найти вероятность того, что хотя бы один из станков в течение часа не потребует внимания рабочего.

5. Станок обрабатывает 2 вида деталей A и B, причем время работы распределяется между ними в соотношении 1:4. При обработке детали вида A он работает с максимальной для него нагрузкой в течение 70 % времени, при обработке детали вида B — 50 % времени. В случайный момент времени станок работал с максимальной нагрузкой. Определить вероятность того, что в это время он обрабатывал деталь вида A; вида B.

6. Вероятность попадания баскетбольного мяча в кольцо при бросании начинающим спортсменом равна $1/4$. Мяч бросают до первого попадания, но дают не более 4 попыток. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа промахов. Построить график функции распределения.

7. Скорость пешехода на дистанции в 1 км является случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке от 2 км/ч до 4 км/ч. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение времени, затраченного на преодоление дистанции. Найти вероятность того, что это время превысит 24 минуты.

8. В группе из 25 студентов только двое изучали в школе модальную логику, и именно они получили оценку «5» на экзамене. Из остальных студентов 10 человек получили оценку «4», 10 человек — оценку «3», и 3 студента получили «двойки». Составить таблицу совместного распределения оценки на экзамене и индикатора изучения модальной логики для выбранного наудачу студента. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Число опечаток на странице книги имеет распределение Пуассона с параметром 2. Найти пределы, в которых с вероятностью 0,9 лежит число опечаток в книге из 400 страниц.

10. Для выборки $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по третьему моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta} e^{-x^3/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

7,61 3,33 7,35 3,05 2,54 1,91 1,77 2,92 5,95 2,31 0,27 5,12 6,60 -1,58
5,42 5,67 6,28 -0,09 2,74 2,45 1,11 6,97 -1,59 -1,41 2,69 4,99 7,24 1,75
4,76

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,49 1,42 0,61 2,00 0,59 0,58 1,18 1,58 1,01 0,57
0,05 0,25 0,17 1,30 0,52 0,91 0,84 1,66 1,24

Вариант 4

1. Монета подбрасывается три раза подряд. Построить пространство элементарных исходов Ω. Описать событие A, состоящее в том, что выпало не менее двух гербов.

2. В компании из трех человек решили сделать друг другу подарки, для чего каждый принес подарок. Все подарки сложили вместе, перемешали и случайно распределили среди участников. Найти вероятность, что хотя бы один подарок вернется к своему владельцу.

3. На линейке длиной 20 см случайно сделаны две насечки. Какова вероятность того, что первая окажется дальше от начала не менее, чем на 5 см, по сравнению со второй?

4. Детали проходят три операции обработки. На каждой из операций может возникнуть брак независимо от остальных операций с вероятностями 0,02, 0,03 и 0,035 соответственно. Найти вероятность получения небракованной детали.

5. Вероятность того, что изделие удовлетворяет стандарту, равна 0,95. На заводе принята система из трех независимых испытаний, каждое из которых изделие, удовлетворяющее стандарту, проходит с вероятностью 0,8, а неудовлетворяющее — с вероятностью 0,3. Какова вероятность того, что наудачу взятое изделие выдержит испытания? Какова вероятность того, что изделие, выдержавшее испытания, удовлетворяет стандарту?

6. Вероятность изготовления нестандартного изделия при налаженном технологическом процессе постоянна и равна 1/5. Для проверки изделий отдел технического контроля берет из партии изделия одно за другим, но не более 3 изделий. При обнаружении нестандартного изделия вся партия

задерживается. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа изделий, проверяемых в каждой партии. Построить график функции распределения.

7. Мощность W, выделяемая на сопротивлении R, вычисляется по закону $W = RI^2$, где I — сила тока. Предполагается, что сила тока распределена равномерно на отрезке от 1 до 2 ампер. Найти плотность распределения и математическое ожидание мощности, выделяемой на сопротивлении в 1000 Ом. Найти вероятность того, что мощность превысит 2 кВт.

8. В научном отделе 3 лаборатории. В первой лаборатории 4 сотрудника и 2 исследовательских проекта, во второй 6 сотрудников и 1 проект, в третьей — 3 сотрудника и 2 проекта. Найти совместное распределение числа сотрудников и числа проектов в выбранной наудачу лаборатории. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Маршрут разбит на 900 участков. Погрешность измерений длины каждого из них распределена по нормальному закону с нулевым средним и стандартным отклонением 5 метров. Найти, в каких пределах лежит суммарная погрешность с вероятностью 0,95.

10. Для выборки $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta\sqrt{x}} e^{-\sqrt{x}/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

-1,70 -0,72 -4,46 -3,24 2,42 -1,70 -1,24 -0,07 6,20 2,67 1,80 0,26 9,61 2,51 1,44 -3,65 5,50 4,17 -2,06 7,48 2,60 7,61 2,54 9,77 9,67 7,36 7,86 11,22 3,38

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

1,60	1,44	0,70	1,33	0,74	0,61	1,03	1,25	0,85
0,81	1,04	0,76	0,80	1,55	1,61	0,82	1,70	1,63

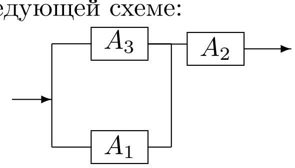
Вариант 5

1. Игральная кость подбрасывается два раза подряд. Описать пространство элементарных исходов Ω. Описать событие A, состоящее в том, что хотя бы один раз выпала единица, событие B, состоящее в том, что сумма очков, выпавших при первом и втором подбрасывании, нечетна.

2. В шахматном турнире участвуют 10 человек, которые разбиваются на пары по жребию. Какова вероятность того, что два самых сильных шахматиста попадут в одну пару?

3. В круг единичного радиуса наудачу брошены пять точек. С какой вероятностью расстояние от границы круга до ближайшей точки окажется не меньше $1/3$?

4. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_k равна 0,1. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь не будет пропускать ток.

5. На сборку поступают детали с двух автоматов. Первый автомат дает 80 %, а второй 20 % всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого автомата составляет 1 %, а второго — 4 %. Деталь, изготовленная автоматом, оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена на первом автомате?

6. Вероятность отказа сервера при каждом из независимых подключений с помощью модема равна 0,3. Попытки подключения производятся до установления связи. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа произведенных попыток подключения, если число попыток ограничено четырьмя. Построить график функции распределения.

7. Закон Рэлея с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} Axe^{-x^2/(2\sigma^2)} & \text{при } x \ge 0; \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

в ряде случаев описывает распределение срока службы электронной аппаратуры. Найти коэффициент A, математическое ожидание и дисперсию. (Рекомендуется использовать таблицы определенных интегралов).

8. На 4 карточках написаны цифры от 1 до 4. Найти совместное распределение числа, написанного на выбранной наудачу карточке, и индикатора того, что это число четное. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Количество воды, расходуемое жителями одной квартиры в сутки, имеет показательное распределение со средним значением 100 литров. Найти, какого количества воды достаточно с вероятностью 0,98 для удовлетворения потребностей жильцов 250000 квартир.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

4,83 -1,10 13,11 10,84 9,45 8,56 7,87 7,34 -4,06 3,48 4,70 7,13 -1,08
4,53 13,56 2,66 7,29 9,41 11,86 9,54 10,86 2,50 -2,84 11,21 8,93

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,32 0,49 1,12 1,98 0,25 1,52 0,52 0,03 1,10
1,59 0,27 1,30 1,79 1,93 0,23 1,84 1,04

Вариант 6

1. Пусть A, B, C — произвольные события. Найти выражение для события, состоящего в том, что из A, B и C произошло хотя бы два события.

2. Шесть книг на полке расставлены случайным образом. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся рядом (в любом порядке).

3. Два лица A и B имеют одинаковую вероятность прийти к указанному месту в любой момент времени между 12 и 13 часами. Лицо A ждет другого в течение 10 минут, после чего уходит; лицо B ждет другого в течение 15 минут. Найти вероятность того, что A и B встретятся.

4. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. По мишени стреляют одиночными выстрелами до первого попадания, после чего стрельбу прекращают. Найти вероятность того, что будет сделано не более трех выстрелов.

5. Студент выучил к экзамену только 20 вопросов из 30. Для сдачи экзамена достаточно ответить на два из трех разных вопросов. Какова вероятность того, что экзамен будет сдан? Какова вероятность того, что студент ответил на все три вопроса, если известно, что он сдал экзамен?

6. Пользователь компьютера забыл пароль и перебирает наудачу 4 возможных. После трех неудачных попыток компьютер блокируется. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа попыток. Построить график функции распределения.

7. Скорость V молекул газа имеет плотность распределения

$$f(v) = \begin{cases} \frac{v^2}{\sigma^3}\sqrt{\frac{2}{\pi}}e^{-v^2/(2\sigma^2)} & \text{при } v \geq 0; \\ 0 & \text{при } v < 0 \end{cases}$$

(распределение Максвелла). Определить математическое ожидание V. (Можно использовать таблицы определенных интегралов).

8. В двух из четырех комнат температура 20 градусов, а влажность 80 процентов. В третьей комнате температура 25 градусов, а влажность 90 процентов. В четвертой комнате температура 20 градусов, а влажность 90 процентов. Найти совместное распределение температуры и влажности в выбранной наудачу комнате. Найти коэффициент корреляции между температурой и влажностью.

9. Участник лотереи бросает 6 шаров, каждый из которых может попасть в лузы с номерами от 1 до 6. Участник получает ценный приз, если

сумма очков меньше 12. Оценить вероятность получения ценного приза.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по третьему моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{x}}{2\theta} e^{-x\sqrt{x}/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

5,16 6,70 2,88 9,09 -2,06 6,25 6,46 4,25 16,16 7,07 1,35 13,58 7,96 14,64
-2,14 10,81 2,50 2,24 -1,04 5,31 11,93 16,20 7,49 -5,21 5,90 5,63 7,26

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,46 0,79 0,64 1,06 0,42 0,69 1,65 0,45 0,43
1,48 0,44 0,97 1,49 0,46 1,29 0,37 0,45

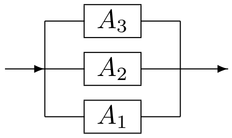
Вариант 7

1. Рабочий изготовил три детали. Пусть событие A_i состоит в том, что i-ая изготовленная им деталь имеет дефект. Записать событие, заключающееся в том, что ровно одна деталь имеет дефект.

2. Один школьник, желая подшутить над своими товарищами, собрал в гардеробе все пальто, а потом развесил их в случайном порядке. Какова вероятность, что каждое пальто снова попало на прежнее место, если в гардеробе шесть крючков и на них висело шесть пальто.

3. На отрезке AB наудачу выбираются две точки M и N. Какова вероятность того, что точка M окажется ближе к точке N, чем к точке A?

4. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_1 равна 0,1, остальных элементов A_k — по 0,04. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

5. Прибор состоит из двух независимо работающих блоков, вероятности отказа которых за смену равны соответственно 0,05 и 0,08. Вероятность выхода из строя прибора при отказе одного из блоков равна 0,8; при отказе обоих блоков — 1. Определить вероятность выхода прибора из строя за смену. Найти вероятность того, что отказали оба блока, если известно, что прибор вышел из строя.

6. При игре с автоматом в случае выигрыша игрок получает 10 рублей. Вероятность выигрыша составляет 0,3. Найти сумму x рублей, которую игрок бросает в автомат и теряет в случае проигрыша, если математическое ожидание выигрыша равно минус 2 рублям. (В случае проигрыша сумма выигрыша считается отрицательным числом, равным сумме проигрыша, взятой со знаком «минус».) Найти ряд распределения и дисперсию суммы выигрыша. Построить график функции распределения.

7. Плотность распределения вероятностей случайной величины ξ имеет вид $f(x) = Ae^{-2|x|}$ (распределение Лапласа). Найти коэффициент A, вычислить математическое ожидание и стандартное отклонение. Найти вероятность того, что случайная величина ξ примет значение, большее 1.

8. В трех из четырех аудиторий по 20 студентов и уровень шума 80 децибелл, а в четвертой аудитории нет студентов и уровень шума 20 децибелл. Найти совместное распределение числа студентов и уровня шума в выбранной наудачу аудитории. Найти коэффициент корреляции между числом студентов и уровнем шума.

9. Количество 10-копеечных монет, необходимое для выдачи каждой сдачи в кассе, принимает значения от 0 до 4 с равными вероятностями. Найти, сколько должно быть 10-копеечных монет в кассе, чтобы с вероятностью 0,9 их хватило на 2500 выдач сдачи.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $0 < \theta < 1$ по первому моменту

и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{-(\theta+1)/\theta} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \leq 1. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

1,29 12,70 10,80 -10,19 4,32 12,02 13,68 3,75 -0,90 2,94 15,07 2,08 16,22 13,42 1,55 -6,05 15,70 12,35 13,94 -0,56 24,10 7,45 3,60 -0,24 16,84 6,13 -5,28 3,00 10,04

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,28 1,13 1,78 0,65 0,55 1,02 0,88 0,76 0,57
1,71 0,62 1,69 0,15 0,23 1,99 1,53 1,91 1,57

Вариант 8

1. Наудачу брошены три монеты. Описать события: A — хотя бы на одной выпала решка, B — хотя бы на двух выпал орел. Описать также событие AB.

2. Номер лотерейного билета состоит из 3 цифр. Какова вероятность того, что все цифры взятого наудачу билета окажутся различными?

3. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина хотя бы одной из первых двух получившихся частей не превосходит 2/3.

4. По мишени по одному разу стреляют 3 стрелка. Вероятность попадания для первого равна 0,5, для второго — 0,6, для третьего — 0,7. Найти вероятность ровно двух попаданий.

5. В семи урнах содержится по 2 белых и 2 черных шара, а в трех урнах по 7 белых и 3 черных шара. Какова вероятность, что из урны, взятой наудачу, будет извлечен белый шар? Найти вероятность, что шар извлечен из урны с 7 белыми и 3 черными шарами, если он оказался белым.

6. Прибор состоит из трех малонадежных элементов. Отказы элементов за некоторый период времени независимы, а их вероятности равны соответственно 0,1; 0,2; 0,3. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа отказавших элементов. Построить график функции распределения.

7. Точка M движется по оси Ox по закону $x = at^2$. В случайный момент времени, равномерно распределенный на отрезке $[0;\ 1]$, наблюдается положение ξ точки M. Найти плотность распределения, математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины ξ.

8. Четыре поезда метро, уходящие с интервалом в 4 минуты, увезли по 200 пассажиров. Четыре поезда, уходящие с интервалом в 6 минут, увезли по 100 пассажиров. Два поезда, уходящие с интервалом в 8 минут, увезли по 50 пассажиров. Найти совместное распределение числа пассажиров и интервала движения для выбранного наудачу поезда. Найти коэффициент корреляции.

9. Количество бракованных изделий в коробке имеет распределение Пуассона с параметром 3. Найти вероятность того, что в 25 коробках менее 100 бракованных изделий.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 3$ по второму моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} (\theta - 1)x^{-\theta} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \leq 1. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

14,92 7,48 2,82 22,84 7,49 8,98 13,84 14,17 7,07 9,69 -8,35 12,77 14,93 5,81 8,62 11,22 3,85 2,86 9,52 15,93 9,43 19,48 19,19 12,20 19,40 12,09 8,47 6,79

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

1,91	0,91	0,30	1,34	0,61	1,12	1,00	0,53	1,58	0,62
0,41	0,89	1,20	1,51	0,78	1,44	0,46	0,69	1,33	

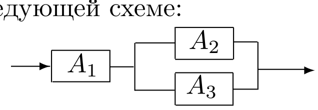
Вариант 9

1. Из колоды карт в 52 листа наудачу вынимаются три карты (без возвращения). Описать пространство элементарных исходов, а также событие, состоящее в том, что среди этих трех карт окажется ровно один туз.

2. В бригаде 3 рабочих. Какова вероятность того, что по крайней мере двое из них родились в один и тот же день недели? Считать, что вероятности родиться в каждый из дней одинаковы.

3. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина каждой из трех получившихся частей не превосходит 3/4.

4. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_2 равна 0,01, остальных элементов A_k — по 0,1. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

5. Телеграфное сообщение состоит из сигналов «точка» и «тире». Известно, что среди передаваемых сигналов «точка» и «тире» встречаются в отношении 3:2. Из-за помех искажается в среднем 25 % сигналов «точка» и 20 % сигналов «тире», причем «точка» искажается в «тире», а «тире» в «точку». Найти вероятность искажения сигнала. Определить вероятность того, что передавали «тире», если известно, что приняли «точку».

6. Два игрока играют в шахматы на деньги. Известно, что в среднем из 4 партий одну выигрывает первый игрок, одна заканчивается вничью, и

две выигрывает второй игрок. В случае проигрыша первый игрок платит второму 5 рублей. Сколько он должен получать в случае выигрыша, чтобы математическое ожидание его выигрыша равнялось нулю? Найти ряд распределения и дисперсию суммы выигрыша (отрицательная сумма выигрыша — это сумма проигрыша, взятая со знаком «минус»). Построить график функции распределения.

7. Случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-a)^2/(2\sigma^2)} & \text{при } x \in [a;\ \infty); \\ 0 & \text{при} x < a \end{cases}$$

Найти нормирующую константу A, вычислить математическое ожидание. Построить график плотности распределения при $a = \sigma = 1$.

8. В подъезде 15 однокомнатных квартир площадью по 50 кв. м., 10 двухкомнатных квартир по 70 кв. м. и 5 трехкомнатных квартир по 80 кв. м. Для выбранной наудачу квартиры найти совместное распределение числа комнат и площади. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Суммарное время работы машины складывается из 10 000 интервалов времени, каждый из которых измеряется со стандартным отклонением в 1 минуту. Найти вероятность того, что фактическое время работы отличается от измеренного больше, чем на 1 час.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\theta^2} e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

22,59 -2,61 11,87 1,37 5,92 -5,10 5,38 14,71 7,55 3,91 1,23 8,50 -5,58 -1,97 17,93 9,42 11,99 9,39 4,78 5,43 9,40 8,68 2,20 7,15 14,78 14,77 -15,16

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0;\ 2]$. Сделать вывод о том,

принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

1,49 1,96 0,64 0,76 0,01 0,82 0,23 0,82 1,96
1,28 1,49 1,07 1,92 0,17 1,68 1,01 0,48

Вариант 10

1. Брошены две игральные кости. Пусть событие A состоит в том, что выпавшая сумма очков нечетна, а событие B — в том, что хотя бы на одной из костей выпала тройка. Описать события $\overline{AB}$ и $A\overline{B}$.

2. Из полного набора костей домино наудачу берутся пять костей. Найти вероятность того, что среди них будет хотя бы одна с шестеркой.

3. На линейке наудачу поставлены 2 точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними окажется больше половины длины линейки?

4. Два стрелка поочередно стреляют по одной и той же мишени. У каждого стрелка 2 патрона. При первом попадании стрельба прекращается. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка 0,3, для второго — 0,4. Найти вероятность того, что оба стрелка израсходуют весь свой боезапас.

5. Первое орудие 2-орудийной батареи пристреляно так, что вероятность попадания для него равна $3/11$. Для второго орудия она равна $1/5$. Батарея дала залп по цели. Найти вероятность того, что цель поражена. Найти вероятность того, что первое орудие попало в цель, если известно, что цель была поражена. Для поражения цели достаточно одного попадания.

6. Вероятность приема отдельного сигнала равна 0,15. Радиосигнал передается 4 раза. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа принятых сигналов. Построить график функции распределения. Найти вероятность того, что принятых сигналов будет не меньше 2, но не больше 3.

7. Радиус круга является случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке [0;1]. Найти плотность распределения, функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию площади круга. Найти вероятность того, что площадь превосходит $\pi/16$. Начертить графики плотности распределения и функции распределения.

8. В отделе работает один сотрудник с двумя высшими образованиями, автор 6 изобретений, четыре сотрудника с высшим образованием, каждый из которых является автором одного изобретения, и четыре сотрудника без высшего образовани, на счету которых изобретений нет. Для выбранного наудачу сотрудника найти совместное распределение количества изобретений и высших образований. Вычислить коэффициент корреляции между ними.

9. Время ожидания автобуса пассажиром имеет показательное распределение со средним значением 10 минут. Найти пределы, в которых с вероятностью 0,8 лежит суммарное время, затраченное на ожидание автобуса за 48 поездок.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2\theta^3} e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

9,36 19,48 3,89 4,45 15,11 15,90 24,94 1,72 3,25 -3,77 12,17 10,08 14,36 9,39 1,27 7,89 8,68 1,59 10,57 3,21 -6,11 15,61 10,82 1,68 5,63 6,79 20,27 -2,15

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0;\ 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,46 1,43 0,40 1,23 1,40 0,76 1,09 1,65 1,32
1,24 1,39 0,81 0,39 0,76 1,14 1,24 1,69 1,58

Вариант 11

1. События: A — хотя бы один из трех проверяемых приборов бракованный, B — все приборы доброкачественные. Что означают события $A \cup B$ и AB?

2. В ящике лежат 3 черных и 3 белых шара. Найти вероятность того, что при последовательном случайном извлечении шаров из ящика сначала вынут все белые шары.

3. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина каждой из трех получившихся частей не меньше 2/3.

4. Вероятность изготовления некачественной детали равна 0,2. Найти вероятность того, что из 4 деталей найдется хотя бы одна качественная.

5. Запрос абонента автоматически с равными вероятностями направляется на один из двух серверов. Вероятность возниконовения сбоя в работе первого сервера равна 0,1, второго — 0,01. Какова вероятность того, что запрос будет обслужен без сбоя? Какова вероятность того, что абонент обслуживался на первом сервере, если известно, что он был обслужен без сбоя?

6. Вероятность попадания в мишень равна 0,8 при каждом выстреле. Стрельба ведется одиночными выстрелами до первого попадания, пока не будет израсходован боезапас. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа произведенных выстрелов, если боезапас составляет 4 единицы. Построить график функции распределения.

7. Точку бросают наудачу в шар радиуса R. Случайная величина ξ — расстояние от точки до центра шара. Найти функцию распределения, плотность распределения, математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины ξ. Найти вероятность того, что ξ примет значение, большее половины радиуса шара. Начертить графики плотности распределения и функции распределения.

8. Составить таблицу совместного распределения числа выпавших двоек и числа выпавших четных чисел при одном подбрасывании игральной кости. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Участник лотереи бросает игральную кость 20 раз. Участник получает ценный приз, если сумма очков больше 90. Оценить вероятность получения ценного приза.

10. Для выборки $(X_1, \ X_2, \ \ldots, \ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 3$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность

полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} (\theta - 1)x^{-\theta} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \le 1. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

1,87 1,26 1,58 2,11 0,01 1,35 2,05 0,76 1,65 1,61 0,12 2,03 1,07 1,10
3,06 0,38 0,64 1,63 0,54 2,65 0,82 1,21 0,73 1,99 2,44 0,93 0,47 0,88

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,46 0,68 0,59 1,97 1,03 0,62 0,89 1,93 0,88
1,66 1,34 1,99 0,59 0,00 0,46 1,48 1,35 1,74

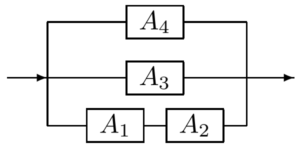
Вариант 12

1. Две игральные кости бросаются n раз, $n \ge 6$. Пусть событие A означает, что каждая из шести комбинаций $(1,1)$,..., $(6,6)$ появится по меньшей мере один раз. Описать отрицание события A, используя операции над событиями.

2. Бросают 4 игральные кости. Какова вероятность того, что на них выпадут только «5» и «6»?

3. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина максимальной части из трех получившихся частей не превосходит $4/5$.

4. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя каждого элемента A_k равна 0,02. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

5. Одинаковые детали поступают на сборку с трех заводов. Первый завод дает 10 %, второй 40 %, третий 50 % всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого завода составляет 2 %, второго — 3 %, третьего — 4 %. Найти вероятность поступления на сборку бракованной детали. Найти вероятность того, что оказавшаяся бракованной деталь изготовлена на первом заводе.

6. Для трех саженцев вероятности успешно вынести пересадку равны 0,7, 0,8 и 0,85. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа вынесших пересадку саженцев. Построить график функции распределения.

7. Распределение Парето приближенно описывает распределение доходов физических лиц. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{x^{\alpha+1}} & \text{при } x \geq \theta; \\ 0 & \text{при } x < \theta. \end{cases}$$

Здесь $\alpha > 1$, $\theta > 0$ — параметры распределения, A — нормирующая константа. Найти константу A. Вычислить значение параметра α, при котором математическое ожидание превосходит значение параметра θ в 10 раз.

8. Подбрасываются три симметричных монеты. Составить таблицу совместного распределения количеств выпавших гербов на первых двух монетах и на последних двух монетах. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Время ожидания троллейбуса за одну поездку имеет равномерное распределение на отрезке от 0 до 15 минут. Оценить вероятность того, что суммарное время ожидания за 10 поездок окажется меньше 1,5 часов.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по второму моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность

полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^2} e^{-x^2/\theta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

3,50 0,80 0,32 3,31 1,12 3,29 3,87 2,65 2,01 2,65 1,19 -0,85 4,07 1,23
3,38 5,17 1,51 2,20 5,41 1,22 1,89 2,02 3,17 -1,02 2,73 1,10 3,87

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

1,42 1,25 0,87 0,54 0,48 1,20 1,79 0,62 0,75 0,55
0,46 1,02 1,71 1,91 0,83 0,99 1,46 1,09 0,94

Вариант 13

1. Найти случайное событие X из равенства

$$\overline{X + A} + \overline{X + \overline{A}} = B.$$

2. В студенческой группе 10 юношей и 15 девушек. На университетский праздничный бал группа получила только 3 пригласительных билета, которые разыгрываются по жребию. Какова вероятность того, что на бал попадут три девушки?

3. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина минимальной части из трех получившихся частей не превосходит 4/5.

4. Системный администратор обслуживает 4 сервера, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение рабочего дня сервер не потребует внимания администратора, равна для первого и

второго сервера 0,8, для третьего и четвертого — 0,10. Найти вероятность того, что хотя бы один из серверов не потребует внимания администратора.

5. Фирма распространяет 2 вида рекламных листовок A и B, причем количества листовок двух видов находятся в соотношении 2:3. На листовку вида A положительно реагируют 20 % получателей, на листовку вида B — 10 % получателей. Найти вероятность положительной реакции получателя листовки. Найти вероятность того, что получена листовка вида A, если известно, что реакция была положительной.

6. Вероятность попадания баскетбольного мяча в кольцо при бросании начинающим спортсменом равна $1/5$. Мяч бросают до первого попадания, но дают не более 5 попыток. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа промахов. Построить график функции распределения.

7. Скорость автомобиля на дистанции в 100 км является случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке от 40 км/ч до 80 км/ч. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение времени, затраченного на преодоление дистанции. Найти вероятность того, что это время превысит 2 часа.

8. В группе из 20 студентов только двое пропустили более половины занятий, и именно они получили оценку «2» на экзамене. Из остальных студентов 5 человек получили оценку «5», 10 человек — оценку «4», и 3 студента получили «тройки». Составить таблицу совместного распределения оценки на экзамене и индикатора пропуска более половины занятий для выбранного наудачу студента. Найти коэффициент корреляции.

9. Число сериалов, просматриваемых за день выбранным наудачу студентом, имеет распределение Пуассона с параметром 0,5. Найти пределы, в которых с вероятностью 0,8 лежит число просмотров сериалов за день студентами группы из 20 человек.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по третьему моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta^2} e^{-x^3/\theta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя

вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

8,16 3,33 7,35 3,05 2,54 1,91 1,77 2,92 5,95 2,31 0,27 5,12 6,60 -1,58
5,42 5,67 6,28 -0,09 2,74 2,45 1,11 6,97 -1,59 -1,41 2,69 4,99 7,24 1,75
4,76

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0;\ 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

1,94 1,42 0,61 2,00 0,59 0,58 1,18 1,58 1,01 0,57
0,05 0,25 0,17 1,30 0,52 0,91 0,84 1,66 1,24

Вариант 14

1. Пусть A, B и C — события. Каков смысл равенств $ABC = A$ и $A \cup B \cup C = A$? Привести примеры.

2. Первая выбранная наудачу из 28 костей домино не оказалась дублем. Найти вероятность того, что вторую также взятую наудачу кость можно приставить к первой согласно правилам игры.

3. Встречные поезда приходят на станцию в случайные моменты времени в течение суток. Один поезд стоит на станции 30 минут, другой 40 минут. Найти вероятность встречи поездов на станции.

4. Предназначенный к печати текст проверяется сначала автором, затем редактором. Автор находит в среднем 80 % допущенных в тексте опечаток, редактор — 90 % из оставшихся опечаток. Найти вероятность того, что будут исправлены все 4 содержащиеся в первоначальном тексте опечатки.

5. Вероятность того, что изделие удовлетворяет стандарту, равна 0,8. На заводе принята система из трех независимых испытаний, каждое из которых изделие, удовлетворяющее стандарту, проходит с вероятностью 0,9, а неудовлетворяющее — с вероятностью 0,3. Какова вероятность того, что наудачу взятое изделие выдержит испытания? Какова вероятность того, что изделие, выдержавшее испытания, удовлетворяет стандарту?

6. Вероятность успешного соединения компьютера с сервером равна 0,6. Попытки соединения производятся до установления соединения, но не более 6 попыток. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа попыток соединения. Построить график функции распределения.

7. Мощность W, выделяемая на сопротивлении R, вычисляется по закону $W = U^2/R$, где U — напряжение в сети. Предполагается, что напряжение — случайная величина, распределенная равномерно на отрезке от 200 до 250 вольт. Найти плотность распределения и математическое ожидание мощности, выделяемой на сопротивлении в 100 Ом. Найти вероятность того, что мощность превысит 500 Вт.

8. В офисе 4 комнаты. В первой комнате 2 сотрудника, а компьютеров нет, во второй 4 компьютера и 1 сотрудник, в остальных двух по 2 компьютера и по 2 сотрудника. Найти совместное распределение числа сотрудников и числа компьютеров в выбранной наудачу комнате. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Взвешивают груз, находящийся в 200 мешках. Погрешность измерений веса каждого из них распределена по нормальному закону с нулевым средним и стандартным отклонением 100 грамм. Найти вероятность того, что суммарная погрешность по абсолютной величине меньше 1 кг.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta^2\sqrt{x}} e^{-\sqrt{x}/\theta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

1,07 -0,72 -4,46 -3,24 2,42 -1,70 -1,24 -0,07 6,20 2,67 1,80 0,26 9,61 2,51 1,44 -3,65 5,50 4,17 -2,06 7,48 2,60 7,61 2,54 9,77 9,67 7,36 7,86 11,22 3,38

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том,

принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,06	1,44	0,70	1,33	0,74	0,61	1,03	1,25	0,85
0,81	1,04	0,76	0,80	1,55	1,61	0,82	1,70	1,63

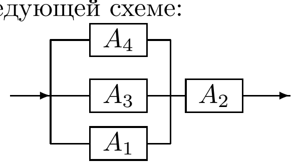
Вариант 15

1. Брошены три монеты. Описать события $A = \{$выпало не больше двух гербов и по крайней мере одна решка$\}$ и $B = \{$выпал по крайней мере один герб и хотя бы одна решка$\}$. Описать также события AB, $A\overline{B}$.

2. В шахматном турнире участвуют 16 человек, которые разбиваются на пары по жребию и играют по олимпийской системе (проигравший выбывает из игры, ничьих нет). Какова вероятность того, что второй по силе шахматист не попадет в финал?

3. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что сумма длин первых двух частей не превосходит длины последней части.

4. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_k равна 0,1. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь не будет пропускать ток.

5. На сборку поступают детали с трех автоматов. Первый автомат дает 50 %, а второй 30 % всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого автомата составляет 1 %, второго — 2 %, а третьего — 4 %. Деталь, изготовленная автоматом, оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена на первом автомате?

6. Вероятность отказа сервера при каждом из независимых подключений с помощью модема равна 0,2. Попытки подключения производятся до установления связи. Найти ряд распределения,

математическое ожидание и дисперсию числа произведенных попыток подключения, если число попыток ограничено пятью. Построить график функции распределения.

7. Закон Эрланга с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} Ax^2 e^{-\alpha x} & \text{при } x \geq 0; \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

описывает распределение времени прибытия двух вызовов в пуассоновском потоке. Найти коэффициент A, математическое ожидание и дисперсию. (Рекомендуется использовать таблицы определенных интегралов). Построить график плотности распределения.

На 5 карточках написаны цифры от 1 до 5. Найти совместное распределение числа, написанного на выбранной наудачу карточке, и индикатора того, что это число нечетное. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Количество воды, расходуемое жителями одной квартиры в сутки, имеет показательное распределение со средним значением 200 литров. Найти, с какой вероятностью для удовлетворения потребностей жильцов 500 квартир будет достаточно 12 000 литров воды.

10. Для выборки $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^2} e^{-x/\theta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
5,38 -1,10 13,11 10,84 9,45 8,56 7,87 7,34 -4,06 3,48 4,70 7,13 -1,08 4,53 13,56 2,66 7,29 9,41 11,86 9,54 10,86 2,50 -2,84 11,21 8,93

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

1,23	0,49	1,12	1,98	0,25	1,52	0,52	0,03	1,10
1,59	0,27	1,30	1,79	1,93	0,23	1,84	1,04	

Вариант 16

1. Случайная точка A наудачу выбирается в прямоугольнике со сторонами 1 и 2. Описать событие, означающее, что расстояние от A до каждой стороны прямоугольника не превосходит $1/2$.

2. На полке в случайном порядке расставлены 8 книг, в том числе двухтомник Мандельштама. Найти вероятность того, что один из томов Мандельштама окажется у правого края полки, а другой — у левого.

3. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что сумма длин последних двух частей не превосходит длины первой части.

4. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,9. По мишени стреляют одиночными выстрелами до первого попадания, после чего стрельбу прекращают. Найти вероятность того, что будет сделано более трех выстрелов.

5. Студент выучил к экзамену только 30 вопросов из 40. Для сдачи экзамена достаточно ответить на два из четырех разных вопросов. Какова вероятность того, что экзамен будет сдан? Какова вероятность того, что студент ответил на все четыре вопроса, если известно, что он сдал экзамен?

6. Пользователь компьютера забыл пароль и перебирает наудачу 6 возможных. После трех неудачных попыток компьютер блокируется. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа попыток. Построить график функции распределения.

7. Время достижения стандартным броуновским движением уровня a имеет плотность распределения

$$f(t) = \begin{cases} At^{-3/2}e^{-a^2/(2t)} & \text{при } t \geq 0; \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

Найти нормирующую константу A. Доказать, что математическое ожидание времени достижения не существует. (Сделать замену $a/\sqrt{t} = y$. Можно использовать таблицы определенных интегралов).

8. В течение трех дней недели температура была 30 градусов, а влажность 60 процентов. В течение других трех дней температура 20 градусов, а влажность 90 процентов, а в последний день 10 градусов и 100 процентов. Найти совместное распределение температуры и влажности в выбранный наудачу день. Найти коэффициент корреляции между температурой и влажностью.

9. Участник лотереи бросает 5 шаров, каждый из которых может попасть в лузы с номерами от 1 до 6. Участник получает ценный приз, если сумма очков больше 23. Оценить вероятность получения ценного приза.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по третьему моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{x}}{2\theta^2} e^{-x\sqrt{x}/\theta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

4,61 6,70 2,88 9,09 -2,06 6,25 6,46 4,25 16,16 7,07 1,35 13,58 7,96 14,64
-2,14 10,81 2,50 2,24 -1,04 5,31 11,93 16,20 7,49 -5,21 5,90 5,63 7,26

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

1,64 0,79 0,64 1,06 0,42 0,69 1,65 0,45 0,43
1,48 0,44 0,97 1,49 0,46 1,29 0,37 0,45

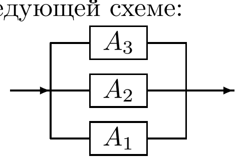
Вариант 17

1. Случайная точка A наудачу выбирается в прямоугольнике со сторонами 1 и 2. Описать событие, означающее, что расстояние от A до ближайшей стороны прямоугольника не превосходит 1/2.

2. Из колоды карт в 36 листов вынимаются три карты. Найти вероятность того, что среди них окажутся хотя бы две красные карты.

3. На отрезке AB наудачу выбираются две точки M и N. Какова вероятность того, что точка M окажется по крайней мере втрое ближе к точке N, чем к точке A?

4. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_1 равна 0,1, остальных элементов A_k — по 0,04. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

5. Прибор состоит из трех независимо работающих блоков, вероятности отказа которых за смену равны соответственно 0,01, 0,05 и 0,08. Вероятность выхода из строя прибора при отказе одного из блоков равна 0,5; при отказе двух блоков — 0,8, при отказе всех трех блоков — 1. Определить вероятность выхода прибора из строя за смену. Найти вероятность того, что отказали все три блока, если известно, что прибор вышел из строя.

6. При игре с автоматом игрок получает 50 рублей с вероятностью 0,1, 10 рублей с вероятностью 0,3. Найти сумму x рублей, которую игрок бросает в автомат и теряет в случае проигрыша, если математическое ожидание выигрыша равно минус 2 рублям. (В случае проигрыша сумма выигрыша считается отрицательным числом, равным сумме проигрыша, взятой со знаком «минус».) Найти ряд распределения и дисперсию суммы выигрыша. Построить график функции распределения.

7. Плотность распределения вероятностей случайной величины ξ имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{A}{1+\left(\dfrac{x}{\theta}\right)^2} & \text{при } |x| \le \theta; \\ 0 & \text{при } |x| > \theta \end{cases}$$

(усеченное распределение Коши). Найти коэффициент A, вычислить математическое ожидание и стандартное отклонение. Найти вероятность того, что случайная величина ξ примет значение, большее $\theta/\sqrt{3}$.

8. В двух из четырех аудиторий по 20 студентов и уровень шума 60 децибелл, в третьей 10 студентов и уровень шума 50 децибелл, а в четвертой аудитории нет студентов и уровень шума 20 децибелл. Найти совместное распределение числа студентов и уровня шума в выбранной наудачу аудитории. Найти коэффициент корреляции между числом студентов и уровнем шума.

9. Количество 10-копеечных монет, необходимое для выдачи каждой сдачи в кассе, принимает значения от 0 до 4 с равными вероятностями. Найти, с какой вероятностью на 100 выдач сдачи будет достаточно 220 10-копеечных монет .

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $1 < \theta < 2$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta-1}x^{-\theta/(\theta-1)} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \le 1. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.
2,92 12,70 10,80 -10,19 4,32 12,02 13,68 3,75 -0,90 2,94 15,07 2,08 16,22 13,42 1,55 -6,05 15,70 12,35 13,94 -0,56 24,10 7,45 3,60 -0,24 16,84 6,13 -5,28 3,00 10,04

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

1,82	1,13	1,78	0,65	0,55	1,02	0,88	0,76	0,57
1,71	0,62	1,69	0,15	0,23	1,99	1,53	1,91	1,57

Вариант 18

1. Брошены три игральные кости. Описать событие, означающее, что хотя бы на одной кости появилась единица, и не более чем на двух выпали

двойки.

2. Номер лотерейного билета состоит из 6 цифр. Какова вероятность того, что хотя бы две цифры взятого наудачу билета совпадают?

3. Стержень единичной длины AB разломан в двух наудачу выбранных точках X и Y. С какой вероятностью расстояние между этими точками не превзойдет максимального из двух отрезков AX или AY?

4. По мишени по одному разу стреляют 4 стрелка. Вероятность попадания для первого равна 0,5, для второго — 0,6, для третьего — 0,7, для четвертого — 0,9. Найти вероятность ровно двух попаданий.

5. В семи урнах содержится по 3 белых и 2 черных шара, а в трех урнах по 7 белых и 3 черных шара. Какова вероятность, что из урны, взятой наудачу, будет извлечен белый шар? Найти вероятность, что шар извлечен из урны с 7 белыми и 3 черными шарами, если он оказался белым.

6. Прибор состоит из трех малонадежных элементов. Отказы элементов за некоторый период времени независимы, а их вероятности равны соответственно 0,2; 0,3; 0,4. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа отказавших элементов. Построить график функции распределения.

7. Точка M движется по оси Ox по закону $x = vt - at^2$. В случайный момент времени, равномерно распределенный на отрезке $[0;\ T]$, наблюдается координата ξ точки M. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины ξ. При $v = 10$ м/с, $a = 10$ м/с^2, $T = 3$ с найти вероятность того, что $\xi > 0$.

8. Четыре автобуса, уходящие с интервалом в 5 минут, увезли по 20 пассажиров. Два автобуса, уходящие с интервалом в 10 минут, увезли по 30 пассажиров. Два автобуса, уходящие с интервалом в 15 минут, увезли по 35 пассажиров. Найти совместное распределение числа пассажиров и интервала движения для выбранного наудачу автобуса. Найти коэффициент корреляции.

9. Количество бракованных изделий в коробке имеет распределение Пуассона с параметром 2. Найти вероятность того, что в 16 коробках более 40 бракованных изделий.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 2$ по второму моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \theta x^{-(\theta+1)} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \le 1. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

13,29 7,48 2,82 22,84 7,49 8,98 13,84 14,17 7,07 9,69 -8,35 12,77 14,93 5,81 8,62 11,22 3,85 2,86 9,52 15,93 9,43 19,48 19,19 12,20 19,40 12,09 8,47 6,79

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,19 0,91 0,30 1,34 0,61 1,12 1,00 0,53 1,58 0,62
0,41 0,89 1,20 1,51 0,78 1,44 0,46 0,69 1,33

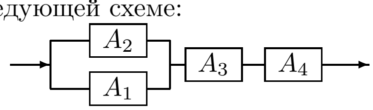
Вариант 19

1. Некто написал n адресатам письма, в каждый конверт вложил по одному письму, и затем наудачу написал на каждом конверте один из n адресов. Пусть событие A_i состоит в том, что i-е письмо попало в свой конверт. Описать событие, заключающееся в том, что ровно одно письмо попало в свой конверт.

2. В бригаде 4 рабочих. Какова вероятность того, что по крайней мере трое из них родились в один и тот же день недели? Считать, что вероятности родиться в каждый из дней одинаковы.

3. Стержень единичной длины AB разломан в двух наудачу выбранных точках X и Y. С какой вероятностью расстояние между этими точками не превзойдет длины отрезка AX?

4. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_2 равна 0,01, остальных элементов A_k — по 0,1. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

5. Телеграфное сообщение состоит из сигналов «точка» и «тире». Известно, что среди передаваемых сигналов «точка» и «тире» встречаются в отношении 7:3. Из-за помех искажается в среднем 25 % сигналов «точка» и 20 % сигналов «тире», причем «точка» искажается в «тире», а «тире» в «точку». Найти вероятность искажения сигнала. Определить вероятность того, что передавали «точку», если известно, что приняли «тире».

6. Два игрока играют в шахматы на деньги. Известно, что в среднем из 5 партий одну выигрывает первый игрок, две заканчиваются вничью, и две выигрывает второй игрок. В случае проигрыша первый игрок платит второму 50 рублей. Сколько он должен получать в случае выигрыша, чтобы математическое ожидание его выигрыша равнялось нулю? Найти ряд распределения и дисперсию суммы выигрыша (отрицательная сумма выигрыша — это сумма проигрыша, взятая со знаком «минус»). Построить график функции распределения.

7. Случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-a)^2/(2\sigma^2)} & \text{при } |x-a| \le 2\sigma; \\ 0 & mbox\ |x-a| > 2\sigma. \end{cases}$$

Найти нормирующую константу A, вычислить математическое ожидание. Построить график плотности распределения при $a = \sigma = 1$.

8. В подъезде 5 однокомнатных квартир площадью по 40 кв. м., 10 двухкомнатных квартир по 60 кв. м., 10 трехкомнатных квартир по 70 кв. м. и 5 четырехкомнатных по 90 кв. м. Для выбранной наудачу квартиры найти совместное распределение числа комнат и площади. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Суммарное время работы машины складывается из 1000 интервалов времени, каждый из которых измеряется со стандартным отклонением в 10 минут. Найти вероятность того, что фактическое время работы отличается от измеренного больше, чем на 10 часов.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\theta^4} e^{-x/\theta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

23,95 -2,61 11,87 1,37 5,92 -5,10 5,38 14,71 7,55 3,91 1,23 8,50 -5,58 -1,97 17,93 9,42 11,99 9,39 4,78 5,43 9,40 8,68 2,20 7,15 14,78 14,77 -15,16

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

2,94 1,96 0,64 0,76 0,01 0,82 0,23 0,82 1,96
1,28 1,49 1,07 1,92 0,17 1,68 1,01 0,48

Вариант 20

1. Некто написал n адресатам письма, в каждый конверт вложил по одному письму и затем наудачу написал на каждом конверте один из n адресов. Пусть событие A_i состоит в том, что i-е письмо попало в свой конверт. Описать событие, заключающееся в том, что ровно два письма попали в свои конверты.

2. Некто написал трем адресатам письма, в каждый конверт вложил по одному письму, и затем наудачу написал на каждом конверте один из трех адресов. Найти вероятность, что хотя бы одно письмо попало по назначению.

3. На линейке наудачу поставлены 2 точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними окажется больше четверти длины линейки?

4. Три стрелка поочередно стреляют по одной и той же мишени. У каждого стрелка 2 патрона. При первом попадании стрельба прекращается. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка 0,3, для второго — 0,4, для третьего — 0,6. Найти вероятность того, что все стрелки израсходуют весь свой боезапас.

5. Первое орудие 3-орудийной батареи пристреляно так, что вероятность попадания для него равна 3/11. Для второго и третьего орудия

она равна 1/5. Батарея дала залп по цели. Найти вероятность того, что цель поражена. Найти вероятность того, что первое орудие попало в цель, если известно, что цель была поражена. Для поражения цели достаточно одного попадания.

6. Вероятность приема отдельного сигнала равна 0,05. Радиосигнал передается 5 раз. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа принятых сигналов. Построить график функции распределения. Найти вероятность того, что принятых сигналов будет не меньше 2, но не больше 3.

7. Катет равнобедренного прямоугольного треугольника является случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке [0;1]. Найти плотность распределения, функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию площади треугольника. Найти вероятность того, что площадь превосходит 1/8. Начертить графики плотности распределения и функции распределения.

8. В отделе работает один сотрудник с двумя высшими образованиями возрастом 30 лет, два сотрудника с высшим образованием возрастом по 50 лет и два сотрудника без высшего образования возрастом по 20 лет. Для выбранного наудачу сотрудника найти совместное распределение возраста и количества высших образований. Вычислить коэффициент корреляции между ними.

9. Время ожидания автобуса пассажиром имеет показательное распределение со средним значением 8 минут. Найти количество поездок, за которое суммарное время, затраченное на ожидание автобуса, не превысит 5 часов с вероятностью 0,9.

10. Для выборки $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2\theta^6} e^{-x/\theta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

10,63 19,48 3,89 4,45 15,11 15,90 24,94 1,72 3,25 -3,77 12,17 10,08 14,36 9,39 1,27 7,89 8,68 1,59 10,57 3,21 -6,11 15,61 10,82 1,68 5,63 6,79 20,27 -2,15

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

1,64 1,43 0,40 1,23 1,40 0,76 1,09 1,65 1,32
1,24 1,39 0,81 0,39 0,76 1,14 1,24 1,69 1,58

Вариант 21

1. Бросаются две игральные кости. Пусть событие A состоит в том, что выпавшая сумма очков нечетна, а событие B — в том, что хотя бы на одной из костей выпала тройка. Описать события AB и $A\overline{B}$.

2. В ящике 5 красных и 4 синих пуговиц. Какова вероятность того, что среди четырех наудачу вынутых пуговиц будут и красные, и синие?

3. Молодой человек договорился встретиться с девушкой между 9 и 10 часами и обещал ждать её до 10 часов. Девушка обещала ждать его 20 минут, если придет раньше. Найти вероятность того, что они встретятся. Предполагается, что моменты их прихода равновероятны в течение часа.

4. При передаче сообщений в среднем 20 % писем не доходят до получателя. Найти вероятность того, что из 6 писем более половины на будет получено адресатами.

5. В пункте проката имеется 6 одинаковых на вид велосипедов. Вероятность поломки для двух из них по 0,1, для трех по 0,2 и для одного 0,7. Какова вероятность того, что велосипед сломается, если его выбирают наудачу? Какова вероятность того, что был выбран велосипед, для которого вероятность поломки 0,7, при условии, что он сломался?

6. Вероятность попадания в мишень равна 0,4 при каждом выстреле. Стрельба ведется одиночными выстрелами до первого попадания, пока не будет израсходован боезапас. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа произведенных выстрелов, если боезапас составляет 5 единиц. Построить график функции распределения.

7. Случайная величина ξ — координата точки, совершающей колебательные движения по закону $x = a\sin(\omega t)$, и наблюдаемой в

случайный момент времени T, равномерно распределенный на периоде колебаний $[0;\ 2\pi/\omega]$. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины ξ. Найти вероятность того, что $\xi > a/2$.

8. Составить таблицу совместного распределения числа выпавших четных и нечетных чисел при одном подбрасывании игральной кости. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Оценить, сколько раз нужно бросить игральную кость, чтобы сумма выпавших очков превысила 300 с вероятностью не менее 0,92.

9 Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 4$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} (\theta - 2)x^{-\theta+1} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \leq 1. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

0,87	1,26	1,58	2,11	0,01	1,35	2,05	0,76	1,65	1,61	0,12	2,03	1,07	1,10
3,06	0,38	0,64	1,63	0,54	2,65	0,82	1,21	0,73	1,99	2,44	0,93	0,47	0,88

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке $[0;\ 2]$. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

1,46	0,68	0,59	1,97	1,03	0,62	0,89	1,93	0,88
1,66	1,34	1,99	0,59	0,00	0,46	1,48	1,35	1,74

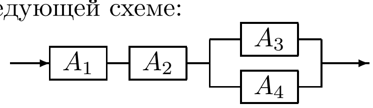
Вариант 22

1. Прибор состоит из двух блоков первого типа и трех блоков второго типа. События: $A_k,\ k = 1, 2,$ — исправен k-й блок первого типа, $B_j,\ j = 1, 2, 3,$ — исправен j-й блок второго типа. Прибор исправен, если исправны хотя бы один блок первого типа и не менее двух блоков второго типа. Выразить событие C, означающее исправность прибора, через A_k и B_j.

2. Бросают 4 игральные кости. Какова вероятность того, что хотя бы на двух из них выпадет одинаковое число очков?

3. Стержень единичной длины AB разломан в двух наудачу выбранных точках X и Y. С какой вероятностью расстояние между этими точками не превзойдет длины отрезка BY?

4. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя каждого элемента A_k равна 0,02. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

5. Одинаковые детали поступают на сборку с трех автоматов. Первый автомат дает 25 %, второй 30 %, третий 45 % всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого автомата составляет 2,5 %, второго — 2 %, третьего — 3 %. Найти вероятность поступления на сборку небракованной детали. Найти вероятность того, что оказавшаяся небракованной деталь изготовлена на первом автомате.

6. По мишени одновременно стреляют три стрелка, вероятности попаданий которых равны соответственно 0,4, 0,7 и 0,9. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа попаданий в мишень. Построить график функции распределения.

7. Максимальный нуль стандартного броуновского движения на $[0;\ 1]$ имеет координату ξ с функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} A\arcsin\sqrt{x} & \text{при } x \in [0;\ 1]; \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти константу A. Построить графики функции распределения и плотности распределения случайной величины ξ.

8. Подбрасываются три симметричных монеты. Составить таблицу совместного распределения количеств выпавших гербов на первой монете и на трех монетах. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Время ожидания поезда метро за одну поездку имеет равномерное распределение на отрезке от 0 до 5 минут. Оценить число поездок, в течение которых суммарное время ожидания окажется меньше 1 часа с вероятностью 0,96.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по второму моменту

и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^3} e^{-x^2/\theta^3} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

2,50 0,80 0,32 3,31 1,12 3,29 3,87 2,65 2,01 2,65 1,19 -0,85 4,07 1,23
3,38 5,17 1,51 2,20 5,41 1,22 1,89 2,02 3,17 -1,02 2,73 1,10 3,87

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,42 1,25 0,87 0,54 0,48 1,20 1,79 0,62 0,75 0,55
0,46 1,02 1,71 1,91 0,83 0,99 1,46 1,09 0,94

Вариант 23

1. Судно имеет одно рулевое устройство, четыре котла и две турбины. Событие A означает исправность рулевого устройства, B_k, $k = 1, 2, 3, 4$, — исправность k-го котла, а C_j, $j = 1, 2$, — исправность j-й турбины. Событие D — судно управляемое, что будет в том и только в том случае, когда исправны рулевое устройство, хотя бы один котел и хотя бы одна турбина. Выразить D через A, B_k и C_j.

2. В студенческой группе 10 юношей и 15 девушек. На университетский праздничный бал группа получила 5 пригласительных билетов, которые разыгрываются по жребию. Какова вероятность того, что на бал попадет хотя бы одна девушка?

3. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина всех трех получившихся частей не превосходит 2/3.

4. На трех телеканалах часть времени занята рекламой: на первом — 60 % времени, на втором — 40 %, на местном — 30 %. Найти вероятность того, что в случайный момент времени нет рекламы хотя бы на одном из каналов.

5. Станок обрабатывает 2 вида деталей A и B, причем время работы распределяется между ними в соотношении 2:3. При обработке детали вида A он работает с максимальной для него нагрузкой в течение 60 % времени, при обработке детали вида B — 90 % времени. В случайный момент времени станок работал с максимальной нагрузкой. Определить вероятность того, что в это время он обрабатывал деталь вида A; вида B.

6. Вероятность попадания баскетбольного мяча в кольцо при бросании начинающим спортсменом равна $1/9$. Мяч бросают до первого попадания, но дают не более 6 попыток. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа промахов. Построить график функции распределения.

7. Сила, действующая на электрон в электрическом поле, вычисляется по формуле $F = k/r^2$, где r — расстояние от анода — случайная величина, распределенная равномерно на $[R;\ 2R]$. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение силы F. Найти вероятность того, что эта сила превысит $k/(2R^2)$.

8. В группе из 20 студентов только двое изучали в школе французский язык, и именно они получили оценку «4» на экзамене. Из остальных студентов 10 человек получили оценку «3», 5 человек — оценку «3», и 3 студента получили «двойки». Составить таблицу совместного распределения оценки на экзамене и индикатора изучения француского языка для выбранного наудачу студента. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Число опечаток на странице книги имеет распределение Пуассона с параметром 0,5. Найти, сколько должно быть страниц в книге, чтобы число опечаток в ней не превысило 200 с вероятностью 0,75.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по третьему моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta^3} e^{-x^3/\theta^3} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя

вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

7,16 3,33 7,35 3,05 2,54 1,91 1,77 2,92 5,95 2,31 0,27 5,12 6,60 -1,58 5,42 5,67 6,28 -0,09 2,74 2,45 1,11 6,97 -1,59 -1,41 2,69 4,99 7,24 1,75 4,76

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,94 1,42 0,61 2,00 0,59 0,58 1,18 1,58 1,01 0,57
0,05 0,25 0,17 1,30 0,52 0,91 0,84 1,66 1,24

Вариант 24

1. Машинно-котельная установка состоит из двух котлов и одной машины. Событие A — исправна машина, событие $B_k,\ k = 1, 2,$ — исправен k-й котел. Событие C означает работоспособность машинно-котельной установки, что будет в том и только в том случае, если исправна машина и хотя бы один котел. Выразить события C и $\overline{C}$ через A и B_k.

2. В компании из десяти человек решили сделать друг другу подарки, для чего каждый принес подарок. Все подарки сложили вместе, перемешали и случайно распределили среди участников. Найти вероятность того, что три конкретных человека получат свой собственный подарок.

3. На линейке длиной 20 см случайно сделаны две насечки. Какова вероятность того, что растояние от первой насечки до начала линейки превосходит расстояние от второй насечки до начала линейки более, чем на 15 см?

4. Радиосигнал передается последовательно через 3 ретранслятора. На каждом ретрансляторе может возникнуть помеха независимо от остальных ретрансляторов с вероятностями 0,02, 0,03 и 0,04 соответственно. Найти вероятность получения радиосигнала без помехи.

5. Вероятность того, что изделие удовлетворяет стандарту, равна 0,95. На заводе принята система из четырех независимых испытаний, каждое

из которых изделие, удовлетворяющее стандарту, проходит с вероятностью 0,9, а неудовлетворяющее — с вероятностью 0,4. Какова вероятность того, что наудачу взятое изделие выдержит испытания? Какова вероятность того, что изделие, выдержавшее испытания, удовлетворяет стандарту?

6. Вероятность изготовления нестандартного изделия при налаженном технологическом процессе постоянна и равна 1/9. Для проверки изделий отдел технического контроля берет из партии изделия одно за другим, но не более 5 изделий. При обнаружении нестандартного изделия вся партия задерживается. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа изделий, проверяемых в каждой партии. Построить график функции распределения.

7. Высота H, которой достигает брошенный вверх мяч, определяется по формуле $H = v^2/(2g)$, где v — скорость, с которой брошен мяч, g — ускорение свободного падения, которое примем равным 10 м/с^2. Предполагается, что v — случайная величина, распределенная равномерно на отрезке от 10 до 20 м/с. Найти плотность распределения и математическое ожидание высоты, достигнутой мячом. Найти вероятность того, что высота превысит 15 м.

8. В научном отделе 3 лаборатории. В первой лаборатории 6 сотрудников и 2 исследовательских проекта, во второй 8 сотрудников и 1 проект, в третьей — 4 сотрудника и 2 проекта. Найти совместное распределение числа сотрудников и числа проектов в выбранной наудачу лаборатории. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Погрешность измерений длины каждого из участков маршрута распределена по нормальному закону с нулевым средним и стандартным отклонением 5 метров. Найти, на сколько участков можно разбить маршрут, чтобы суммарная погрешность не превосходила по модулю 100 метров с вероятностью 0,95.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta^3\sqrt{x}} e^{-\sqrt{x}/\theta^3} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение

для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

-1,07 -0,72 -4,46 -3,24 2,42 -1,70 -1,24 -0,07 6,20 2,67 1,80 0,26 9,61 2,51 1,44 -3,65 5,50 4,17 -2,06 7,48 2,60 7,61 2,54 9,77 9,67 7,36 7,86 11,22 3,38

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

1,06 1,44 0,70 1,33 0,74 0,61 1,03 1,25 0,85
0,81 1,04 0,76 0,80 1,55 1,61 0,82 1,70 1,63

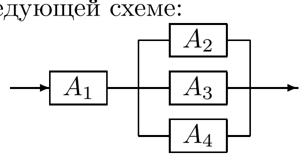
Вариант 25

1. Брошены четыре монеты. Пусть событие A состоит в том, что по крайней мере на двух монетах выпал герб, а событие B — в том, что хотя бы на двух монетах выпала решка. Описать события AB, $\overline{A}B$, $\overline{AB}$.

2. В шахматном матче участвуют 4 пары шахматистов. Вероятность ничьей в каждой партии равна 1/4. Найти вероятность того, что в матче будет хотя бы одна ничья.

3. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина каждой из первых двух частей не превосходит 3/5, длина же последней части больше 1/2.

4. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_k равна 0,1. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь не будет пропускать ток.

5. На сборку поступают детали с четырех автоматов. Первый и второй автоматы дают по 40 %, а третий и четвертый по 10 % всех деталей,

необходимых для сборки. Брак в продукции первого и второго автомата составляет 1 %, а третьего и четвертого — 4 %. Деталь, изготовленная автоматом, оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена на первом автомате?

6. Вероятность отказа сервера при каждом из независимых подключений с помощью модема равна 0,2. Попытки подключения производятся до установления связи. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа произведенных попыток подключения, если число попыток ограничено шестью. Построить график функции распределения.

7. Закон Эрланга с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} Ax^2 e^{-\alpha x} & \text{при } x \geq 0; \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

описывает время ожидания прихода трех вызовов в пуассоновском потоке. Найти коэффициент A, математическое ожидание и дисперсию. (Рекомендуется использовать таблицы определенных интегралов).

8. На 8 карточках написаны цифры от 1 до 9. Найти совместное распределение числа, написанного на выбранной наудачу карточке, и индикатора того, что это число больше трех. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Количество воды, расходуемое жителями одной квартиры в сутки,8 имеет показательное распределение со средним значением 100 литров. Найти, для какого количества квартир достаточно 100 000 литров воды с вероятностью 0,94.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^3} e^{-x/\theta^3} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

4,38 -1,10 13,11 10,84 9,45 8,56 7,87 7,34 -4,06 3,48 4,70 7,13 -1,08
4,53 13,56 2,66 7,29 9,41 11,86 9,54 10,86 2,50 -2,84 11,21 8,93

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,23 0,49 1,12 1,98 0,25 1,52 0,52 0,03 1,10
1,59 0,27 1,30 1,79 1,93 0,23 1,84 1,04

Вариант 26

1. На отрезке $[0,1]$ наудачу ставятся две точки. Построить подходящее пространство элементарных исходов Ω и описать событие A, означающее, что вторая точка ближе к правому концу отрезка $[0,1]$, чем к левому, и событие B, означающее, что расстояние между двумя точками меньше половины длины отрезка, а также событие AB.

2. Трое женщин и трое мужчин садятся случайным образом за круглый стол. Найти вероятность того, что мужчины и женщины за столом будут чередоваться.

3. Случайная точка A наудачу выбирается в прямоугольнике со сторонами 1 и 2. найти вероятность того, что расстояние от А до ближайшей стороны прямоугольника не превосходит 1/3.

4. Вероятность установления соединения с сервером при каждой попытке равна 0,9. Найти вероятность того, что соединение будет установлено не раньше четвертой попытки.

5. Студент выучил к зачету только 10 вопросов из 30. Для получения зачета достаточно ответить на два из четырех разных вопросов. Какова вероятность того, что зачет будет получен? Какова вероятность того, что студент ответил не менее чем на три вопроса, если известно, что он получил зачет?

6. Пользователь компьютера забыл пароль и перебирает наудачу 5 возможных. После четырех неудачных попыток компьютер блокируется. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа попыток. Построить график функции распределения.

7. Случайная величина ξ имеет стандартное логарифмически нормальное распределение, если $\xi = e^{\eta}$, где η имеет стандартное

нормальное распределение. Найти плотность распределения и математическое ожидание случайной величины ξ. Найти вероятность того, что $\xi > 1$.

8. В двух из четырех комнат температура 25 градусов, а влажность 80 процентов. В третьей комнате температура 20 градусов, а влажность 90 процентов. В четвертой комнате температура 25 градусов, а влажность 90 процентов. Найти совместное распределение температуры и влажности в выбранной наудачу комнате. Найти коэффициент корреляции между температурой и влажностью.

9. Участник лотереи бросает несколько шаров, каждый из которых может попасть в лузы с номерами от 1 до 6. Участник получает ценный приз, если сумма очков меньше 12. Найти, при каком числе шаров вероятность получения ценного приза будет меньше 0,01.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по третьему моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{x}}{2\theta^3} e^{-x\sqrt{x}/\theta^3} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

5,61 6,70 2,88 9,09 -2,06 6,25 6,46 4,25 16,16 7,07 1,35 13,58 7,96 14,64
-2,14 10,81 2,50 2,24 -1,04 5,31 11,93 16,20 7,49 -5,21 5,90 5,63 7,26

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,64 0,79 0,64 1,06 0,42 0,69 1,65 0,45 0,43
1,48 0,44 0,97 1,49 0,46 1,29 0,37 0,45

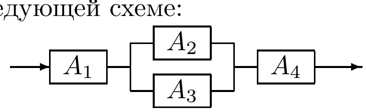
Вариант 27

1. Из множества супружеских пар выбирается одна пара. Событие $A = $ {Мужу больше 25 лет}, событие $B = $ {Муж старше жены}, событие $C = $ {Жене больше 25 лет}.
Выяснить смысл событий: ABC, $A \backslash AB$, $A\overline{B}C$.

2. На отрезке AB наудачу выбираются две точки M и N. Какова вероятность того, что точка M окажется по крайней мере вдвое ближе к точке A, чем к точке N?

3. Собрались вместе три незнакомых человека. Найти вероятность, что хотя бы у двух из них совпадают дни рождения.

4. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_1 равна 0,1, остальных элементов A_k — по 0,04. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

5. Прибор состоит из четырех независимо работающих блоков, вероятности отказа которых за смену равны соответственно 0,01, 0,02, 0,03 и 0,04. Вероятность выхода из строя прибора при отказе одного из блоков равна 0,8; при отказе более чем одного блока — 1. Определить вероятность выхода прибора из строя за смену. Найти вероятность того, что отказал один блок, если известно, что прибор вышел из строя.

6. При игре с автоматом в случае выигрыша игрок получает 10 рублей. Для участия в игре игрок бросает в автомат 5 рублей. Найти вероятность выигрыша, если математическое ожидание выигрыша равно минус 2 рублям. (В случае проигрыша сумма выигрыша считается отрицательным числом, равным сумме проигрыша, взятой со знаком «минус».) Найти ряд распределения и дисперсию суммы выигрыша. Построить график функции распределения.

7. Плотность распределения вероятностей случайной величины ξ имеет вид $f(x) = Ae^{-|x-a|}$ (распределение Лапласа). Найти коэффициент A, вычислить математическое ожидание и стандартное отклонение. Найти вероятность того, что случайная величина ξ примет значение, большее $2a$.

8. В трех из четырех аудиторий по 20 студентов и уровень шума 60 децибелл, а в четвертой аудитории нет студентов и уровень шума 20 децибелл. Найти совместное распределение числа студентов и уровня шума

в выбранной наудачу аудитории. Найти коэффициент корреляции между числом студентов и уровнем шума.

9. Количество 10-копеечных монет, необходимое для выдачи каждой сдачи в кассе, принимает значения от 0 до 4 с равными вероятностями. В кассе в начале рабочего дня находится 2500 10-копеечных монет. Найти, для какого количества покупателей получение сдачи гарантировано с вероятностью 0,8.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с9 плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $2 < \theta < 3$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta-2} x^{-(\theta-1)/(\theta-2)} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \leq 1. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

1,92 12,70 10,80 -10,19 4,32 12,02 13,68 3,75 -0,90 2,94 15,07 2,08 16,22 13,42 1,55 -6,05 15,70 12,35 13,94 -0,56 24,10 7,45 3,60 -0,24 16,84 6,13 -5,28 3,00 10,04

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,82 1,13 1,78 0,65 0,55 1,02 0,88 0,76 0,57
1,71 0,62 1,69 0,15 0,23 1,99 1,53 1,91 1,57

Вариант 28

1. Брошены три игральные кости. Пусть событие A состоит в том, что выпавшая сумма очков нечетна, событие B — в том, что хотя бы на одной из костей выпала единица, событие C — в том, что хотя бы на одной кости выпала двойка. Описать события: ABC, $A\overline{B}C$, $\overline{A}BC$.

2. Номер лотерейного билета состоит из 8 цифр. Какова вероятность того, что первые четыре цифры четные, а последние четыре — нечетные?

3. Случайная точка A наудачу выбирается в прямоугольнике со сторонами 1 и 2. найти вероятность того, что расстояние от А до каждой диагонали прямоугольника не превосходит 1/3.

4. Интервал движения между автобусами маршрута А — 5 минут, маршрута Б — 6 минут, маршрута В — 10 минут. Пассажир приходит на остановку в случайный момент времени. Какова вероятность того, что хотя бы один автобус придет в течение 2 минут после прихода пассажира?

5. В девяти урнах содержится по 4 белых и 2 черных шара, а в одной урне 9 белых и 1 черный шар. Какова вероятность, что из урны, взятой наудачу, будет извлечен черный шар? Найти вероятность, что шар извлечен из урны с 9 белыми и 1 черным шаром, если он оказался черным.

6. Прибор состоит из четырех малонадежных элементов. Отказы элементов за некоторый период времени независимы, а их вероятности равны соответственно 0,1; 0,1; 0,2; 0,2. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа отказавших элементов. Построить график функции распределения.

7. Точка M движется по оси Ox по закону $x = ae^t$. В случайный момент времени, равномерно распределенный на отрезке $[0;\ T]$, наблюдается положение ξ точки M. Найти плотность распределения, математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины ξ.

8. Четыре поезда метро, уходящие с интервалом в 4 минуты, увезли по 200 пассажиров. Четыре поезда, уходящие с интервалом в 6 минут, увезли по 300 пассажиров. Два поезда, уходящие с интервалом в 8 минут, увезли по 100 пассажиров. Найти совместное распределение числа пассажиров и интервала движения для выбранного наудачу поезда. Найти коэффициент корреляции.

9. Количество бракованных изделий в коробке имеет распределение Пуассона с параметром 4. Найти максимальное число коробок такое, чтобы вероятность найти в них более 200 бракованных изделий была меньше 0,04.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 4$ по второму моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} (\theta - 2)x^{-\theta+1} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \leq 1. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

14,29 7,48 2,82 22,84 7,49 8,98 13,84 14,17 7,07 9,69 -8,35 12,77 14,93 5,81 8,62 11,22 3,85 2,86 9,52 15,93 9,43 19,48 19,19 12,20 19,40 12,09 8,47 6,79

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

1,19 0,91 0,30 1,34 0,61 1,12 1,00 0,53 1,58 0,62
0,41 0,89 1,20 1,51 0,78 1,44 0,46 0,69 1,33

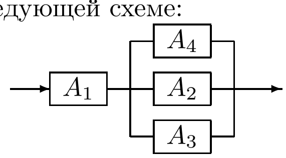
Вариант 29

1. Может ли сумма двух событий A и B совпадать с их произведением? Привести соответствующие примеры.

2. В бригаде 4 рабочих. Какова вероятность того, что по крайней мере двое из них родились в один и тот же месяц? Считать, что вероятности родиться в каждый месяц одинаковы.

3. Случайная точка A наудачу выбирается в прямоугольном треугольнике с катетами 1 и 2. Найти вероятность того, что расстояние от А до ближайшей стороны треугольника не превосходит 1/3.

4. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_2 равна 0,01, остальных элементов A_k — по 0,1. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

5. Телеграфное сообщение состоит из сигналов «точка» и «тире». Известно, что среди передаваемых сигналов «точка» и «тире» встречаются в отношении 11:10. Из-за помех искажается в среднем 30 % сигналов «точка» и 20 % сигналов «тире», причем «точка» искажается в «тире», а «тире» в «точку». Найти вероятность искажения сигнала. Определить вероятность того, что сигнал не был искажен, если известно, что приняли «точку».

6. Два игрока играют в шахматы на деньги. Известно, что в среднем из 10 партий три выигрывает первый игрок, три заканчиваются вничью, и четыре выигрывает второй игрок. В случае проигрыша первый игрок платит второму 30 рублей. Сколько он должен получать в случае выигрыша, чтобы математическое ожидание его выигрыша равнялось нулю? Найти ряд распределения и дисперсию суммы выигрыша (отрицательная сумма выигрыша — это сумма проигрыша, взятая со знаком «минус»). Построить график функции распределения.

7. Случайная величина ξ имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-a)^2/(2\sigma^2)} & \text{при } |x-a| > 2\sigma; \\ 0 & \text{при} |x-a| \le 2\sigma. \end{cases}$$

Найти нормирующую константу A, вычислить математическое ожидание. Построить график плотности распределения при $a = \sigma = 1$.

8. В подъезде 5 однокомнатных квартир площадью по 40 кв. м., 10 двухкомнатных квартир по 60 кв. м. и 5 трехкомнатных квартир по 70 кв. м. Для выбранной наудачу квартиры найти совместное распределение числа комнат и площади. Найти коэффициент корреляции между ними.

9. Суммарное время работы машины складывается из интервалов времени, каждый из которых измеряется со стандартным отклонением в 1 минуту. Найти максимальное число интервалов времени такое, чтобы фактическое время работы отличалось от измеренного не больше, чем на 2 часа, с вероятностью 0,95.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\theta^6} e^{-x/\theta^3} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя

вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

22,95 -2,61 11,87 1,37 5,92 -5,10 5,38 14,71 7,55 3,91 1,23 8,50 -5,58 -1,97 17,93 9,42 11,99 9,39 4,78 5,43 9,40 8,68 2,20 7,15 14,78 14,77 -15,16

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

1,94 1,96 0,64 0,76 0,01 0,82 0,23 0,82 1,96
1,28 1,49 1,07 1,92 0,17 1,68 1,01 0,48

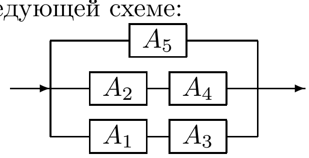
Вариант 30

1. Может ли разность двух событий совпадать с их произведением? Привести примеры.

2. В чулане лежат три разных пары ботинок. Случайно выбираются три ботинка. Чему равна вероятность того, что среди них не будет ни одной пары?

3. На линейке наудачу поставлены 2 точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними окажется меньше трети длины линейки?

4. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_2 равна 0,01, остальных элементов A_k — по 0,1. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

5. Первое орудие 4-орудийной батареи пристреляно так, что вероятность попадания для него равна 1/2. Для остальных орудий она равна 2/5. Батарея дала залп по цели. Найти вероятность того, что цель

поражена. Найти вероятность того, что первое орудие попало в цель, если известно, что цель была поражена. Для поражения цели достаточно одного попадания.

6. Вероятность приема отдельного сигнала равна 0,3. Радиосигнал передается 6 раз. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа принятых сигналов. Построить график функции распределения. Найти вероятность того, что принятых сигналов будет не меньше 2, но не больше 4.

7. Диаметр круга является случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке [0; d]. Найти плотность распределения, функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию площади круга. Найти вероятность того, что площадь превосходит $\pi d^2/32$. Начертить графики плотности распределения и функции распределения.

8. В отделе работает один сотрудник с двумя высшими образованиями по 13-му разряду, два сотрудника с высшим образованием по 12-му разряду, и шесть сотрудников без высшего образования по 10-му разряду. Для выбранного наудачу сотрудника найти совместное распределение разряда и количества высших образований. Вычислить коэффициент корреляции между ними.

9. Время ожидания автобуса пассажиром имеет показательное распределение со средним значением 9 минут. Найти число поездок, для которого суммарное время ожидания автобуса превысит 3 часа с вероятностью не более 0,2.

10. Для выборки $(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n)$ из распределения с плотностью распределения $f(x)$ найти оценки параметра $\theta > 0$ по первому моменту и методом максимального правдоподобия. Проверить состоятельность полученных оценок. Плотность распределения равна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2\theta^9} e^{-x/\theta^3} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$

11. Дана выборка из нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти оценки параметров распределения. Подставляя вместо неизвестных параметров их точечные оценки, записать выражение для оценки плотности распределения. Построить на одном графике гистограмму с шагом, равным среднеквадратическому (стандартному) отклонению, и график оценки плотности распределения.

9,63	19,48	3,89	4,45	15,11	15,90	24,94	1,72	3,25	-3,77	12,17	10,08	14,36
9,39	1,27	7,89	8,68	1,59	10,57	3,21	-6,11	15,61	10,82	1,68	5,63	6,79

20,27 -2,15

12. По критерию Колмогорова проверить гипотезу о том, что выборка имеет равномерное распределение на отрезке [0; 2]. Сделать вывод о том, принимается ли эта гипотеза на уровне доверия 0,1; на уровне доверия 0,01; на уровне доверия 0,001.

0,64 1,43 0,40 1,23 1,40 0,76 1,09 1,65 1,32
1,24 1,39 0,81 0,39 0,76 1,14 1,24 1,69 1,58

Приложение. Таблицы

Т а б л и ц а 1. **Нормальное распределение.**

Значения функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ и функции $\overline{\Phi}(x) = \Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$. [1]

x	$\Phi(-x)$	$\Phi(x)$
4,75	0,000001	0,999999
4,26	0,00001	0,99999
3,72	0,0001	0,9999
3,09	0,001	0,999
2,58	0,005	0,995
2,33	0,01	0,99
2,05	0,02	0,98
1,96	0,025	0,975
1,88	0,03	0,97
1,75	0,04	0,96
1,64	0,05	0,95
1,28	0,1	0,9
0,84	0,2	0,8
0,52	0,3	0,7
0,25	0,4	0,6
0,00	0,5	0,5

[1] Для $x > 4,75$ можно использовать аппроксимацию $\overline{\Phi}(x) \sim \frac{e^{-x^2/2}}{x\sqrt{2\pi}}$.

Т а б л и ц а 2. Равномерно распределенные на [0,1] случайные числа

0,5916	3406	6079	4101	5314	6562	7463	8203	1643	5825
3127	1413	9711	6253	4135	0690	0120	3993	3136	3821
3617	6700	5940	9629	1094	7128	6396	6787	3147	2625
6635	5477	9121	4513	6213	9162	3901	7480	6319	2645
9313	5889	0399	2226	7919	8216	8851	4184	0471	9664
9470	2099	1992	0836	5050	3361	6387	3374	4963	1255
5303	5501	4237	5307	8954	1039	9430	6838	4188	2383
9031	4215	1197	8764	8382	9481	4474	8315	1752	8546
8922	6145	5759	5489	1479	5725	6542	2141	7449	1653
4398	7198	5643	3687	2311	3652	5889	8865	2378	2198
9612	0448	9632	3741	4776	6836	0101	8861	2786	5132
4601	8247	6883	2196	6570	9154	7397	3584	2139	1019
2212	8036	6484	9953	8382	7158	2036	5270	7441	4387
9192	9019	7880	4728	0115	3072	2267	6512	5673	2943
2380	4955	7803	1907	5803	3290	8562	2558	5986	1904
4448	1790	1932	0833	7005	7042	4161	9279	4049	1693
5978	5412	2154	9202	7586	7147	7403	5033	8549	6005
3617	6700	5940	9629	1094	4386	9362	6122	0193	1987
2210	9405	5860	9709	3433	5072	5682	4829	4052	4201
1374	6700	7818	4754	0610	3676	6679	5190	3647	6493

Т а б л и ц а 3. Распределение $\chi^2(n)$. Квантили распределения:

$$p = \int\limits_0^{\chi^2_{p,n}} k_n(x)dx = \frac{1}{2^{n/2}\Gamma(n/2)} \cdot \int\limits_0^{\chi^2_{p,n}} x^{n/2-1}e^{-x/2}dx$$

$n \diagdown p$	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	0,95	0.999	0,9999
1	0,016	0,148	0,455	1,07	2,71	3,84	6,63	10,8
2	0,211	0,713	1,39	2,41	4,61	5,99	9,21	13,8
3	0,584	1,42	2,37	3,67	6,25	7,82	11,3	16,3
4	1,06	2,20	3,36	4,88	7,78	9,49	13,3	18,5
5	1,61	3,00	4,35	6,06	9,24	11,1	15,1	20,5
6	2,20	3,83	5,35	7,23	10,6	12,6	16,8	22,5
7	2,83	4,67	6,35	8,38	12,0	14,1	18,5	24,3
8	3,49	5,53	7,34	9,52	13,4	15,5	20,1	26,1
9	4,17	6,39	8,34	10,7	14,7	16,9	21,7	27,9
10	4,87	7,27	9,34	11,8	16,0	18,3	23,2	29,6
11	5,58	8,15	10,3	12,9	17,3	19,7	24,7	31,3
12	6,30	9,03	11,3	14,0	18,5	21,0	26,2	32,9
13	7,04	9,93	12,3	15,52	13,4	15,5	20,1	26,1
14	7,79	10,08	13,3	16,2	21,1	23,7	29,1	36,1
15	8,55	11,7	14,3	17,3	22,3	25,0	30,6	37,7
16	9,31	12,6	15,3	18,4	23,5	26,3	32,0	39,3
17	10,09	13,5	16,3	19,5	24,8	27,6	33,4	40,8
18	10,9	14,4	17,3	20,6	26,0	28,9	34,8	42,3
19	11,7	15,4	18,3	21,7	27,2	30,1	36,2	43,8
20	12,4	16,3	19,3	22,8	28,4	31,4	37,6	45,3
21	13,2	17,2	20,3	23,9	29,6	32,7	38,9	46,8
22	14,0	18,1	21,3	24,9	30,8	33,9	40,3	48,3
23	14,8	19,0	22,3	26,0	32,0	35,2	41,6	49,7
24	15,7	19,9	23,3	27,1	33,2	36,4	43,0	51,2
25	16,5	20,9	24,3	28,2	34,3	37,7	44,3	52,6
26	17,3	21,8	25,3	29,2	35,6	38,9	45,6	54,1
27	18,1	22,7	26,3	30,3	36,7	40,1	47,0	55,5
28	18,9	23,6	27,3	31,4	37,9	41,3	48,3	56,9
29	19,8	24,6	28,3	32,5	39,1	42,6	49,6	58,3
30	20,6	25,5	29,3	33,5	40,3	43,8	50,9	59,7

Т а б л и ц а 4. Распределение Стьюдента S(n)
Значения функции $t_{\gamma,n}$

$$\frac{1+\gamma}{2} = \int\limits_{-\infty}^{t_{\gamma,n}} s_n(x)dx = \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})\sqrt{\pi n}} \cdot \int\limits_{-\infty}^{t_{\gamma,n}} (1+\frac{x^2}{n})^{-(n+1)/2}dx$$

n \ γ	0,9	0,95	0,98	0,99
1	6,314	12,706	31,821	63,657
2	2,920	4,303	6,965	9,925
3	2,353	3,182	4,541	5,841
4	2,132	2,776	3,747	4,604
5	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,812	2,228	2,764	3,169
12	1,782	2,179	2,681	3,055
14	1,761	2,145	2,625	2,977
16	1,746	2,120	2,584	2,921
18	1,734	2,101	2,552	2,878
20	1,725	2,086	2,528	2,845
22	1,717	2,074	2,508	2,819
24	1,711	2,064	2,492	2,797
26	1,706	2,056	2,479	2,779
28	1,701	2,048	2,467	2,763
30	1,697	2,042	2,457	2,750
∞	1,645	1,960	2,326	2,576